в) наибольшее и наименьшее значения функции и значения аргумента, при которых они достигаются;

г) промежутки знакопостоянства функции.

1.242. Постройте график функции $y = \sin x - 1{,}5$. Пользуясь графиком, определите:

а) промежутки убывания и возрастания функции;

б) наибольшее и наименьшее значения функции и значения аргумента, при которых они достигаются;

в) нули функции;

г) множество значений функции.

1.243. Решите неравенство $\frac{x+3}{4} - \frac{x}{2} \leqslant 3$. Верно ли, что неравенство $x + 3 \leqslant 0$ равносильно данному неравенству?

1.244. Найдите значение выражения $\frac{3^{11} \cdot 9^3}{27^5}$.

1.245. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{4}{x^2 - 7x + 6}$.

1.246. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 12, \\ y - 2x = 4. \end{cases}$

§ 6. Функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$. Их свойства и графики

1.247. Из чисел $-\frac{13\pi}{2}$; -6π; $-\frac{5\pi}{2}$; $-\pi$; $-\frac{\pi}{3}$; 0; 2π; $\frac{7\pi}{2}$ выберите нули функции:

а) $y = \sin x$; б) $y = \cos x$.

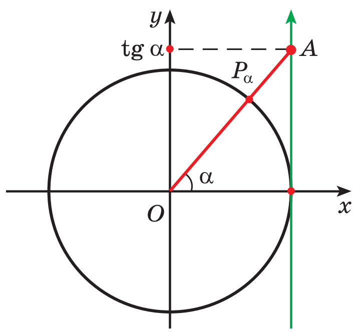
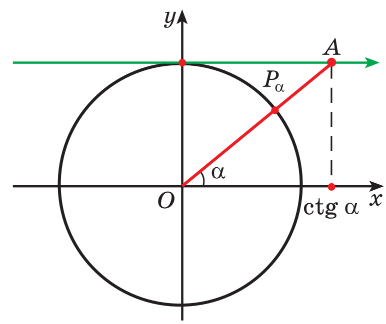
1.248. Исследуйте на четность (нечетность) функцию $y = \frac{x^2 - 1}{x}$.

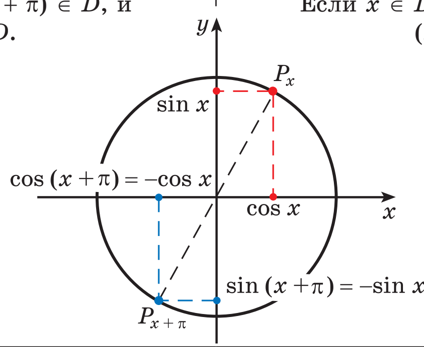
1.249. Найдите область определения функции $y = \frac{2}{x^2 - 9}$.

Определение. Зависимость, при которой каждому действительному числу $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$, соответствует значение $\operatorname{tg} x$, называется функцией $y = \operatorname{tg} x$.

Определение. Зависимость, при которой каждому действительному числу $x \neq \pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$, соответствует значение $\operatorname{ctg} x$, называется функцией $y = \operatorname{ctg} x$.

Рассмотрим свойства этих функций.

Функция $y = \operatorname{tg} x$	Функция $y = \operatorname{ctg} x$
1. Область определения функции	
Все действительные числа, кроме $x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$. Так как $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$, то $\cos x \neq 0$, т. е. $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$.	Все действительные числа, кроме $x = \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$. Так как $\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$, то $\sin x \neq 0$, т. е. $x \neq \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$.
2. Множество значений функции	
$E(\operatorname{tg} x) = (-\infty; +\infty)$ $\operatorname{tg} \alpha$ — это ордината точки A на оси тангенсов. При движении точки P_α по единичной окружности ордината соответствующей точки A изменяется от $-\infty$ до $+\infty$. 	$E(\operatorname{ctg} x) = (-\infty; +\infty)$ $\operatorname{ctg} \alpha$ — это абсцисса точки A на оси котангенсов. При движении точки P_α по единичной окружности абсцисса соответствующей точки A изменяется от $-\infty$ до $+\infty$. 
3. Периодичность функции	
Наименьший положительный период $T = \pi$. Если $x \in D$, то и $(x + \pi) \in D$, и $(x - \pi) \in D$.	Наименьший положительный период $T = \pi$. Если $x \in D$, то и $(x + \pi) \in D$, и $(x - \pi) \in D$.
$\operatorname{tg}(x + \pi) = \frac{\sin(x + \pi)}{\cos(x + \pi)} =$ $= \frac{-\sin x}{-\cos x} = \operatorname{tg} x$.	$\operatorname{ctg}(x + \pi) = \frac{\cos(x + \pi)}{\sin(x + \pi)} =$ $= \frac{-\cos x}{-\sin x} = \operatorname{ctg} x$.



