2.181. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\dfrac{14}{\left(\sqrt[4]{10}-\sqrt[4]{3}\right)\left(\sqrt{10}+\sqrt{3}\right)}$; б)* $\dfrac{12}{\sqrt[4]{5}-1}$.

2.182. Найдите значение выражения:

а) $\dfrac{5}{\sqrt[4]{7}-\sqrt[4]{2}}+\dfrac{5}{\sqrt[4]{7}+\sqrt[4]{2}}$; б)* $\dfrac{\sqrt[3]{\left(6+\sqrt{35}\right)^2}}{\sqrt[3]{\sqrt{35}-6}}+\sqrt{35}$.

2.183. Найдите значение аргумента, при котором значение функции $g(x) = 1 - x^2$ равно:

а) 0; б) 0,19; в) 1.

2.184. Для функции $h(x) = \sqrt{9-2x}$ найдите, если это возможно:

а) $h(0)$; б) $h(2,5)$; в) $h(-20)$; г) $h(5)$.

2.185. Найдите, во сколько раз и на сколько порядков число $1,2 \cdot 10^{10}$ больше числа $3 \cdot 10^7$.

2.186. Решите уравнение $1-\dfrac{2x^2-x-45}{5-x}=0$.

2.187. Точка P_α единичной окружности имеет координаты $P_\alpha\left(\dfrac{1}{3};\ -\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right)$. Найдите значения $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\mathrm{tg}\,\alpha$ и $\mathrm{ctg}\,\alpha$.

2.188. Используйте метод интервалов и решите неравенство:

а) $(x+2)(x+5)^2(2x-7) \leqslant 0$; б) $(x^2-6x+5)(x^2-1) \geqslant 0$.

§ 16. Свойства и график функции $y = \sqrt[n]{x}$ $(n > 1,\ n \in N)$

2.189. Выберите точку, принадлежащую графику функции $y = \sqrt{x}$:

а) (3; 9); б) (16; 4); в) (9; –3); г) (16; –4).

2.190. Найдите область определения функции $y = \sqrt{(x-5)(-x-3)}$.

2.191. Множеством значений функции $y = 2\sqrt{x}+5$ является промежуток:

а) $(0;\ +\infty)$; б) $[0;\ +\infty)$; в) $[5;\ +\infty)$; г) $(0;\ 5)$; д) $(5;\ +\infty)$.

Выберите правильный ответ.

Зависимость, при которой каждому неотрицательному числу ставится в соответствие значение корня заданной четной степени, задает функцию $y = \sqrt[n]{x}$, где n — четное число.

Действительно, по свойствам арифметического корня существует единственный арифметический корень четной степени из неотрицательного числа, значит, каждому неотрицательному x соответствует единственное значение $y = \sqrt[n]{x}$.

При $n = 2$ функция принимает вид $y = \sqrt{x}$, свойства которой рассматривались в 8-м классе.

Для любого действительного числа существует единственный корень нечетной степени (по свойствам корня нечетной степени).

Рассмотрим свойства функции $y = \sqrt[n]{x}$ для четных и нечетных показателей корня.

Функция $y = \sqrt[2k]{x}$, где $k \in N$

1. Область определения функции. По свойству арифметического корня $D = [0; +\infty)$.

2. Множество значений функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. По определению арифметического корня из числа: $y \geqslant 0$ и $y^{2k} = x$. По свойству степени с натуральным показателем для любого $y \in [0; +\infty)$ существует значение $y^{2k} = x$, $x \geqslant 0$, т. е. множеством значений функции $y = \sqrt[2k]{x}$, $k \in N$, является множество неотрицательных чисел: $E(y) = [0; +\infty)$.

При $x = 0$ функция принимает наименьшее значение $y = 0$. Наибольшего значения у функции не существует.

3. Нули функции. Так как $y = 0$, т. е. $\sqrt[2k]{x} = 0$, при $x = 0$, то значение $x = 0$ является единственным нулем функции.

