учитывая, что плоскость проходит через точку K и перпендикулярна прямой:

а) DD_1; б) CD; в) C_1D; г) CD_1; д) BD.

Пространственное моделирование

При выполнении задания на определение вертикальности столба для забора (рис. 240) ученик проверил вертикальность первого из столбов, а дальше, измерив высоту первого и второго столбов и расстояние между ними снизу и сверху, сделал вывод о том, что и второй столб тоже вертикальный. Определите, обеспечивают ли полученные учеником сведения правильность его вывода. Ответ обоснуйте.

Рис. 240

§ 8. Расстояния

А) Пусть даны плоскость α и точка M вне её (рис. 241). Через точку M проведём прямую l, перпендикулярную плоскости α, и пусть A — точка пересечения прямой l с плоскостью α. Отрезок MA называется *перпендикуляром к плоскости*, проведённым из точки M, а точка A — *основанием перпендикуляра*.

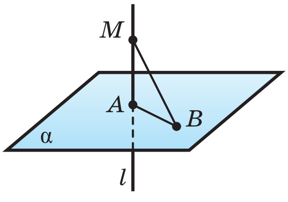

Рис. 241

Соединим точку M ещё с какой-либо точкой B плоскости α. Отрезок MB называется *наклонной к плоскости*, проведённой из точки M, а точка B — *основанием наклонной*. Отрезок AB называется *проекцией наклонной* на плоскость α.

Свойства перпендикуляра и наклонных

Если из одной точки вне плоскости проведены к этой плоскости две наклонные (рис. 242), то:

а) наклонные, имеющие равные проекции, равны между собой;

б) та наклонная больше, проекция которой больше;

в) равные наклонные имеют равные проекции;

г) бо́льшая наклонная имеет бо́льшую проекцию.

Свойства перпендикуляров и наклонных докажите самостоятельно, используя рисунок.

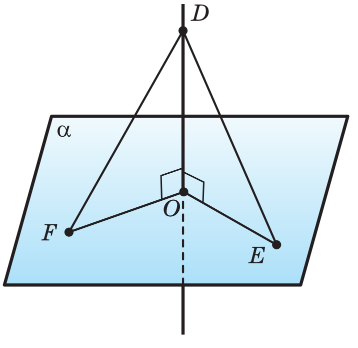

Рис. 242

Теорема 5. Перпендикуляр к плоскости, проведённый из некоторой точки, меньше любой наклонной к этой плоскости, проведённой из той же точки.

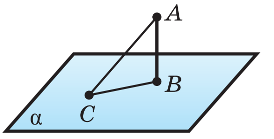

Рис. 243

Доказательство. Пусть отрезок AB на рисунке 243 — перпендикуляр, а отрезок AC — наклонная к плоскости α. Эти перпендикуляр и наклонная в прямоугольном треугольнике ABC являются соответственно катетом и гипотенузой. Поэтому $AB < AC$.

В соответствии с утверждением теоремы **5**, из всех расстояний от данной точки до различных точек данной плоскости наименьшим является расстояние, измеренное по перпендикуляру.

Б) Расстоянием от точки до плоскости называется длина перпендикуляра, проведённого из этой точки к плоскости.

Когда мы говорим, например, что уличный фонарь находится на высоте 8 м от земли, то подразумеваем, что расстояние от фонаря до поверхности земли, измеренное по перпендикуляру, проведённому от фонаря к плоскости земли, составляет 8 м (рис. 244).

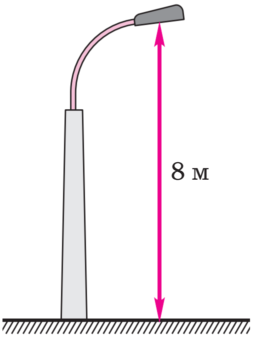

Рис. 244

Теорема 6. Расстояние от любой точки одной из параллельных плоскостей к другой плоскости одно и то же и равно длине их общего перпендикуляра.

