

§ 21. Формула тонкой линзы

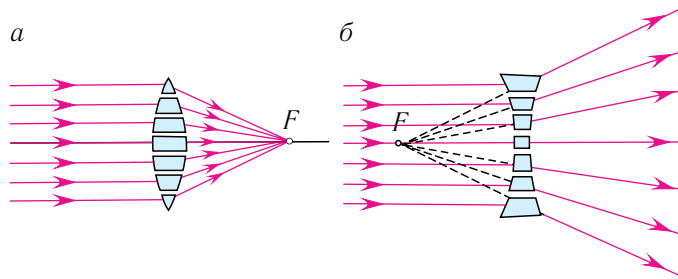
- Одним з найбільш простих оптичних приборів з'являється тонка линза (мал. 144), яка широко використовується як для виправлення дефектів зору, так і для атримання оптичних відарисів. Які відариси дає тонка линза? Як злучаны паміж сабой адлегласць ад прадмета да тонкой линзы і адлегласць ад линзы да відариса?



Мал. 144. Линзы



Линза называється збіральною, калі пасля праламлення ў ёй паралельны пучок становіцца сыходным (мал. 145, а). Калі ж пасля праламлення ў линзе паралельны пучок становіцца разыходным, то линза называється расейвальною (мал. 145, б).

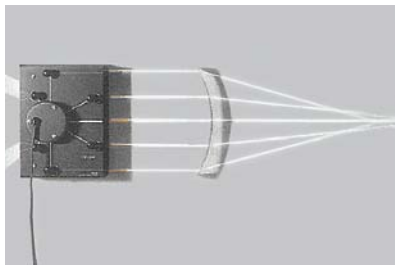


Мал. 145. Мадэль линзы: а — дваякавыпуклай; б — дваякаўвагнутай

Велічыня, адваротная фокуснай адлегласці линзы, выражанай у метрах, называецца яе аптычнай сілай: $D = \frac{1}{F}$.

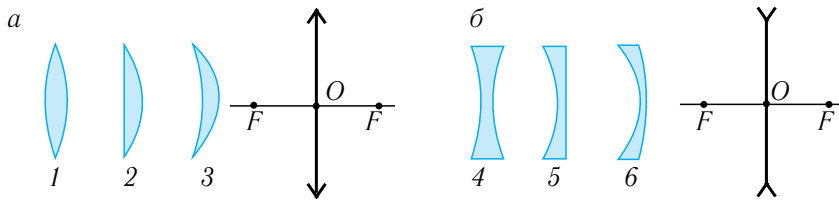
Адзінка аптычнай сілы — дыяптрыя (1 дптр). 1 дптр адпавядае аптычнай сіле линзы з фокуснай адлегласцю $F = 1$ м; $1 \text{ дптр} = 1 \text{ м}^{-1}$.

Линзы можна прадставіць у выглядзе сукупнасці трохгранных прызм. На малюнку 145 паказана мадэль дваякавыпуклай линзы, сабранай з



Мал. 146. Ход праменяў у збіральною линзе

прым, павернутых асновамі да цэнтра линзы (гл. мал. 145, а). Адпаведна, мадэль дваякаўвагнутай линзы будзе прадстаўлена прызмамі, павернутымі асновамі ад цэнтра линзы (гл. мал. 145, б). Праламляючыя вуглы гэтых прызм можна падабраць такім чынам, каб падаючыя на яе паралельныя прамені пасля праламлення ў прызмах сабраліся ў адным пункце F (гл. мал. 145, 146).



Мал. 147. Тыпы лінз і іх умоўныя абзначэнні: *а* — збіральныя:

1 — дваякавыпуклая; 2 — плоскавыпуклая; 3 — увагнута-выпуклая; *б* — расейвальныя: 4 — дваякаўвагнутая; 5 — плоскаўвагнутая; 6 — выпукла-ўвагнутая

Лінза лічыцца **тонкай**, калі яе таўшчыня ў цэнтры нашмат меншая за радыусы паверхняў, якія абмяжоўваюць яе. Тонкая лінза дае відарыс без скажэнняў толькі ў тым выпадку, калі святло монахраматычнае і прадмет дастаткова малы, а значыць, прамені распаўсюджваюцца паблізу ад галоўнай аптычнай восі.