4. Четность (нечетность) функции	
Нечетная ① Область определения — все действительные числа, кроме $x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$. ② $\mathrm{tg}(-x) = \frac{\sin(-x)}{\cos(-x)} = \frac{-\sin x}{\cos x} = -\mathrm{tg}\, x$.	Нечетная ① Область определения — все действительные числа, кроме $x = \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$. ② $\mathrm{ctg}(-x) = \frac{\cos(-x)}{\sin(-x)} = \frac{\cos x}{-\sin x} = -\mathrm{ctg}\, x$.
5. Нули функции	
$x = \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$ $\mathrm{tg}\, x = \frac{\sin x}{\cos x}$, $\sin x = 0$ при $x = \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$.	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$ $\mathrm{ctg}\, x = \frac{\cos x}{\sin x}$, $\cos x = 0$ при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$.
6. Промежутки знакопостоянства функции	
$y > 0$ при $x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right),\ n \in \boldsymbol{Z}$ $y < 0$ при $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right),\ n \in \boldsymbol{Z}$ При $x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right),\ n \in \boldsymbol{Z}$, (первая и третья четверти) значения $\sin x$ и $\cos x$ имеют одинаковые знаки, значит, $\mathrm{tg}\, x = \frac{\sin x}{\cos x} > 0$. При $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right),\ n \in \boldsymbol{Z}$, (вторая и четвертая четверти) значения $\sin x$ и $\cos x$ имеют разные знаки, значит, $\mathrm{tg}\, x = \frac{\sin x}{\cos x} < 0$.	$y > 0$ при $x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right),\ n \in \boldsymbol{Z}$ $y < 0$ при $x \in \left(\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi + \pi n\right),\ n \in \boldsymbol{Z}$ При $x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right),\ n \in \boldsymbol{Z}$, (первая и третья четверти) значения $\sin x$ и $\cos x$ имеют одинаковые знаки, значит, $\mathrm{ctg}\, x = \frac{\cos x}{\sin x} > 0$. При $x \in \left(\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi + \pi n\right),\ n \in \boldsymbol{Z}$, (вторая и четвертая четверти) значения $\sin x$ и $\cos x$ имеют разные знаки, значит, $\mathrm{ctg}\, x = \frac{\cos x}{\sin x} < 0$.
7. Монотонность функции	
Функция возрастает на каждом из промежутков $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right),\ n \in \boldsymbol{Z}$.	Функция убывает на каждом из промежутков $x \in (\pi n; \pi + \pi n),\ n \in \boldsymbol{Z}$.
Функция не имеет наибольшего и наименьшего значений.	Функция не имеет наибольшего и наименьшего значений.

График функции $y = \operatorname{tg} x$ изображен на рисунке 88. Он называется *тангенсоидой*.

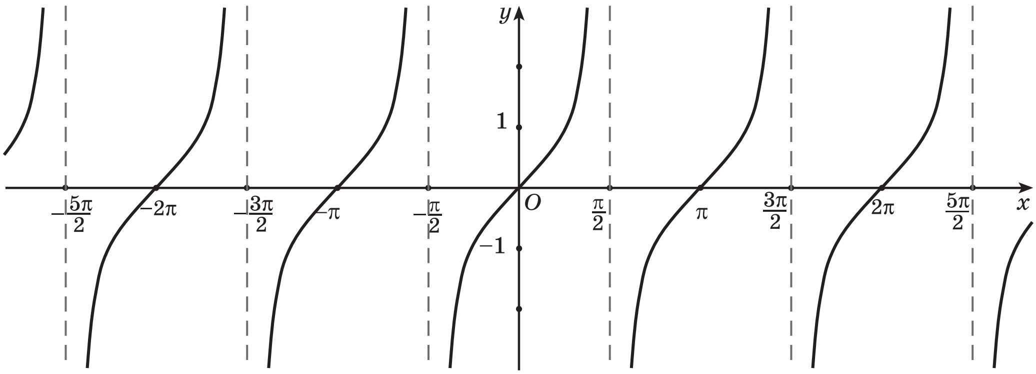


Рис. 88

График функции $y = \operatorname{ctg} x$ изображен на рисунке 89. Этот график может быть получен путем преобразования графика функции $y = \operatorname{tg} x$.