Доказательство. Пусть даны параллельные плоскости α и β (рис. 245). Пусть A — какая-либо точка плоскости α, отрезок AA_1 — перпендикуляр, проведённый из точки A к плоскости β. Возьмём произвольную точку X плоскости α и проведём из неё перпендикуляр XX_1 к плоскости β. Тогда по теореме **1** прямые AA_1 и XX_1 параллельны, а по теореме **12** из параграфа **6** отрезки AA_1 и XX_1 равны друг другу. Это означает, что расстояние от любой точки X плоскости α до плоскости β равно отрезку AA_1. Поскольку отрезок AA_1 перпендикулярен плоскости β, то он является расстоянием от точки A_1 до плоскости α. Понятно, что расстояние от любой точки Y плоскости α до плоскости β равно отрезку AA_1.

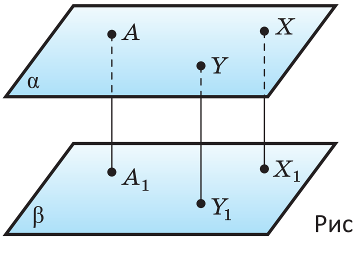

Рис. 245

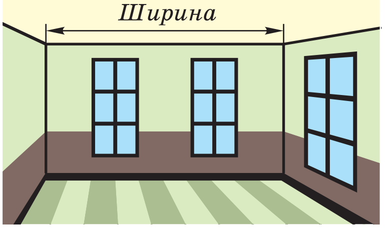

Рис. 246

Расстоянием между параллельными плоскостями называется длина перпендикуляра, проведённого из какой-либо точки одной плоскости к другой плоскости.

Все точки одной стены комнаты находятся на одинаковом расстоянии от противоположной стены (рис. 246). Это расстояние и есть ширина комнаты.

Теорема 7. Расстояние от любой точки прямой, параллельной плоскости, до этой плоскости одно и то же и равно перпендикуляру, проведённому из какой-либо точки прямой к плоскости.

Используя рисунок 247, проведите доказательство теоремы самостоятельно.

Расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью называется длина перпендикуляра, проведённого из какой-либо точки прямой к плоскости.

Все точки края стола находятся на одном расстоянии от пола (рис. 248). Это расстояние и есть высота стола.

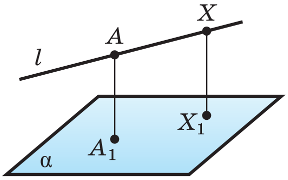

Рис. 247

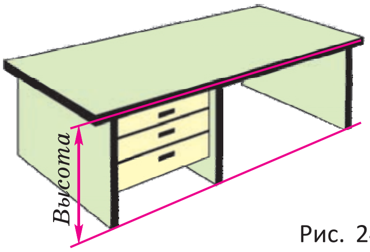

Рис. 248

Теорема 8. Две скрещивающиеся прямые имеют единственный общий перпендикуляр.

Доказательство. Пусть даны скрещивающиеся прямые a и b (рис. 249). Докажем, что на этих прямых можно выбрать такие точки A и B, что прямая AB перпендикулярна и прямой a, и прямой b.

Пусть α — плоскость, проходящая через прямую b параллельно прямой a. Возьмём на прямой a точку X и опустим перпендикуляр XY на плоскость α. Пусть β — плоскость, проходящая через пересекающиеся прямые a и XY. Обозначим a_1 — прямую, по которой пересекаются плоскости α и β. Поскольку $a_1 \parallel a$, то прямые a_1 и b пересекаются в некоторой точке B. В плоскости β опустим перпендикуляр BA на прямую a. Прямые AB и XY лежат в одной плоскости β и перпендикулярны прямой a. Поэтому $AB \parallel XY$ и $AB \perp \alpha$, значит, $AB \perp a$ и $AB \perp b$.