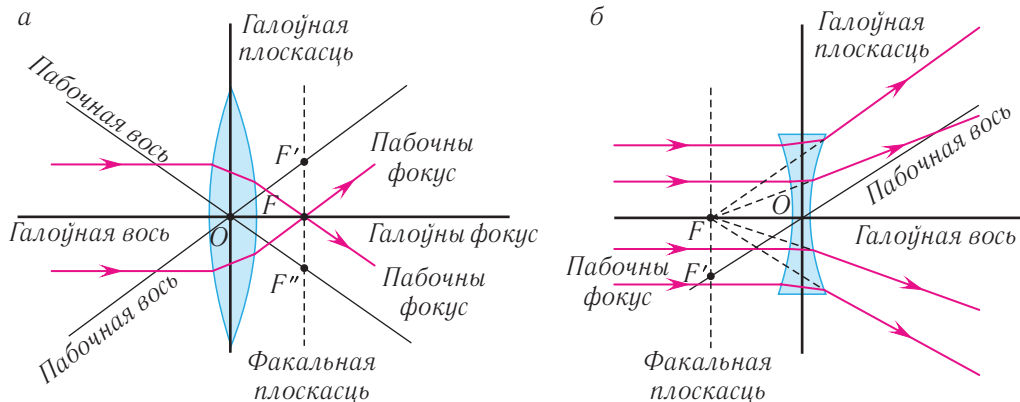
Пералічым умовы, пры *адначасовым* выкананні якіх лінза з'яўляецца **збіральнай** (мал. 147, *а*):

- таўшчыня ў цэнтры большая за таўшчыню каля краёў;
- яе паказчык праламлення большы за паказчык праламлення навакольнага асяроддзя.

Пры невыкананні (або выкананні) *толькі адной* з гэтых умоў лінза з'яўляецца **расейвальнай** (мал. 147, *б*).

Разгледзім **асноўныя характарыстыкі лінзы** (мал. 148, *а*, *б*).

Прамая лінія, на якой ляжаць цэнтры абедзвюх сферычных паверхняў лінзы, называецца **галоўнай аптычнай воссю**.



Мал. 148. Асноўныя характарыстыкі лінзы:
а — збіральная лінза; *б* — расейвальная лінза

Пункт лінзы, праходзячы праз які прамень не праламляецца, называецца **аптычным цэнтрам**.

Прамая лінія, якая праходзіць праз аптычны цэнтр лінзы і не супадае з галоўнай аптычнай воссю, называецца **пабочнай аптычнай воссю**. Кожная лінза мае толькі адну галоўную аптычную вось і бясконца многа пабочных восей.

Плоскасць, якая праходзіць праз аптычны цэнтр тонкай лінзы перпендыкулярна да галоўнай аптычнай восі, называецца **галоўнай плоскасцю** лінзы.

Пункт, у які збіраецца вузкі пучок святла пасля праламлення ў лінзе, што распаўсюджваецца паралельна галоўнай аптычнай восі, называецца **галоўным фокусам F** лінзы. Адлегласць OF ад аптычнага цэнтра лінзы да яе галоўнага фокуса, называецца **фокуснай адлегласцю** лінзы.

Плоскасць, якая праходзіць праз галоўны фокус перпендыкулярна да галоўнай аптычнай восі, называецца **факальнай плоскасцю**. Факальная плоскасць збіральной лінзы з'яўляецца геаметрычным месцам пунктаў, у якіх перасякаюцца паралельныя прамені, што падаюць на лінзу пад любым вуглом да галоўнай аптычнай восі. Таму пучок святла, накіраваны на збіральную лінзу паралельна пабочнай аптычнай восі, збіраецца ў **пабочным фокусе**.

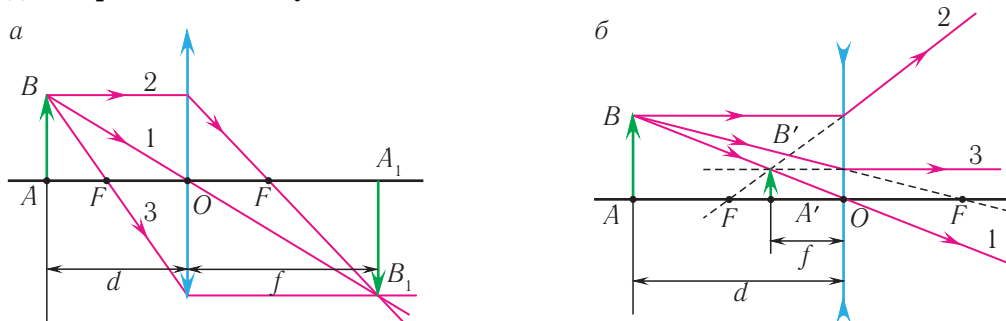
Пабудова відарысаў

Звычайна для пабудовы ў лінзах выкарыстоўваюць тры **характэрныя (стандартныя) прамені** (мал. 149, а, б):