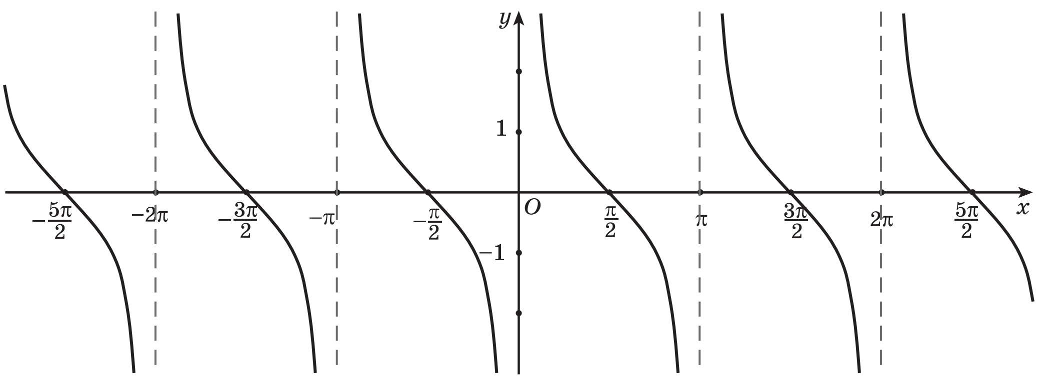


Рис. 89

Примеры основных заданий и их решения

1. Определите, принадлежит ли графику функции $y = \operatorname{tg} x$ точка:

а) $A(0;\ 0)$; б) $B\left(\frac{\pi}{4}; -1\right)$; в) $C\left(\frac{3\pi}{2}; 0\right)$.

Решение. а) Подставим в формулу $y = \operatorname{tg} x$ значение аргумента $x = 0$ и найдем соответствующее значение функции $y = \operatorname{tg} 0 = 0$. Полученное значение функции равно ординате точки $A(0;\ 0)$, значит, точка $A(0;\ 0)$ принадлежит графику функции $y = \operatorname{tg} x$.

б) При $x = \frac{\pi}{4}$ получим $y = \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = 1 \neq -1$. Точка $B\left(\frac{\pi}{4};\ -1\right)$ не принадлежит графику функции $y = \operatorname{tg} x$.

в) При $x = \frac{3\pi}{2}$ получим $y = \operatorname{tg}\frac{3\pi}{2}$ — не существует. Точка $C\left(\frac{3\pi}{2};\ 0\right)$ не принадлежит графику функции $y = \operatorname{tg} x$.

2. Верно ли, что график функции $y = \operatorname{ctg} x$ проходит через точку:

а) $A\left(-\frac{\pi}{2};\ 0\right)$; б) $B\left(\frac{\pi}{6};\ \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$; в) $C(-\pi;\ 0)$?

Решение. а) Подставим в формулу $y = \operatorname{ctg} x$ значение аргумента $x = -\frac{\pi}{2}$ и найдем соответствующее значение функции $y = \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$. Полученное значение функции равно ординате точки $A\left(-\frac{\pi}{2};\ 0\right)$, значит, график функции $y = \operatorname{ctg} x$ проходит через точку $A\left(-\frac{\pi}{2};\ 0\right)$. Верно.

б) При $x = \frac{\pi}{6}$ получим $y = \operatorname{ctg}\frac{\pi}{6} = \sqrt{3} \neq \frac{\sqrt{3}}{3}$. График функции $y = \operatorname{ctg} x$ не проходит через точку $B\left(\frac{\pi}{6};\ \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$. Неверно.

в) При $x = -\pi$ получим $y = \operatorname{ctg}(-\pi)$ — не существует. График функции $y = \operatorname{ctg} x$ не проходит через точку $C(-\pi;\ 0)$. Неверно.