4. Промежутки знакопостоянства функции. $y > 0$ при всех $x \in (0; +\infty)$.

5. Промежутки монотонности функции. Функция возрастает на всей области определения.

Действительно, если $0 \leqslant x_1 < x_2$, то $\sqrt[2k]{x_1} < \sqrt[2k]{x_2}$. В противном случае $\sqrt[2k]{x_1} \geqslant \sqrt[2k]{x_2}$ или $\left(\sqrt[2k]{x_1}\right)^{2k} \geqslant \left(\sqrt[2k]{x_2}\right)^{2k}$, т. е. $x_1 \geqslant x_2$. Противоречие доказывает утверждение.

6. Четность (нечетность) функции. Так как область определения функции не симметрична относительно начала координат, то функция не является четной и не является нечетной.

7. График функции. Графики функций $y = \sqrt[n]{x}$ при $n = 2$, $n = 4$, $n = 6$ изображены на рисунке 120.

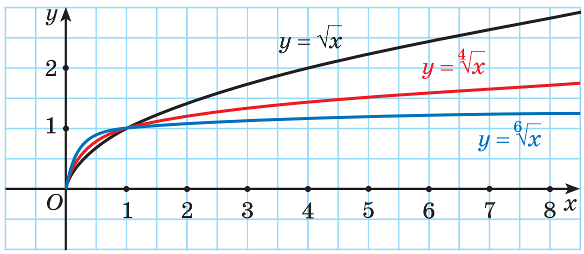

Рис. 120

Функция $y = \sqrt[2k+1]{x}$, где $k \in N$

1. Область определения функции. По свойству корня нечетной степени $D = (-\infty; +\infty)$.

2. Множество значений функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. По определению корня $y^{2k+1} = x$. По свойству степени с натуральным показателем для любого $y \in (-\infty; +\infty)$ существует x. Таким образом, множеством значений функции $y = \sqrt[2k+1]{x}$, где $k \in N$, является множество всех действительных чисел: $E = (-\infty; +\infty)$.

Наибольшего и наименьшего значений у функции $y = \sqrt[2k+1]{x}$ не существует.

3. Нули функции. Так как $y = 0$, т. е. $\sqrt[2k+1]{x} = 0$, при $x = 0$, то значение $x = 0$ является единственным нулем функции.

4. Промежутки знакопостоянства функции. $y > 0$, если $x \in (0; +\infty)$; $y < 0$, если $x \in (-\infty; 0)$.

5. Промежутки монотонности функции. Функция возрастает на всей области определения.

Если $x_1 < x_2$, то $\sqrt[2k+1]{x_1} < \sqrt[2k+1]{x_2}$. В противном случае $\sqrt[2k+1]{x_1} \geqslant \sqrt[2k+1]{x_2}$ или $\left(\sqrt[2k+1]{x_1}\right)^{2k+1} \geqslant \left(\sqrt[2k+1]{x_2}\right)^{2k+1}$, т. е. $x_1 \geqslant x_2$. Противоречие доказывает утверждение.

6. Четность (нечетность) функции. Так как область определения функции $y = \sqrt[2k+1]{x}$ симметрична относительно начала координат и $y(-x) = \sqrt[2k+1]{-x} = -\sqrt[2k+1]{x} = -y(x)$, то функция является нечетной. Ее график симметричен относительно начала координат.

7. График функции. Графики функций $y = \sqrt[n]{x}$ при $n = 3$, $n = 5$ изображены на рисунке 121.

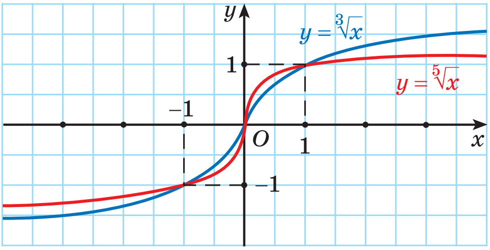

Рис. 121

Примеры основных заданий и их решения

1. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt[6]{2x^2 - 3x + 1}$; б) $y = \sqrt[3]{2x^2 - 3x + 1}$.