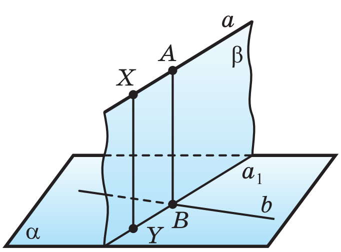

Рис. 249

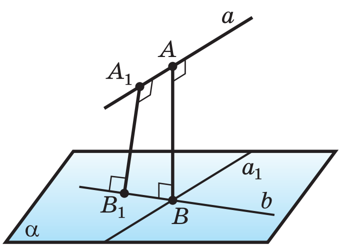

Рис. 250

Этим самым существование общего перпендикуляра скрещивающихся прямых обосновано. Докажем теперь его единственность.

Пусть скрещивающиеся прямые a и b имеют ещё один общий перпендикуляр A_1B_1, причём точка A_1 принадлежит прямой a, а точка B_1 — прямой b (рис. 250).

Точки A и A_1, B и B_1 совпадать не могут, так как из одной точки к прямой можно провести только один перпендикуляр. Поскольку $A_1B_1 \perp a$ и $A_1B_1 \perp b$, то прямая A_1B_1, как и прямая AB, перпендикулярна плоскости α, проходящей через прямую b параллельно прямой a. Поэтому $A_1B_1 \parallel AB$ и точки A_1, B_1, A, B принадлежат одной плоскости. Значит, и прямые AA_1 и BB_1 принадлежат одной плоскости. Получили противоречие с тем, что эти прямые скрещиваются.

Расстоянием между скрещивающимися прямыми называется длина их общего перпендикуляра.

Из доказательства теоремы **8** следует, что *расстояние между скрещивающимися прямыми равно расстоянию от любой точки одной из них до плоскости, содержащей другую прямую и параллельную первой.*

Чтобы найти расстояние между скрещивающимися прямыми, можно действовать по-разному.

а) Можно построить отрезок с концами на этих прямых, перпендикулярный им обеим, и найти его длину.

Пример 1. Найдём расстояние между прямыми, которые содержат ребро куба длиной a и диагональ грани, которая с этим ребром не имеет общих точек.

Решение. Пусть нужно найти расстояние между прямыми AB и A_1C_1 (рис. 251). Поскольку $AA_1 \perp AB$ и $AA_1 \perp A_1C_1$, то AA_1 — общий перпендикуляр скрещивающихся прямых AB и A_1C_1, а потому искомое расстояние равно ребру куба, т. е. a.

б) Можно построить плоскость, которая содержит одну из прямых и параллельна другой. Тогда искомое расстояние будет равно расстоянию от этой плоскости до другой прямой.

Пример 2. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ рёбра основания $ABCD$ равны 4, а боковые рёбра — 6. Найдём расстояние между прямыми BD и AM, где M — середина ребра SC.

Решение. Пусть O — центр квадрата $ABCD$. Через прямую BD проведём плоскость BDN, параллельную прямой AM (рис. 252). Поскольку плоскость SAC перпендикулярна прямой BD и содержит прямую AM, то перпендикуляр, опущенный из любой точки прямой AM на плоскость BDN, принадлежит плоскости SAC.

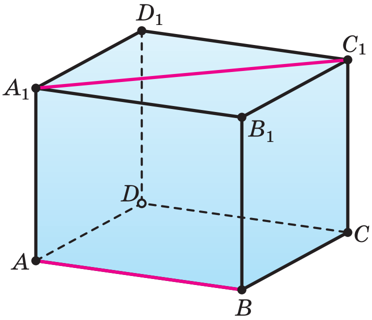

Рис. 251

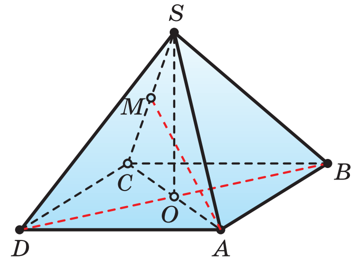

Рис. 252

Пусть K — такая точка на прямой AM, что $KO \perp AM$. Учитывая, что O — середина стороны AC треугольника ACM, получаем, что OK равно половине высоты треугольника ACM, проведённой к стороне AM. Поэтому $OK = \frac{1}{2} \cdot \frac{2S_{ACM}}{AM} = \frac{S_{SAC}}{2AM}$. Найдём площадь треугольника SAC и его медиану AM:

$$AC = 4\sqrt{2},\ SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{6^2 - \left(2\sqrt{2}\right)^2} = 2\sqrt{7},$$

$$S_{SAC} = 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{7} = 4\sqrt{14},\ AM = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2(AS^2 + AC^2) - SC^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2(36 + 32) - 36} = 5.\ \text{Теперь } OK = \frac{2\sqrt{14}}{5}.$$

Ответ: $\frac{2\sqrt{14}}{5}$.