прамень (1), які ідзе праз аптычны цэнтр лінзы, не зведвае праламлення;

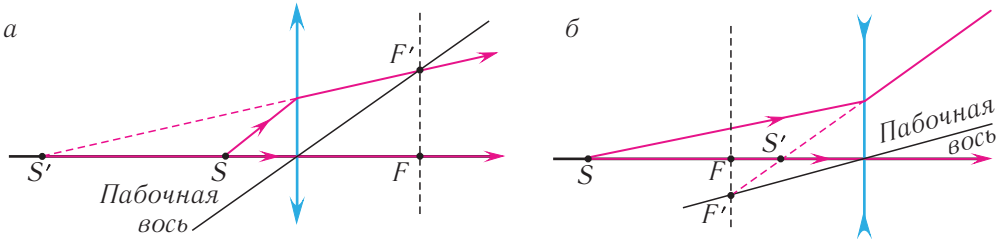
прамень (2), паралельны галоўнай аптычнай восі, пасля праламлення праходзіць праз галоўны фокус;

прамень (3), які праходзіць праз галоўны фокус, пасля праламлення ідзе паралельна галоўнай аптычнай восі.



Мал. 149. Стандартныя прамені для пабудовы ў лінзах:

а — збіральная лінза; б — расейвальная лінза

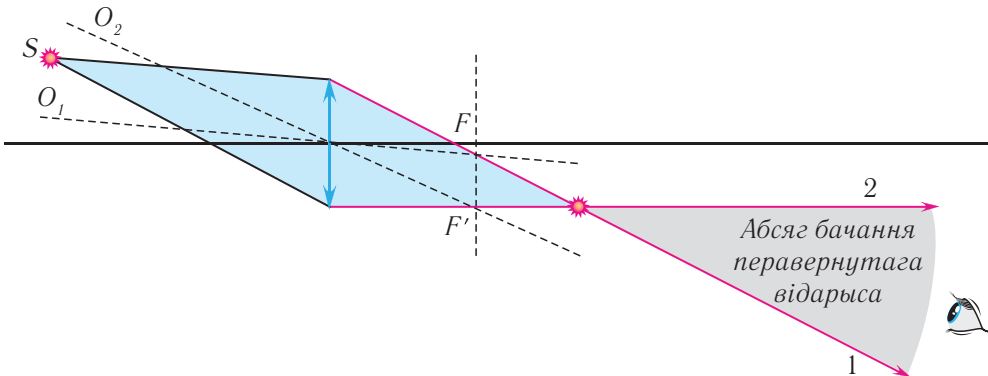


Мал. 150. Пабудова відарыса з дапамогай пабочнай аптычнай восі:
a — збірвальная лінза; *b* — расейвальная лінза

Для пабудовы відарыса ў лінзе дастаткова пабудоваць ход двух праменяў ад кожнага пункта прадмета (гл. мал. 149). Відарыс знаходзіцца ў месцы перасячэння праменяў пасля праламлення на паверхнях лінзы (сапраўдны відарыс) або ў месцы перасячэння прадаўжэнняў праменяў (уяўны відарыс).

Адзначым, што калі прадмет *AB* размешчаны перпендыкулярна да галоўнай аптычнай восі, то і яго відарыс *A₁B₁* будзе перпендыкулярны да гэтай восі. Таму дастаткова пабудоваць толькі відарыс *A₁* пункта *A* прадмета, а відарыс *B₁* пункта *B* знойдзем, апусціўшы перпендыкуляр з пункта *B₁* на галоўную аптычную вось (гл. мал. 149).