3. Найдите область определения функции:

а) $y = \operatorname{ctg} 3x$; б) $y = \operatorname{tg}\frac{x}{5}$.

Решение. а) Так как область определения функции $y = \operatorname{ctg} t$ — это все действительные числа, кроме чисел вида $t = \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$, то $3x \neq \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$, значит, $x \neq \frac{\pi n}{3},\ n \in \mathbf{Z}$. Таким образом, область определения данной функции — это все действительные числа, кроме чисел вида $\frac{\pi n}{3},\ n \in \mathbf{Z}$.

б) Областью определения функции $y = \operatorname{tg} t$ является множество всех действительных чисел, кроме чисел вида $t = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$. Значит, $\frac{x}{5} \ne \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$; $x \ne \frac{5\pi}{2} + 5\pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$. Область определения данной функции — это все действительные числа, кроме чисел вида $\frac{5\pi}{2} + 5\pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$.

4. Найдите множество значений функции:

а) $y = \operatorname{tg}\frac{2x}{7}$; б) $y = \operatorname{ctg} 8x$.

Решение. а) Так как множество значений функции $y = \operatorname{tg} t$ — это множество всех действительных чисел, то и $E\left(\operatorname{tg}\frac{2x}{7}\right) = (-\infty; +\infty)$.

б) Так как множество значений функции $y = \operatorname{ctg} t$ — это множество всех действительных чисел, то и $E(\operatorname{ctg} 8x) = \boldsymbol{R}$.

5. Используя свойство периодичности функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$, найдите:

а) $\operatorname{tg}\frac{4\pi}{3}$; б) $\operatorname{ctg}\frac{9\pi}{4}$; в) $\operatorname{tg}\frac{31\pi}{6}$; г) $\operatorname{ctg}\frac{47\pi}{2}$.

Решение. Так как число π является наименьшим положительным периодом функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$, то $\operatorname{tg}(\pi n + \alpha) = \operatorname{tg}\alpha,\ n \in \boldsymbol{Z}$, и $\operatorname{ctg}(\pi n + \alpha) = \operatorname{ctg}\alpha,\ n \in \boldsymbol{Z}$. Тогда:

а) $\operatorname{tg}\frac{4\pi}{3} = \operatorname{tg}\frac{3\pi + \pi}{3} = \operatorname{tg}\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{tg}\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$;

б) $\operatorname{ctg}\frac{9\pi}{4} = \operatorname{ctg}\frac{8\pi + \pi}{4} = \operatorname{ctg}\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{ctg}\frac{\pi}{4} = 1$;

в) $\operatorname{tg}\frac{31\pi}{6} = \operatorname{tg}\frac{30\pi + \pi}{6} = \operatorname{tg}\left(5\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \operatorname{tg}\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$;

г) $\operatorname{ctg}\frac{47\pi}{2} = \operatorname{ctg}\frac{46\pi + \pi}{2} = \operatorname{ctg}\left(23\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \operatorname{ctg}\frac{\pi}{2} = 0$.

6. Используя свойство нечетности функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$, найдите:

а) $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)$; б) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$; в) $\operatorname{tg}(-2\pi)$; г) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{11\pi}{2}\right)$.

Решение. Так как функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$ являются нечетными, то $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$ и $\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha$. Тогда:

а) $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\operatorname{tg}\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$; б) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4} = -1$;

в) $\operatorname{tg}(-2\pi) = -\operatorname{tg} 2\pi = 0$;

г) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{11\pi}{2}\right) = -\operatorname{ctg}\frac{11\pi}{2} = -\operatorname{ctg}\frac{10\pi + \pi}{2} = -\operatorname{ctg}\left(5\pi + \frac{\pi}{2}\right) = -\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2} = 0.$

7. Определите знак произведения $\operatorname{tg} 2 \cdot \operatorname{ctg} 4{,}5 \cdot \operatorname{tg} 7$.

Решение. Так как $\pi \approx 3{,}14$, то $\frac{\pi}{2} < 2 < \pi$, т. е. угол 2 радиана принадлежит промежутку $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, на котором функция $y = \operatorname{tg} x$ принимает отрицательные значения, значит, $\operatorname{tg} 2 < 0$.