Решение. а) Так как область определения корня четной степени есть множество неотрицательных чисел, то подкоренное выражение должно быть неотрицательным. Решим неравенство $2x^2 - 3x + 1 \geqslant 0$, получим $x \in (-\infty; 0{,}5] \cup [1; +\infty)$. $D = (-\infty; 0{,}5] \cup [1; +\infty)$.

б) Так как область определения корня нечетной степени есть множество всех действительных чисел, то подкоренное выражение может принимать любые значения при $x \in (-\infty; +\infty)$. $D = (-\infty; +\infty)$.

2. Найдите множество значений функции:

а) $h(x) = 2\sqrt[8]{x} + 3$; б) $f(x) = \sqrt[5]{x} - 7$.

Решение. а) Множеством значений функции $y = \sqrt[8]{x}$ является промежуток $[0; +\infty)$, т. е. $\sqrt[8]{x} \geqslant 0$. По свойству неравенств: $2\sqrt[8]{x} \geqslant 0$, $2\sqrt[8]{x} + 3 \geqslant 3$, значит, $E(h) = [3; +\infty)$.

б) Множеством значений функции $y = \sqrt[5]{x}$ является множество всех действительных чисел $(-\infty; +\infty)$. Значит, и множеством значений функции $f(x) = \sqrt[5]{x} - 7$ является множество всех действительных чисел, т. е. $E(f) = (-\infty; +\infty)$.

3. Определите наименьшее значение функции $f(x) = 3\sqrt[6]{x} + 7$.

Решение. Так как функция $y = \sqrt[n]{x}$ для четных n имеет наименьшее значение, равное нулю, при $x = 0$, то $3\sqrt[6]{x} \geqslant 0$, а $3\sqrt[6]{x} + 7 \geqslant 7$. Следовательно, наименьшее значение данной функции равно 7 и достигается при $x = 0$.

4. Найдите нули функции:

а) $y = \sqrt[6]{2x^2 - 3x + 1}$; б) $y = \sqrt[7]{2 - x^2}$.

Решение. а) Так как значение корня n-й степени равно нулю, если его подкоренное выражение равно нулю, то решим уравнение $2x^2 - 3x + 1 = 0$. Его корни $x = 1$ и $x = 0,5$ являются нулями функции $y = \sqrt[6]{2x^2 - 3x + 1}$.

б) Так как значение корня n-й степени равно нулю, если его подкоренное выражение равно нулю, то решим уравнение $2 - x^2 = 0$. Его корни $x = \sqrt{2}$ и $x = -\sqrt{2}$ являются нулями функции $y = \sqrt[7]{2 - x^2}$.

5. Какие значения принимает функция на указанных промежутках:

а) $f(x) = \sqrt[5]{x}$, $x \in [1; 32]$; б) $g(x) = \sqrt[12]{x}$, $x \in [-2; 2]$;

в) $h(x) = \sqrt[12]{|x|}$, $x \in [-2; 2]$; г) $p(x) = \sqrt[3]{|x|}$, $x \in (-\infty; +\infty)$?

Решение. а) Так как $\sqrt[5]{x} \geqslant 0$ для $[0; +\infty)$, то $f(x)$ принимает положительные значения для $x \in [1; 32]$.

б) Так как $D(\sqrt[12]{x}) = [0; +\infty)$, то функция $g(x)$ не определена для отрицательных значений x из промежутка $[-2; 2]$.

в) Так как $|x| \geqslant 0$, то функция $h(x) = \sqrt[12]{|x|}$ принимает неотрицательные значения для $x \in [-2; 2]$.

г) Так как $|x| \geqslant 0$, то функция $p(x) = \sqrt[3]{|x|}$ принимает неотрицательные значения для $x \in (-\infty; +\infty)$.