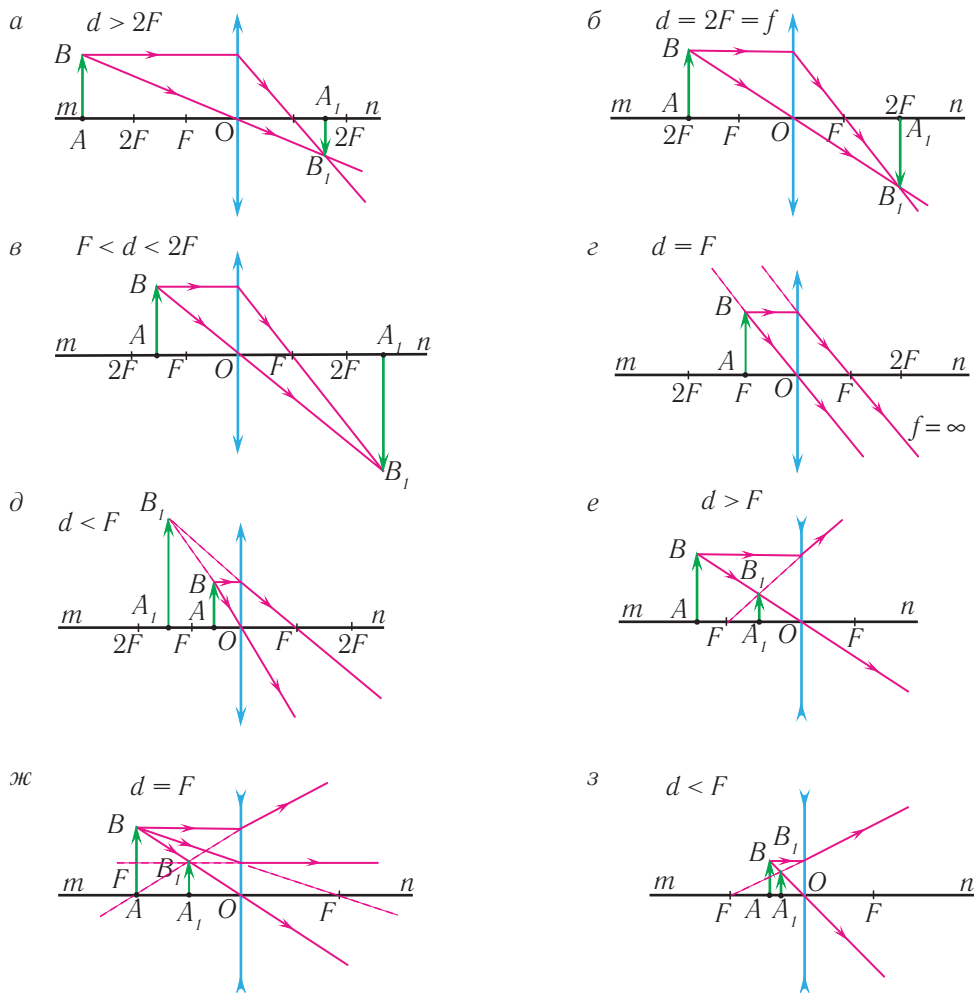
Для пабудовы відарыса пункта, які знаходзіцца на галоўнай аптычнай восі, акрамя праменя, што праходзіць праз цэнтр лінзы, выкарыстоўваюць прамень, які падае на яе паралельна якой-небудзь пабочнай аптычнай восі (мал. 150). Гэты прамень пасля праламлення ў лінзе пройдзе праз пабочны фокус *F'*, які ляжыць на пабочнай восі. Такія пабудовы дадзены для збірвальнай і расейвальнай лінз на малюнку 150. На малюнку 151 дадзены прыклад пабудовы абсягу бачання прадмета *S* у тонкай лінзе.



Мал. 151. Пабудова відарыса ў збірвальнай лінзе і абсяг бачання

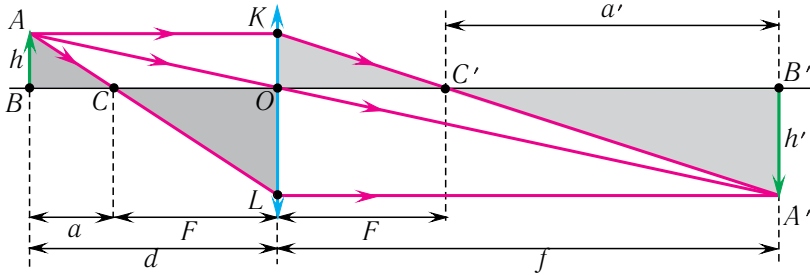
Характарыстыкі відарысаў

У залежнасці ад тыпу лінзы і адлегласці да яе можна атрымаваць відарысы: павялічаныя і паменшаныя, прамыя і адваротныя (перавернутыя), сапраўдныя і ўяўныя (мал. 152).