Угол 4,5 радиана принадлежит промежутку $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$, на котором функция $y = \operatorname{ctg} x$ принимает положительные значения, значит, $\operatorname{ctg} 4{,}5 > 0$.

Угол 7 радиан принадлежит промежутку $\left(2\pi; \frac{5\pi}{2}\right)$, на котором функция $y = \operatorname{tg} x$ принимает положительные значения, т. е. $\operatorname{tg} 7 > 0$. Значит, $\operatorname{tg} 2 \cdot \operatorname{ctg} 4{,}5 \cdot \operatorname{tg} 7 < 0$.

8. Что больше: $\operatorname{ctg} 151°$ или $\operatorname{ctg} 178°$?

Решение. Поскольку углы $151°$ и $178°$ принадлежат промежутку $(0°; 180°)$, на котором функция $y = \operatorname{ctg} x$ убывает и $151° < 178°$, то $\operatorname{ctg} 151° > \operatorname{ctg} 178°$.

9. Постройте график функции:

а) $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$; б) $y = \operatorname{ctg} x + 1$.

Решение. а) График функции $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ получаем сдвигом графика функции $y = \operatorname{tg} x$ вдоль оси абсцисс на $\frac{\pi}{3}$ вправо (рис. 90).

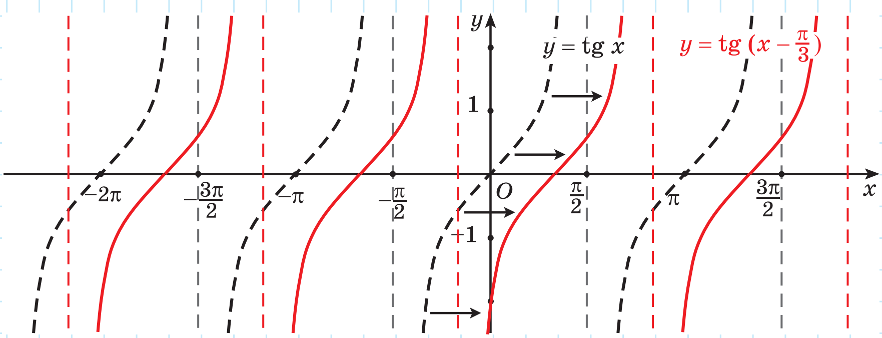


Рис. 90

б) График функции $y = \text{ctg}\, x + 1$ получаем сдвигом графика функции $y = \text{ctg}\, x$ вдоль оси ординат на 1 единицу вверх (рис. 91).

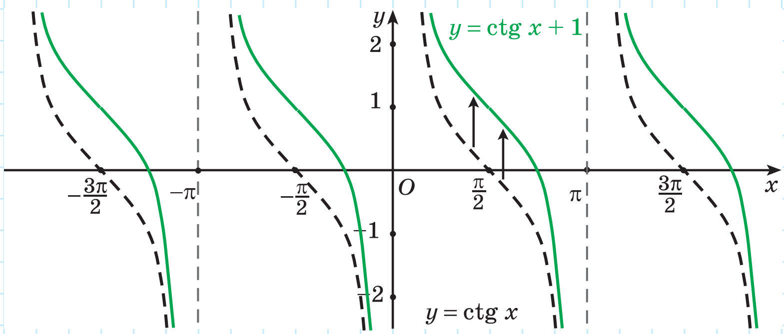


Рис. 91

Какие из чисел $-\frac{9\pi}{2}$; -3π; $-\frac{5\pi}{2}$; $-\pi$; $-\frac{\pi}{2}$; 0; $\frac{3\pi}{2}$; 4π не принадлежат области определения функции:

а) $y = \text{tg}\, x$; б) $y = \text{ctg}\, x$?

1.250. Определите, какие из данных точек принадлежат графику функции $y = \text{tg}\, x$:

а) $A(\pi;\ 0)$; б) $B\left(-\frac{\pi}{4}; -1\right)$; в) $C\left(\frac{\pi}{3}; -\sqrt{3}\right)$; г) $D\left(-\frac{\pi}{2}; 1\right)$.

1.251. С помощью графика функции $y = \text{tg}\, x$ определите, верно ли, что:

а) при значении аргумента, равном $\frac{\pi}{4}$, значение функции равно 1;

б) числа π; 2π являются нулями функции;

в) $\text{tg}\,\frac{5\pi}{6} = \sqrt{3}$.