6. Расположите числа $\sqrt{6}$; $2\sqrt[6]{3}$; $\sqrt[3]{15}$ в порядке возрастания.

Решение. Запишем числа $\sqrt{6}$; $2\sqrt[6]{3}$; $\sqrt[3]{15}$ в виде корней с одинаковыми показателями:

$$\sqrt{6} = \sqrt[6]{6^3} = \sqrt[6]{216};\quad 2\sqrt[6]{3} = \sqrt[6]{2^6 \cdot 3} = \sqrt[6]{192};\quad \sqrt[3]{15} = \sqrt[6]{15^2} = \sqrt[6]{225}.$$

Поскольку функция $f(x) = \sqrt[6]{x}$ возрастает на промежутке $[0; +\infty)$, то $\sqrt[6]{192} < \sqrt[6]{216} < \sqrt[6]{225}$, значит, $2\sqrt[6]{3} < \sqrt{6} < \sqrt[3]{15}$.

7. Какой (четной или нечетной) является функция:

а) $f(x) = \sqrt[5]{x}$; б) $g(x) = \sqrt[12]{x}$;

в) $h(x) = \sqrt[12]{|x|}$; г) $p(x) = \sqrt[3]{|x|}$?

Решение. а) Функция $f(x) = \sqrt[5]{x}$ является нечетной, так как $y = \sqrt[n]{x}$ при нечетном n есть нечетная функция.

б) Функция $g(x) = \sqrt[12]{x}$ ни четная, ни нечетная, так как $y = \sqrt[n]{x}$ при четном n не является четной и не является нечетной функцией.

в) Так как область определения функции $h(x) = \sqrt[12]{|x|}$ есть множество всех действительных чисел и $h(-x) = h(x)$, то функция четная.

г) Так как область определения функции $p(x) = \sqrt[3]{|x|}$ есть множество всех действительных чисел и $p(-x) = p(x)$, то функция четная.

8. Постройте график функции:

а) $f(x) = \sqrt[4]{x} + 2$; б) $f(x) = \sqrt[4]{x+2}$.

Решение. а) График функции $f(x) = \sqrt[4]{x} + 2$ получается из графика функции $y = \sqrt[4]{x}$ сдвигом на 2 единицы вверх вдоль оси ординат (рис. 122).

б) График функции $f(x) = \sqrt[4]{x+2}$ получается из графика функции $y = \sqrt[4]{x}$ сдвигом на 2 единицы влево вдоль оси абсцисс (см. рис. 122).

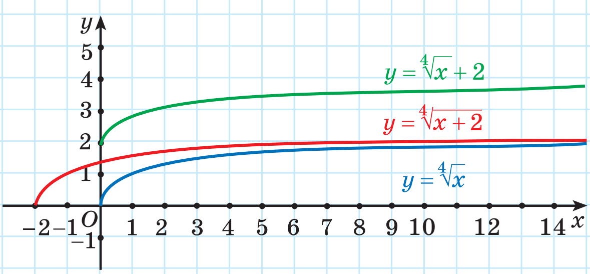

Рис. 122

9. Постройте график функции:

а) $g(x) = \sqrt[3]{x} - 2$; б) $g(x) = \sqrt[3]{x-2}$.

Решение. а) График функции $g(x) = \sqrt[3]{x} - 2$ получается из графика функции $y = \sqrt[3]{x}$ сдвигом на 2 единицы вниз вдоль оси ординат (рис. 123).

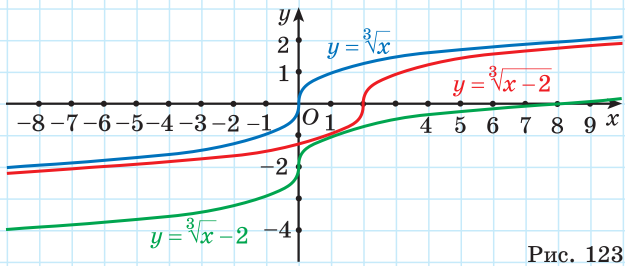

Рис. 123

б) График функции $g(x) = \sqrt[3]{x-2}$ получается из графика функции $y = \sqrt[3]{x}$ сдвигом на 2 единицы вправо вдоль оси абсцисс (см. рис. 123).