Мал. 152. Пабудовы ў тонкіх лінзах:

a — відарыс сапраўдны, адваротны, паменшаны; *б* — відарыс сапраўдны, адваротны, у натуральную велічыню; *в* — відарыс сапраўдны, адваротны, павялічаны; *г* — відарыс адсутнічае (на бяскончасці); *д* — відарыс уяўны, прамы, павялічаны; *е* — відарыс уяўны, прамы, паменшаны; *ж* — відарыс уяўны, прамы, паменшаны ў 2 разы; *з* — відарыс уяўны, прамы, паменшаны



Мал. 153. Да вываду формулы линзы

Паміж фокуснай адлегласцю тонкай лінзы, адлегласцю ад прадмета да лінзы і ад лінзы да відарыса існуе пэўная колькасная залежнасць, называемая **формулай тонкай лінзы**.

Выведзем формулу тонкай лінзы з геаметрычных меркаванняў, разглядаючы ход характэрных праменяў: прамяня, які ідзе праз аптычны цэнтр O лінзы, прамяня, паралельнага галоўнай аптычнай восі лінзы, і прамяня, што праходзіць праз галоўны фокус лінзы.

Пабудуем відарыс прадмета AB у тонкай збіральнай лінзе (мал. 153). Няхай адлегласць ад прадмета да лінзы d , адлегласць ад лінзы да відарыса f , фокусная адлегласць лінзы F , адлегласць ад прадмета да перадняга галоўнага фокуса a , адлегласць ад задняга галоўнага фокуса да відарыса a' , вышыня прадмета h , вышыня яго відарыса h' .

З малюнка 153 відаць, што $\triangle ABC \sim \triangle CLO$, $\triangle A'B'C' \sim \triangle KOC'$, $\triangle ABO \sim \triangle A'B'O$. З падобнасці трохвугольнікаў вынікае:

$$\frac{h}{a} = \frac{h'}{F}; \quad (1)$$

$$\frac{h'}{a'} = \frac{h}{F}; \quad (2)$$

$$\frac{h}{d} = \frac{h'}{f}. \quad (3)$$

Выкарыстаўшы суадносіны (1) і (2), атрымаем:

$$aa' = F^2. \quad (4)$$

З улікам таго што $d = a + F$, $f = a' + F$ (гл. мал. 153), знаходзім $a = d - F$ і $a' = f - F$ і падстаўляем у формулу (4):

$$(d - F)(f - F) = df - Ff - dF + F^2 = F^2.$$

Адкуль атрымліваем $df = Ff + dF$.

Падзяліўшы абедзве часткі апошняга выразу на dfF , атрымаем **формулу тонкай лінзы**:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}. \quad (5)$$

Для практычнага выкарыстання формулы лінзы трэба цвёрда запамінаць **правіла знакаў**:

для збіральнай лінзы, сапраўднай крыніцы і сапраўднага відарыса велічыні F , d , f лічаць *дадатнымі*. Для расейвальнай лінзы, уяўнай крыніцы і ўяўнага відарыса F , d , f лічаць *адмоўнымі*.

Заўважым, што прадмет або крыніца з'яўляецца *ўяўнай* толькі ў тым выпадку, калі на лінзу падае пучок сыходных праменяў.

Такім чынам, лінза з $F > 0$ з'яўляецца **збіральнай** (дадатнай), а з $F < 0$ — **расейвальнай** (адмоўнай).

Лінейным (папярочным) павелічэннем Γ называецца адносіна лінейнага памеру відарыса h' да лінейнага памеру прадмета h . З суадносін (3) знаходзім лінейнае павелічэнне тонкай лінзы:

$$\Gamma = \frac{h'}{h} = \frac{f}{d}. \quad (6)$$

Паколькі аптычная сіла лінзы залежыць ад уласцівасцей навакольнага асяроддзя, то пад вадой без плавальных акулераў мы бачым дрэнна.

У сучасных аптычных прыборах для паляпшэння якасці відарысаў выкарыстоўваюць **сістэмы лінз**. Аптычная сіла D сістэмы тонкіх лінз, складзеных разам, роўна суме іх аптычных сіл D_i :

$$D = D_1 + D_2 + \dots + D_n. \quad (7)$$



1. Што называюць аптычнай сілай лінзы? У якіх адзінках яна вымяраецца?
2. Што называюць галоўнай аптычнай воссю лінзы? Пабочнай воссю?
3. Што называюць галоўным фокусам лінзы? Фокуснай адлегласцю?
4. Па якой формуле вызначаецца папярочнае павелічэнне лінзы?
5. Як вядома, светлавая прамени абарачальныя. Як гэта сцверджанне можна выкарыстаць пры прымяненні формулы тонкай лінзы?
6. Якія відарысы можа даць збіральная лінза? Расейвальная?
7. Па якой формуле вызначаецца аптычная сіла сістэмы тонкіх лінз?