в) Можно построить две параллельные плоскости, каждая из которых содержит одну из скрещивающихся прямых и параллельна другой. Тогда искомое расстояние будет равно расстоянию между этими плоскостями.

Пример 3. Найдём расстояние между прямыми, содержащими непересекающиеся диагонали двух смежных граней куба с ребром a.

Решение. Пусть нужно найти расстояние между прямыми AB_1 и A_1C_1 (рис. 253). Плоскость, которая содержит A_1C_1 и параллельна AB_1, пересекает грань CC_1D_1 по прямой, параллельной AB_1, т. е. по прямой C_1D, а грань DAA_1 — по прямой DA_1. Рассуждая так же, получаем, что плоскость, которая содержит AB_1 и параллельна A_1C_1, пересекает грань $ABCD$ по прямой AC, а грань BCC_1 — по прямой B_1C.

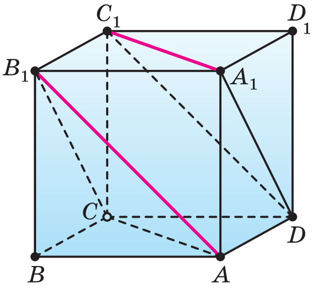

Рис. 253

Диагональ BD_1 куба как прямая плоскости BB_1D_1D образует прямой угол с прямыми AC и A_1C_1, которые перпендикулярны этой плоскости, а как прямая плоскости BAD_1C_1 образует прямой угол с прямыми B_1C и A_1D, которые перпендикулярны этой плоскости. Поэтому прямая BD_1 перпендикулярна как плоскости AB_1C, так и параллельной ей плоскости A_1C_1D.

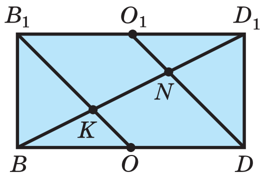

Рис. 254

Плоскость BDD_1 пересекается с плоскостями AB_1C и A_1C_1D по прямым B_1O и DO_1, где O и O_1 — центры граней $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ (рис. 254), прямая BD_1 пересекает плоскости AB_1C и A_1C_1D в точках K и N на прямых B_1O и DO_1. Поскольку $B_1O \parallel DO_1$, то по теореме Фалеса $BK = KN$ и $KN = ND_1$. Поэтому общий перпендикуляр KN плоскостей AB_1C и A_1C_1D имеет длину $\frac{BD_1}{3}$, т. е. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ответ: $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Диагональ куба делится плоскостью треугольника, сторонами которого служат диагонали граней куба, имеющие с рассматриваемой диагональю куба общую точку, в отношении $1 : 2$.

г) Можно построить плоскость, перпендикулярную одной из скрещивающихся прямых, и построить проекцию на неё другой прямой. Тогда искомое расстояние будет равно длине перпендикуляра, опущенного из точки, являющейся проекцией первой прямой на построенную плоскость, на проекцию другой прямой.

Пример 4. В четырёхугольной пирамиде $QABCD$ все рёбра равны a. Найдём расстояние между скрещивающимися рёбрами AB и QC (рис. 255).

Решение. Из теоремы **8** следует, что на прямых AB и QC есть такие точки X и Y, что прямая XY перпендикулярна как прямой AB, так и прямой QC, и, вместе с этим, плоскости, проходящей через одну из этих прямых параллельно другой.

Пусть α — плоскость, проходящая через точку Q перпендикулярно прямой AB. Она проходит через середины M и N рёбер AB и CD. Тогда $XY \parallel \alpha$, и проекцией отрезка XY на плоскость α будет отрезок, равный XY.