? Выберите значения переменной, входящие в область определения функции $y = \sqrt[2n]{x}$, $n \in N$:

а) 7,2; б) –14; в) $1 - \sqrt{2}$; г) $\sqrt{5} - 2$.

2.192. Для функции $f(x) = \sqrt[3]{x}$ найдите: $f(0)$; $f(1)$; $f(-8)$; $f\left(\frac{1}{216}\right)$; $f\left(-3\sqrt{3}\right)$.

2.193. Найдите значение функции $g(x) = \sqrt[4]{x-1}$ при значении аргумента, равном: 1; 2; $1\frac{1}{16}$; 82; 1,0625; 10.

2.194. Из чисел 3; -2; $\sqrt{3} - 2$; $5\sqrt[5]{5}$; $1 - \sqrt{7}$; 0 выберите числа, не принадлежащие области определения функции $y = \sqrt[10]{x}$.

2.195. Для функции $f(x) = \sqrt[6]{x}$ найдите значение аргумента, при котором значение функции равно: 0; 1; $\frac{1}{2}$; $\sqrt[6]{7}$; $\sqrt[3]{2}$.

2.196. Может ли функция $y = f(x)$ принимать значение, равное –15, если:

а) $f(x) = \sqrt[8]{x}$; б) $f(x) = \sqrt[5]{x}$?

2.197. Выберите точки, через которые проходит график функции $y = \sqrt[4]{x}$:

а) $A(16;\ 2)$; б) $B\left(\frac{1}{81};\ \frac{1}{3}\right)$; в) $C(-1;\ 1)$;

г) $D(0{,}0001;\ 0{,}1)$; д) $E(625;\ -5)$; е) $F\left(3;\ \sqrt[4]{3}\right)$.

Укажите еще какие-либо две точки, принадлежащие графику функции $y = \sqrt[4]{x}$.

2.198. Дана функция $y = \sqrt[n]{x}$. Найдите n, если известно, что график данной функции проходит через точку:

а) $A\left(-\frac{1}{32};\ -\frac{1}{2}\right)$; б) $B(0{,}0081;\ 0{,}3)$; в) $C\left(7\sqrt{7};\ \sqrt{7}\right)$.

2.199. Найдите область определения функции:

а) $f(x) = \sqrt[4]{2 - 7x}$; б) $f(x) = \frac{3}{\sqrt[5]{5 - 6x}}$;

в) $f(x) = \frac{8}{\sqrt[6]{2x^2 - 5x + 2}}$; г) $f(x) = \sqrt[4]{\frac{x - 1}{x - 5}}$.

2.200. Найдите область определения функции:

а) $f(x) = \frac{\sqrt[4]{x - 1}}{\sqrt[4]{x - 5}}$; б) $f(x) = \frac{x - 2}{\sqrt[7]{10 - x}} + \sqrt[6]{x + 4}$;

в) $f(x) = \sqrt[6]{x^2 - 3x + 2} + \sqrt[10]{4 - x^2}$; г) $f(x) = \frac{\sqrt[5]{x - 4}}{\sqrt[4]{x^2 - 49}}$;

д) $f(x) = \sqrt[6]{x^2(x - 1)(x + 2)}$; е) $f(x) = \sqrt[4]{x^4 - 25x^2} - \sqrt{5x - x^2}$.

Укажите наименьшее целое значение аргумента из области определения этой функции, если оно существует.

2.201. Найдите множество значений функции:

а) $y = \sqrt[4]{x} + 5$; б) $y = -\sqrt[8]{x} - 4$; в) $y = \sqrt[5]{x} - 6$; г) $y = -4\sqrt[6]{x} + 5$.