1.252. Найдите несколько значений аргумента, при которых функция $y = \text{tg}\, x$ принимает значение, равное –1.

1.253. Найдите область определения и множество значений функции:

а) $y = \text{tg}\, 3x$; б) $y = \text{tg}\,\frac{x}{4}$.

1.254. Используя свойство периодичности функции $f(x) = \text{tg}\, x$, найдите:

а) $\text{tg}\,\frac{13\pi}{6}$; б) $\text{tg}\,\frac{16\pi}{3}$; в) $\text{tg}\,\frac{9\pi}{4}$; г) $\text{tg}\, 19\pi$.

Верно ли, что числа -9π; -4π; $-\pi$; 2π; 15π; 100π являются периодами данной функции?

1.255. Используя свойство периодичности функции $f(x) = \operatorname{tg} x$, найдите:
а) $\operatorname{tg} 405°$; б) $\operatorname{tg} 240°$; в) $\operatorname{tg} 720°$; г) $\operatorname{tg} 1110°$.

1.256. Используя свойство нечетности функции $f(x) = \operatorname{tg} x$, найдите:
а) $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$; б) $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)$; в) $\operatorname{tg}(-\pi)$; г) $\operatorname{tg}(-5\pi)$.

1.257. Используя свойства периодичности и нечетности функции $f(x) = \operatorname{tg} x$, найдите:
а) $f\left(-\frac{7\pi}{3}\right)$; б) $f\left(-\frac{33\pi}{4}\right)$; в) $f\left(-\frac{67\pi}{6}\right)$; г) $f(-57\pi)$.

1.258. Из чисел -12π; $-\frac{7\pi}{2}$; -2π; $-\frac{\pi}{2}$; $-\frac{\pi}{4}$; 0; $\frac{9\pi}{2}$; 5π выберите нули функции $f(x) = \operatorname{tg} x$.

1.259. Из чисел $-\frac{7\pi}{3}$; $-\frac{3\pi}{4}$; $-\frac{\pi}{6}$; 0; $\frac{\pi}{8}$; $\frac{5\pi}{6}$; 2π выберите значения аргумента, при которых функция $y = \operatorname{tg} x$ принимает отрицательные значения.

1.260. Верно ли, что $\operatorname{tg} x > 0$, если:
а) $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$; б) $x \in \left(-\frac{5\pi}{2}; -2\pi\right)$;
в) $x \in \left(\frac{5\pi}{2}; 3\pi\right)$; г) $x \in \left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$?

1.261. Определите знак выражения $\operatorname{tg}(-189°) \cdot \operatorname{tg}(-35°) \cdot \operatorname{tg} 197°$.

1.262. Используя свойства функции $y = \operatorname{tg} x$, сравните числа:
а) $\operatorname{tg}\frac{\pi}{7}$ и $\operatorname{tg}\frac{3\pi}{7}$; б) $\operatorname{tg}\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ и $\operatorname{tg}\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$.

1.263. Расположите в порядке возрастания числа $\operatorname{tg}(-0{,}5)$, $\operatorname{tg} 1{,}4$ и $\operatorname{tg} 0{,}3$.

1.264. С помощью графика функции $y = \operatorname{tg} x$ постройте график функции:
а) $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$; б) $y = \operatorname{tg} x - 1$.

1.265. Верно ли, что график функции $y = \operatorname{ctg} x$ проходит через точку:
а) $A\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$; б) $B\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$; в) $C\left(-\frac{\pi}{4}; 1\right)$; г) $D(\pi; -1)$?

1.266. С помощью графика функции $y = \operatorname{ctg} x$ определите, верно ли, что:
а) при значении аргумента, равном $\frac{3\pi}{2}$, значение функции равно 0;
б) числа -2π; π являются нулями функции;
в) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$.

1.267. Найдите несколько значений аргумента, при которых функция $y = \operatorname{ctg} x$ принимает значение, равное $\sqrt{3}$.

1.268. Найдите область определения и множество значений функции:

а) $y = \operatorname{ctg} 5x$; б) $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{3}$.