Определим, в какие точки спроектируются точки X и Y. Поскольку $AB \perp \alpha$, то вся прямая AB проектируется в точку M. Значит, точка X проектируется в точку M.

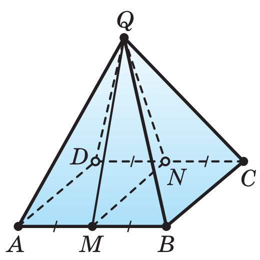

Рис. 255

Поскольку точки Q и C проектируются в точки Q и N соответственно, то прямая QC проектируется в прямую QN. Учтём также, что прямая QN принадлежит плоскости, параллельной прямой AB. Поэтому искомая проекция отрезка XY — перпендикуляр к прямой QN, проведённый из точки M.

Длину d этого перпендикуляра найдём, используя площадь равнобедренного треугольника QMN с основанием a и боковыми сторонами $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Получим $\frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot d$, откуда $d = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Ответ: $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

?

1. Какой отрезок называется перпендикуляром к плоскости? Какая точка называется основанием перпендикуляра?

2. Какой отрезок называется наклонной к плоскости? Какая точка называется основанием наклонной?

3. Сформулируйте утверждение о сравнении длин перпендикуляра и наклонной к плоскости, проведённых из одной точки.

4. Что называется расстоянием от точки до плоскости?

5. Сформулируйте утверждение о расстоянии от любой точки одной из параллельных плоскостей к другой плоскости.

6. Что называется расстоянием между параллельными плоскостями?

7. Сформулируйте утверждение о расстоянии до плоскости от любой точки прямой, параллельной этой плоскости.

8. Что называется расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью?

9. Сформулируйте утверждение об общем перпендикуляре двух скрещивающихся прямых.

10. Что называется расстоянием между скрещивающимися прямыми?

11. Укажите, в чём отличие:

а) перпендикуляра к плоскости и прямой, перпендикулярной плоскости;
б) наклонной к плоскости и прямой, пересекающей плоскость.

12. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (рис. 256). Назовите проекцию прямой:

а) AD на плоскость BB_1C;
б) AD на плоскость DD_1C_1;
в) AD_1 на плоскость ABC.

13. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (см. рис. 256). Назовите отрезок, длина которого выражает расстояние между точкой A и прямой:

а) BC; в) CC_1;
б) A_1B_1; г) D_1C_1.

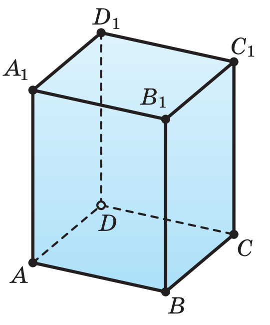

Рис. 256

Задача 1. Точка M отстоит на 40 см от каждой вершины правильного треугольника ABC со стороной 60 см. Найдите расстояние от точки M до плоскости ABC.

Решение. $MD \perp (ABC)$ и ABC — правильный треугольник, поэтому D — центр окружности, описанной около треугольника ABC, и AD — её радиус (рис. 257).

$AD = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \frac{60}{\sqrt{3}} = 20\sqrt{3}$ (см).

$MD \perp (ABC)$, поэтому $\triangle ADM$ — прямоугольный.

Тогда

$$MD = \sqrt{AM^2 - AD^2} = \sqrt{40^2 - \left(20\sqrt{3}\right)^2} = 20 \text{ (см)}.$$

Ответ: 20 см.

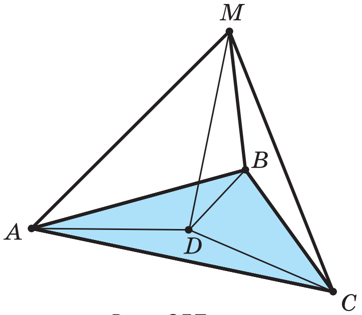

Рис. 257

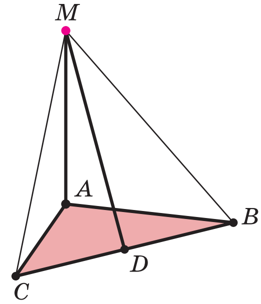

Рис. 258

Задача 2. Из вершины A равнобедренного треугольника ABC с основанием BC возведён перпендикуляр AM, и точка M соединена с серединой D этого основания (рис. 258). Докажите, что прямые MD и BC перпендикулярны.