2.202. Найдите наименьшее значение функции:

а) $f(x) = \sqrt[6]{x} - 4$; б) $f(x) = \sqrt[4]{x - 7} + 12$;

в) $f(x) = \sqrt[10]{2x - 7} - 3$; г) $f(x) = 3\sqrt[8]{x} + 5$.

2.203. Найдите нули функции:

а) $f(x) = \sqrt[4]{3x - 4}$; б) $f(x) = \sqrt[7]{8 - 5x}$;

в) $f(x) = \sqrt[6]{x^2 - 4x + 3}$; г) $f(x) = \sqrt[5]{36 - x^2}$.

2.204. Верно ли, что:

а) функция $f(x) = \sqrt[6]{x}$ на промежутке $[7;\ +\infty)$ принимает положительные значения;

б) функция $f(x)=\sqrt[3]{x}$ на промежутке [–11; –1] принимает отрицательные значения;

в) функция $f(x)=\sqrt[10]{x}$ на промежутке [0; 7] принимает только положительные значения;

г) функция $f(x)=\sqrt[7]{x}$ принимает отрицательные значения при любых $x<0$?

2.205. Дана функция $f(x)=\sqrt[n]{x}$. Сравните:

а) $f(6)$ и $f(11)$; б) $f(29{,}18)$ и $f(31{,}9)$.

2.206. Используйте свойство монотонности функции $f(x)=\sqrt[n]{x}$ и сравните числа:

а) $\sqrt[3]{2{,}3}$ и $\sqrt[3]{2{,}9}$; б) $\sqrt[7]{-17}$ и $\sqrt[7]{-13}$; в) 3 и $\sqrt[4]{79}$;

г) $\sqrt[3]{5}$ и $\sqrt[6]{28}$; д) $\sqrt[15]{65}$ и $\sqrt[5]{4}$; е) $2\sqrt[3]{3}$ и $3\sqrt[3]{2}$.

2.207. Найдите два последовательных целых числа, между которыми на координатной прямой находится число:

а) $\sqrt{2}$; б) $\sqrt[3]{7}$; в) $\sqrt[4]{19}$;

г) $\sqrt[3]{29}$; д) $-\sqrt[4]{83}$; е) $-\sqrt[3]{123}$.

2.208. Найдите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами:

а) 2 и $\sqrt[3]{129}$; б) $\sqrt[5]{-37}$ и $\sqrt[6]{71}$.

2.209. Сравните числа:

а) $\sqrt[3]{5}$ и $\sqrt{3}$; б) $\sqrt[9]{11}$ и $\sqrt[6]{5}$; в) $\sqrt[4]{3}$ и $\sqrt[6]{2\sqrt{7}}$; г) $\sqrt{3}$ и $\sqrt[3]{\sqrt{26}}$.

2.210. Расположите в порядке возрастания числа:

а) $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt{2}$ и $\sqrt[6]{5}$; б) $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[12]{3}$ и $\sqrt[4]{8}$;

в) $\sqrt[5]{3}$, $\sqrt[3]{2}$ и $\sqrt[5]{\sqrt[3]{30}}$; г) $\sqrt[15]{125}$, $\sqrt[5]{6}$ и $\sqrt[6]{4\sqrt[5]{4}}$.

2.211. Определите, какие из данных функций являются четными, а какие нечетными:

а) $f(x)=\sqrt[4]{x}$; б) $f(x)=\sqrt[15]{x}$; в) $f(x)=\sqrt[8]{|x|-1}$; г) $f(x)=\sqrt[9]{|x|+2}$.

Каким свойством обладает график нечетной функции?