8. Вызначыце, як змяняецца становішча відарыса і яго лінейнае павелічэнне пры перамяшчэнні прадмета ўздоўж галоўнай аптычнай восі збіральной (рассейвальнай) лінзы ад аптычнага цэнтра да бясконцасці.

9. Ці можа расейвальная лінза даць сапраўдны відарыс?

Прыклад рашэння задачы

На якой адлегласці d ад расейвальнай лінзы з аптычнай сілай $D = -4$ дптр трэба змясціць прадмет, каб яго ўяўны відарыс атрымаўся ў $k = 5$ разоў меншы ($\Gamma = \frac{1}{5}$) за сам прадмет? Пабудуйце відарыс прадмета.

Дадзена:
 $D = -4$ дптр
 $\Gamma = \frac{1}{5}$

 $d = ?$

Рашэнне
 3 формулы для лінейнага павелічэння:

$$\frac{h'}{h} = \frac{f}{d} = \Gamma$$

знаходзім:

$$f = \Gamma d.$$

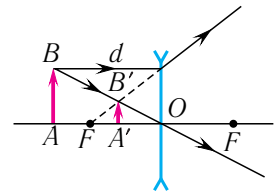
Па формуле тонкай лінзы (мал. 154) у адпаведнасці з правіламі знакаў:

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = D$$

з улікам выразу для f атрымаем:

$$d = \frac{1 - \frac{1}{\Gamma}}{D}, \quad d = \frac{1 - \frac{1}{\frac{1}{5}}}{-4 \text{ м}^{-1}} = \frac{1 - 5}{-4} \text{ м} = 1 \text{ м}.$$

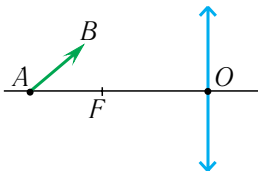
Адказ: $d = 1 \text{ м}$.



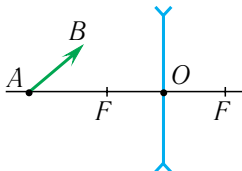
Мал. 154

Практыкаванне 17

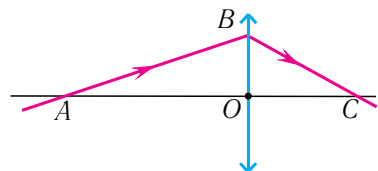
1. Пабудуйце відарыс прадмета AB у тонкіх збіральной і расейвальнай лінзах (мал. 155, 156). Які гэты відарыс?
2. Вызначыце пабудовай становішча фокусаў тонкай лінзы, калі зададзена галоўная аптычная вось і ход адвольнага праменя ABC (мал. 157).



Мал. 155



Мал. 156



Мал. 157

3. Запоўніце ў сшытку табліцу класіфікацыі відарысаў, даваемых тонкай лінзай у розных выпадках.

d	f	Γ	Від відарыса	Формула лінзы
Збіральная лінза				
$d > 2F$				
$d = 2F$				
$F < d < 2F$				
$d = F$				
$d < F$				
Рассейвальная лінза				

4. Відарыс прадмета, які знаходзіцца на адлегласці $d = 32,0$ см перад тонкай лінзай, размешчаны на адлегласці $f = 43,0$ см за лінзай. Якая гэта лінза і чаму роўна яе фокусная адлегласць F ?
5. Фокусная адлегласць тонкай збіральной лінзы $F = 15$ см. Дзе размешчана кропкавая крыніца святла, калі яе сапраўдны відарыс атрымліваецца на экране на адлегласці $f = 40$ см ад лінзы і аддалены на $H = 3,0$ см ад яе галоўнай аптычнай восі?
6. Тонкая лінза з фокуснай адлегласцю $F = 12$ см дае сапраўдны відарыс на адлегласці $f = 20$ см ад лінзы. Вызначыце адлегласць d , на якой размешчаны прадмет, і знайдзіце павелічэнне Γ лінзы.
7. Аптычная сіла тонкай лінзы $D = 13\frac{1}{3}$ дптр. Дзе трэба змясціць прадмет, каб атрымаць уяўны відарыс на адлегласці $f = 25$ см ад лінзы?