Решение. AM — перпендикуляр к плоскости ABC, поэтому AB и AC — проекции наклонных MB и MC на (ABC).

ABC — равнобедренный треугольник с основой BC, поэтому $AB = AC$.

AB и AC — проекции наклонных MB и MC на (ABC) и $AB = AC$, поэтому $MB = MC$.

$MB = MC$ и D — середина BC, поэтому $MD \perp BC$.

248. Из точки A к плоскости α проведены четыре равные наклонные AX, AY, AZ, AT. Будут ли точки X, Y, Z, T принадлежать одной окружности, центром которой является проекция O точки A на плоскость α?

249. Из одной точки проведены к плоскости перпендикуляр и наклонная, угол между которыми равен β. Найдите:

а) наклонную и её проекцию на данную плоскость, если перпендикуляр равен d;
б) перпендикуляр и проекцию наклонной, учитывая, что наклонная равна m.

250. Точка K принадлежит прямой p, проходящей через вершину A прямоугольника $ABCD$ и перпендикулярной его плоскости. Учитывая, что $KD = 6$ см, $KB = 7$ см, $KC = 9$ см, найдите расстояние:

а) от точки K до плоскости прямоугольника $ABCD$;
б*) между прямыми AK и CD.

251. Из точки к плоскости проведены две наклонные длиной 2 м каждая. Найдите расстояние от точки до плоскости, учитывая, что наклонные образуют угол в $60°$, а их проекции перпендикулярны.

252. Длина перпендикуляра PQ из точки P к плоскости равна 1, а длина наклонных PA и PB к этой же плоскости равна 2. Точка C — середина отрезка AB. Найдите QC, учитывая, что:

а) $\angle APB = 90°$; б) $\angle APB = \beta$.

253. Из точки к плоскости проведены две наклонные длиной 10 см и 17 см, проекции которых отличаются на 9 см. Найдите эти проекции.

254. Из точки к плоскости проведены две наклонные. Найдите длину наклонных, учитывая, что:
а) одна из них на 14 см больше другой, а проекции наклонных равны 16 см и 40 см;
б) наклонные относятся как $1 : 2$, а проекции наклонных равны 10 см и 70 см.

255. Из вершины B тупого угла параллелограмма $ABCD$ к его плоскости возведён перпендикуляр BH. Найдите стороны параллелограмма, учитывая, что $AH = 5$ см, $HD = HC = 8{,}5$ см, $AC = 1{,}5\sqrt{33}$ см.

256. Из вершины B квадрата $ABCD$ к его плоскости возведён перпендикуляр QB. Найдите площадь треугольника QAD, учитывая, что $QB = 24$ см, $AB = 18$ см.

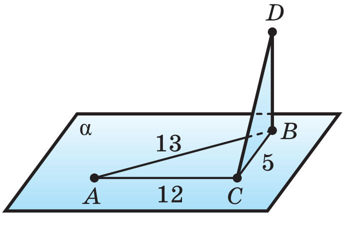

Рис. 259

257*. Стороны AB, AC, BC треугольника ABC соответственно равны 13, 12 и 5, а отрезок BD перпендикулярен плоскости этого треугольника (рис. 259). Докажите, что прямые CD и AC перпендикулярны.

258. Дан прямоугольный параллелепипед $PQRSP_1Q_1R_1S_1$ (рис. 260). Назовите отрезки, длина которых выражает расстояние между параллельными плоскостями:

а) $PQRS$ и $P_1Q_1R_1S_1$; в) PP_1S_1S и QQ_1R_1R.
б) PP_1Q_1Q и SS_1R_1R;

259. Дан прямоугольный параллелепипед $PQRSP_1Q_1R_1S_1$ (см. рис. 260). Назовите отрезки, длина которых выражает расстояние между параллельными прямой и плоскостью:

а) PQ и $P_1Q_1R_1S_1$; б) PQ_1 и SS_1R_1R; в) PR и $P_1Q_1R_1S_1$.