1.269. Используя свойство периодичности функции $f(x) = \operatorname{ctg} x$, найдите:

а) $\operatorname{ctg} \frac{19\pi}{6}$; б) $\operatorname{ctg} \frac{21\pi}{4}$; в) $\operatorname{ctg} \frac{28\pi}{3}$; г) $\operatorname{ctg} \frac{11\pi}{2}$.

1.270. Используя свойство нечетности функции $f(x) = \operatorname{ctg} x$, найдите:

а) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)$; б) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$.

1.271. Используя свойства функции $f(x) = \operatorname{ctg} x$, найдите:

а) $f\left(-\frac{49\pi}{2}\right)$; б) $f\left(-\frac{37\pi}{6}\right)$; в) $f\left(-\frac{9\pi}{4}\right)$.

1.272. Из чисел $-\frac{11\pi}{2}$; -5π; $-\frac{3\pi}{2}$; $-\pi$; $-\frac{\pi}{3}$; 0; 3π; $\frac{9\pi}{2}$ выберите нули функции $f(x) = \operatorname{ctg} x$.

1.273. Из чисел $-\frac{5\pi}{3}$; $-\frac{3\pi}{4}$; $-\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{8}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{2\pi}{3}$; $\frac{3\pi}{2}$ выберите значения аргумента, при которых функция $y = \operatorname{ctg} x$ принимает положительные значения.

1.274. Верно ли, что $\operatorname{ctg} x < 0$, если:

а) $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$; б) $x \in \left(-\frac{5\pi}{2}; -2\pi\right)$;

в) $x \in \left(\frac{5\pi}{2}; 3\pi\right)$; г) $x \in \left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$?

1.275. Определите знак выражения $\operatorname{ctg}\left(-\frac{5\pi}{7}\right) \cdot \operatorname{ctg} \frac{13\pi}{7}$.

1.276. Используя свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$, сравните числа:

а) $\operatorname{ctg} 20°$ и $\operatorname{ctg} 130°$; б) $\operatorname{ctg}(-125°)$ и $\operatorname{ctg}(-100°)$.

1.277. Расположите в порядке убывания числа $\operatorname{ctg} 1$, $\operatorname{ctg} 3$ и $\operatorname{ctg} 2$.

1.278. Постройте график функции $y = \operatorname{ctg}\left(x - \frac{5\pi}{6}\right)$. Пользуясь графиком, определите: а) нули функции; б) промежутки убывания и возрастания функции; в) промежутки знакопостоянства функции.

1.279. Верно ли, что график функции $y = \operatorname{tg} x$ проходит через точку:

а) $A\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$; б) $B(2\pi; 0)$; в) $C\left(\frac{\pi}{2}; -1\right)$?

1.280. С помощью графика функции $y = \operatorname{tg} x$ определите, верно ли, что: а) при значении аргумента, равном $-\pi$, значение функции равно 0; б) число $\frac{\pi}{2}$ является нулем функции; в) $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 1$.

1.281. Найдите несколько значений аргумента, при которых функция $y = \operatorname{tg} x$ принимает значение, равное $\sqrt{3}$.

1.282. Найдите область определения и множество значений функции:

а) $y = \operatorname{tg} 2x$; б) $y = \operatorname{tg}\frac{x}{8}$.

1.283. Используя свойство периодичности функции $f(x) = \operatorname{tg} x$, найдите:

а) $\operatorname{tg}\frac{4\pi}{3}$; б) $\operatorname{tg}\frac{17\pi}{4}$; в) $\operatorname{tg}\frac{19\pi}{6}$; г) $\operatorname{tg} 7\pi$.

1.284. Используя свойство нечетности функции $f(x) = \operatorname{tg} x$, найдите:

а) $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)$; б) $\operatorname{tg}(-3\pi)$.

1.285. Используя свойства функции $f(x) = \operatorname{tg} x$, найдите:

а) $f(-5\pi)$; б) $f\left(-\frac{21\pi}{4}\right)$; в) $f\left(-\frac{19\pi}{3}\right)$.

1.286. Верно ли, что нулями функции $f(x) = \operatorname{tg} x$ являются числа:

а) 2π; б) $\frac{5\pi}{2}$; в) -9π; г) $\frac{\pi}{2}$; д) $-\frac{9\pi}{2}$; е) 11π?

1.287. Определите знак выражения $\operatorname{tg}(-1) \cdot \operatorname{tg} 0{,}5 \cdot \operatorname{tg} 1$.