2.212. Постройте график функции:

а) $g(x) = \sqrt[4]{x}$; б) $g(x) = -\sqrt[4]{x}$; в) $g(x) = \sqrt[4]{x+2}$;

г) $g(x) = \sqrt[4]{x} + 2$; д) $g(x) = \sqrt[4]{x-1} - 3$; е)* $g(x) = \sqrt[4]{|x|}$.

2.213. Постройте график функции:

а) $f(x) = \sqrt[3]{x}$; б) $f(x) = -\sqrt[3]{x}$; в) $f(x) = \sqrt[3]{x-3}$;

г) $f(x) = \sqrt[3]{x} - 3$; д) $f(x) = \sqrt[3]{x+2} + 1$; е)* $f(x) = \sqrt[3]{|x|}$.

2.214. Выберите прямые, которые пересекает график функции $h(x) = \sqrt[6]{x}$:

а) $y = 3x$; б) $y = -x + 2$; в) $y = 2x + 5$; г) $y = -4x - 3$.

2.215. В одной системе координат постройте графики функций и найдите координаты их общих точек:

а) $y = \sqrt[4]{x}$ и $y = \frac{32}{x}$; б) $y = \sqrt[3]{x}$ и $y = \frac{x}{4}$.

2.216*. Даны функции $f(x) = \sqrt[3]{x}$ и $g(x) = \sqrt{x}$. Найдите значение выражения:

а) $f(g(64))$; б) $g(f(0{,}000001))$.

2.217. Найдите значение функции $h(x) = \sqrt[6]{x}$ при значении аргумента, равном: 0; 1; 27; $\frac{1}{64}$; 0,000001.

2.218. Для функции $g(x) = \sqrt[5]{x} + 2$ найдите: $g(1)$; $g(-1)$; $g(0{,}00243)$; $g\left(\frac{1}{32}\right)$; $g\left(-25\sqrt{5}\right)$.

2.219. Для функции $f(x) = \sqrt[3]{x}$ найдите значение аргумента, при котором: $f(x) = 1$; $f(x) = -2$; $f(x) = \frac{1}{3}$; $f(x) = -\sqrt[3]{11}$.

2.220. Выберите точки, принадлежащие графику функции $y = \sqrt[4]{x}$:

а) $A(0;\ 0)$; б) $B(16;\ -2)$; в) $C(-10\,000;\ 10)$; г) $D(0{,}0625;\ 0{,}5)$.

2.221. Найдите область определения функции:

а) $f(x) = \sqrt[6]{8 - 3x}$; б) $f(x) = \frac{2}{\sqrt[7]{2x+3}}$;

в) $f(x) = \frac{10}{\sqrt[4]{3x^2 + 10x + 3}}$; г) $f(x) = \sqrt[8]{\frac{x+3}{x-6}}$.

2.222. Найдите область определения функции:

а) $f(x) = \dfrac{\sqrt[6]{x+8}}{\sqrt[6]{3-x}}$; б) $f(x) = \dfrac{x+5}{\sqrt[3]{3-x}} + \sqrt[4]{x+7}$;

в) $f(x) = \sqrt[8]{x^2 - 4x + 3} + \sqrt[4]{9 - x^2}$.

2.223. Найдите множество значений функции:

а) $y = \sqrt[6]{x} + 7$; б) $y = -\sqrt[4]{x} + 3$;

в) $y = \sqrt[3]{x} + 2$; г) $y = 3\sqrt[8]{x} - 6$.

Существует ли наименьшее значение этой функции?

2.224. Найдите наименьшее значение функции:

а) $f(x) = \sqrt[8]{x} + 2$; б) $f(x) = \sqrt[6]{x+7} - 10$;

в) $f(x) = \sqrt[8]{x-1} - 63$; г) $f(x) = 4\sqrt[10]{x} - 7$.

2.225. Найдите нули функции:

а) $f(x) = \sqrt[6]{2-7x}$; б) $f(x) = \sqrt[3]{7x+1}$;

в) $f(x) = \sqrt[4]{2x^2 - 5x + 2}$; г) $f(x) = \sqrt[7]{3x^2 + x}$.