260*. Дан прямоугольный параллелепипед $PQRSP_1Q_1R_1S_1$ (см. рис. 260). Назовите отрезки, длина которых выражает расстояние между скрещивающимися прямыми:

а) PQ и SS_1; б) PQ_1 и SS_1; в) PR и P_1S_1.

261*. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все рёбра равны a. Найдите расстояния между прямой AB (рис. 261) и прямой:

а) B_1C_1; б) B_1D_1; в) A_1D_1; г) C_1D_1; д) F_1E_1; е) D_1F_1.

262. Концы отрезка длиной 100 см принадлежат параллельным плоскостям, расстояние между которыми равно 80 см. Найдите проекции отрезка на каждую плоскость.

263. Есть две параллельные плоскости. Из двух точек одной из них проведены наклонные к другой плоскости длиной 37 см и 125 см, причём проекция первой наклонной на одну из плоскостей равна 12 см. Найдите проекцию второй наклонной.

264. Отрезок AD длиной 12 см перпендикулярен плоскости равнобедренного треугольника ABC с основанием BC и боковой стороной, равными 6 см и 5 см соответственно. Определите, на каких расстояниях от прямой BC находятся концы отрезка AD.

265*. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все рёбра равны a. Найдите расстояние между прямой BC_1 (рис. 262) и прямой:

а) A_1D_1; б) F_1E_1; в) A_1F_1; г) A_1D; д) F_1E; е) A_1F.

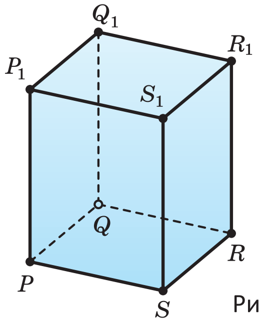

Рис. 260

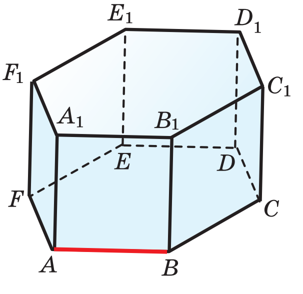

Рис. 261

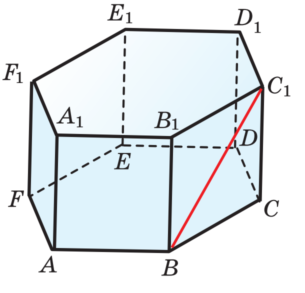

Рис. 262

266*. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно a. Найдите расстояние между прямыми:

а) AB_1 и CD_1; б) AC и BB_1; в) A_1D и C_1A.

267. Через вершину A треугольника ABC параллельно прямой BC проведена плоскость γ, и из точек B и C на плоскость γ опущены перпендикуляры BB_1 и CC_1. Найдите площадь треугольника ABC, учитывая, что $\angle B_1AC_1 = 90°$, $AB_1 = 12$ см, $AC = 5\sqrt{2}$ см, а расстояние между прямой BC и плоскостью γ равно 5 см.

268. В плоскости δ проведены две параллельные прямые MN и KL, отстоящие на a, а вне плоскости δ выбрана точка C, отстоящая от MN на b и от KL на c. Найдите расстояние от точки C до плоскости δ, учитывая, что $a = 66$, $b = c = 65$.

269. Через одну из сторон ромба проведена плоскость, отстоящая от противоположной стороны ромба на 8 см. Найдите проекции сторон ромба на эту плоскость, учитывая, что проекции диагоналей на неё равны 16 см и 4 см.

270. Через основание AB трапеции $ABCD$ проведена плоскость α, отстоящая от другого основания на m (рис. 263). Найдите расстояние от точки O пересечения диагоналей трапеции до плоскости α, учитывая, что основания трапеции относятся как $p : q$.