1.288. Используя свойства функции $y = \operatorname{tg} x$, сравните числа $\operatorname{tg}\frac{\pi}{5}$ и $\operatorname{tg}\frac{4\pi}{9}$.

1.289. Расположите в порядке убывания числа $\operatorname{tg}(-37°)$, $\operatorname{tg} 67°$ и $\operatorname{tg} 23°$.

1.290. С помощью графика функции $y = \operatorname{tg} x$ постройте график функции:

а) $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$; б) $y = \operatorname{tg} x + 2$.

1.291. Определите, принадлежит ли графику функции $y = \operatorname{ctg} x$ точка:

а) $A\left(-\frac{\pi}{4}; -1\right)$; б) $B\left(\frac{3\pi}{2}; 0\right)$; в) $C(2\pi; 0)$.

1.292. С помощью графика функции $y = \operatorname{ctg} x$ определите, верно ли, что: а) при значении аргумента, равном π, значение функции равно 0; б) число $\frac{5\pi}{2}$ является нулем функции; в) $\operatorname{ctg}\frac{3\pi}{4} = 1$.

1.293. Найдите несколько значений аргумента, при которых функция $y = \operatorname{ctg} x$ принимает значение, равное 1.

1.294. Найдите область определения и множество значений функции:

а) $y = \operatorname{ctg} 8x$; б) $y = \operatorname{ctg}\frac{x}{2}$.

1.295. Используя свойство периодичности функции $f(x) = \operatorname{ctg} x$, найдите:

а) $\operatorname{ctg}\frac{7\pi}{3}$; б) $\operatorname{ctg}\frac{31\pi}{6}$; в) $\operatorname{ctg}\frac{13\pi}{4}$; г) $\operatorname{ctg}\frac{19\pi}{2}$.

Верно ли, что число 7π является периодом данной функции?

1.296. Используя свойство нечетности функции $f(x) = \operatorname{ctg} x$, найдите:

а) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)$; б) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$; в) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{2}\right)$; г) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

1.297. Используя свойства функции $f(x) = \operatorname{ctg} x$, найдите:

а) $f(-7{,}5\pi)$; б) $f\left(-\frac{19\pi}{3}\right)$; в) $f\left(-\frac{25\pi}{4}\right)$.

1.298. Верно ли, что нулями функции $f(x) = \operatorname{ctg} x$ являются числа:

а) $\frac{\pi}{2}$; б) 5π; в) $-\frac{9\pi}{2}$; г) π; д) -7π; е) $\frac{11\pi}{2}$?

1.299. Определите знак выражения $\operatorname{ctg}\left(-\frac{11\pi}{6}\right)\cdot\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{5}\right)\cdot\operatorname{ctg}\frac{\pi}{7}$.

1.300. Используя свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$, сравните числа $\operatorname{ctg}(-100°)$ и $\operatorname{ctg}(-30°)$.

1.301. Расположите в порядке возрастания числа $\operatorname{ctg} 1$, $\operatorname{ctg} 0{,}5$ и $\operatorname{ctg} 2$.

1.302. С помощью графика функции $y = \operatorname{ctg} x$ постройте график функции:

а) $y = \operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$; б) $y = \operatorname{ctg} x - 1$.

1.303. Постройте график функции $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$. Пользуясь графиком, определите: а) нули функции; б) промежутки убывания и возрастания функции; в) промежутки знакопостоянства функции.

1.304. Не вычисляя корней x_1 и x_2 уравнения $x^2 + 13x - 15 = 0$, найдите значение выражения $\frac{x_1 + x_2}{4x_1x_2}$.

1.305. Упростите выражение:

а) $6\sqrt{7} - \sqrt{28}$; б) $\left(\sqrt{20} - \sqrt{5}\right)^2$;

в) $-\sqrt{2}\cdot\left(5\sqrt{2} + \sqrt{18}\right)$; г) $\left(\sqrt{27} - \sqrt{75}\right):\left(2\sqrt{3}\right)$.

1.306. Решите систему неравенств $\begin{cases} x - \frac{x}{4} \leqslant 2, \\ \frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} < 1. \end{cases}$

1.307. В геометрической прогрессии $b_1 = 0{,}125$, $q = 2$. Найдите b_{10} и S_{10}.