2.226. Верно ли, что: а) функция $f(x) = \sqrt[8]{x}$ на промежутке $[-3; 0]$ принимает положительные значения; б) функция $f(x) = \sqrt[5]{x}$ принимает положительные значения при любых $x > 0$?

2.227. Пользуясь свойством монотонности функции $f(x) = \sqrt[n]{x}$, сравните числа:

а) $\sqrt[5]{1{,}8}$ и $\sqrt[5]{1{,}6}$; б) $\sqrt[3]{-19}$ и $\sqrt[3]{-23}$; в) 2 и $\sqrt[3]{7}$;

г) $\sqrt[4]{15}$ и 2; д) $\sqrt[3]{28}$ и 3; е) $\sqrt[15]{31}$ и $\sqrt[3]{2}$.

2.228. Найдите два последовательных целых числа, между которыми на координатной прямой находится число:

а) $\sqrt{5}$; б) $\sqrt[3]{23}$; в) $\sqrt[4]{629}$; г) $-\sqrt[5]{41}$.

2.229. Найдите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами:

а) -3 и $\sqrt[4]{89}$; б) $\sqrt[7]{-131}$ и $\sqrt[4]{79}$.

2.230. Сравните числа:

а) $\sqrt{2}$ и $\sqrt[3]{3}$; б) $\sqrt[12]{12}$ и $\sqrt[8]{5}$;

в) $\sqrt{3}$ и $\sqrt[5]{\sqrt{247}}$; г) $\sqrt[10]{7}$ и $\sqrt[5]{2\sqrt{2}}$.

2.231. Расположите в порядке убывания числа:

а) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}$ и $\sqrt[6]{6}$; б) $\sqrt[3]{6}, \sqrt[4]{10}$ и $\sqrt[3]{\sqrt{30}}$.

2.232. Определите, какие из данных функций являются четными, а какие нечетными:

а) $f(x) = \sqrt[8]{x}$; б) $f(x) = \sqrt[3]{x}$;

в) $f(x) = \sqrt[4]{|x| - 9}$; г) $f(x) = \sqrt[7]{|x| + 13}$.

Каким свойством обладает график четной функции?

2.233. Постройте график функции:

а) $g(x) = \sqrt[4]{x - 3}$; б) $g(x) = \sqrt[4]{x} - 1$; в) $g(x) = \sqrt[4]{x + 2} + 4$.

2.234. Постройте график функции:

а) $f(x) = \sqrt[3]{x - 2}$; б) $f(x) = \sqrt[3]{x} + 2$; в) $f(x) = \sqrt[3]{x + 1} - 3$.

2.235. Определите, пересекаются ли график функции $y = \sqrt[8]{x}$ и прямая:

а) $y = 1$; б) $y = \frac{1}{2}$; в) $y = -7$; г) $y = \sqrt[8]{13}$.

Если да, то найдите координаты точки пересечения.

2.236. В одной системе координат постройте графики функций $y = \sqrt[3]{x}$ и $y = x$, найдите координаты их общих точек.

2.237. Найдите значение выражения $6^{-1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} - 5^{-1} \cdot 25$.

2.238. Из данных уравнений выберите все уравнения, равносильные уравнению $\frac{x - 2}{x^2 - 4} = 0$:

а) $5x - 10 = 0$; б) $x^2 - x + 7 = 0$;

в) $3(x - 1) + 6 = 7x - 4(x + 2)$; г) $\frac{x}{x + 1} = 0$;

д) $x^2 + 9 = 0$.

2.239. При $a = -3$ не имеет смысла выражение:

а) $\sqrt{a + 3}$; б) $\sqrt{3 - a}$; в) $\sqrt{a - 3}$; г) $\sqrt{-a - 3}$.

Выберите правильный ответ.

2.240. Найдите наименьший положительный и наибольший отрицательный корни уравнения:

а) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = -1$; б) $\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = -1$.