271. Дана треугольная пирамида $PABC$, у которой $PA = PB = PC = 2$, $AC = 3$ и $AB = 2$. Начертите её и найдите расстояние от вершины до основания пирамиды, учитывая, что ребро BC равно:

а) 2; б) 3; в) $\sqrt{5}$.

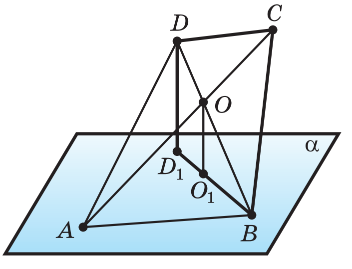

Рис. 263

272*. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны a, b и c. Найдите расстояние между диагональю параллелепипеда и диагоналями его граней, которые эта диагональ не пересекает.

273*. Точка M — середина ребра AB куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите расстояние между прямыми A_1M и B_1C, учитывая, что ребро куба равно a.

274*. В шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ все рёбра основания равны a, а все боковые рёбра — $2a$ (рис. 264). Найдите расстояние между боковым ребром SA и рёбрами основания:

а) BF; б) CE; в) BE; г) BD.

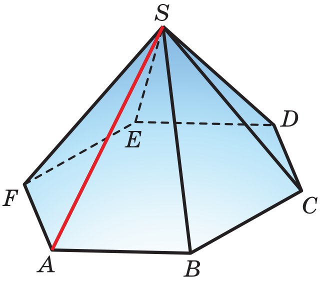

Рис. 264

275*. В треугольной пирамиде все рёбра равны a. Найдите расстояние между рёбрами, не принадлежащими одной грани.

276*. В четырёхугольной пирамиде все рёбра основания равны a, а все боковые рёбра — b (рис. 265). Найдите расстояние между боковым ребром и ребром основания, не лежащим с ним в одной плоскости.

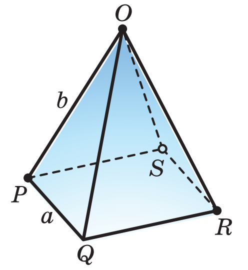

Рис. 265

277*. Стороны AB, AC, BC треугольника ABC соответственно равны 17, 8 и 15, а отрезок BD перпендикулярен плоскости этого треугольника. Найдите расстояние от концов BD до меньшей стороны треугольника, учитывая, что $BD = 36$.

278*. Точка M лежит на прямой, проходящей через вершину B ромба $ABCD$ и перпендикулярной его плоскости. Найдите расстояния от точки M до прямых, содержащих стороны ромба, учитывая, что $AB = 25$ см, $\angle BAD = 60°$, $BM = 12{,}5$ см.

§ 9. Угол между прямой и плоскостью

А) С помощью чисел, выражающих расстояние между двумя прямыми и величину угла между ними, можно описать взаимное расположение этих прямых в пространстве. Если прямые a и b пересекаются, то их взаимное расположение характеризует угол α между ними, расстояние между такими прямыми считается равным нулю (рис. 266). Если прямые a и b параллельны, то их взаимное расположение характеризует расстояние d между ними, угол между такими прямыми равен нулю (рис. 267). Если прямые a и b скрещиваются, то их взаимное расположение характеризует угол α и расстояние d между ними (рис. 268).

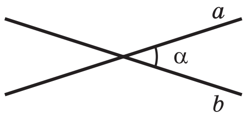

Рис. 266

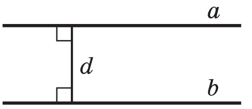

Рис. 267

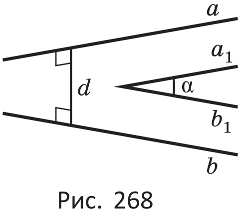

Рис. 268

Т е о р е м а 9. Если прямая плоскости перпендикулярна проекции наклонной на эту плоскость, то она перпендикулярна и самой наклонной, а если прямая плоскости перпендикулярна наклонной к плоскости, то она перпендикулярна и проекции этой наклонной.