



Раздзел 2

Электрамагнітныя ваганні і хвалі

Правільна... разглядаць падабенства ў рэчах, якія знаходзяцца далёка адна ад адной.

Арыстоцель

§ 7. Вагальны контур. Свабодныя электрамагнітныя ваганні ў контуры. Формула Томсана. Ператварэнні энергіі ў вагальным контуры

- Вагальныя працэсы магчымыя не толькі ў механічных сістэмах. Пры пэўных умовах і ў электрычных ланцугах узнікаюць ваганні сілы току і напружання і іншых электрамагнітных велічынь. Якія гэта ўмовы? Як вылічыць перыяд электрамагнітных ваганняў? Якія аналогіі існуюць паміж ваганнямі рознай прыроды?



Электрычнай ёмістасцю C кандэнсатара называюць фізічную велічыню, якая характарызуе яго здольнасць назапашваць электрычныя зарады і роўна адносіне зарада q кандэнсатара да напружання U паміж яго абкладкамі: $C = \frac{q}{U}$. Адзінкай электрычнай ёмістасці ў СІ з'яўляецца 1 фарад (1 Ф).

Энергія электростатычнага поля кандэнсатара: $W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}$.

Энергія магнітнага поля шпулі з токам: $W_L = \frac{LI^2}{2}$, L — індуктыўнасць шпулі, I — сіла току ў ланцугу. Адзінкай індуктыўнасці ў СІ з'яўляецца 1 генры (1 Гн).

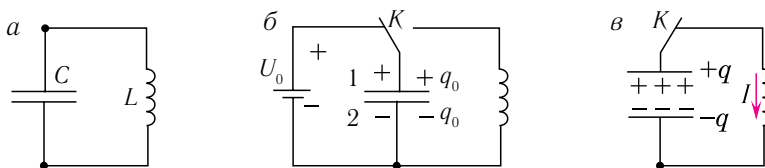
Узнікненне электрарухаючай сілы (ЭРС) у замкнутым праводзячым контуры пры змяненні магнітнага патоку, што праходзіць праз яго, называецца з'явай электрамагнітнай індукцыі.

Пад з'явай самаіндукцыі разумеюць узнікненне ў замкнутым праводзячым контуры ЭРС індукцыі, ствараемай у выніку змянення сілы току ў самім контуры.

Правіла Ленца: індукцыйны ток, што ўзнікае ў замкнутым праводзячым контуры, мае такі напрамак, пры якім створаны ім магнітны паток праз паверхню, абмежаваную контурам, імкнецца кампенсаваць змяненне магнітнага патоку, што выклікала дадзены ток.

Разгледзім электрычны ланцуг, які складаецца з паслядоўна злучаных кандэнсатара электраёмнасцю C і шпулі індуктыўнасцю L (мал. 52, *a*), які называецца **вагальным контурам** або **LC-контурам**. Калі электрычнае супраціўленне контуру можна лічыць роўным нулю ($R = 0$), то яго называюць **ідэальным**. Ідэальны вагальны контур з'яўляецца спрошчанай мадэллю рэальнага вагальнага контуру.

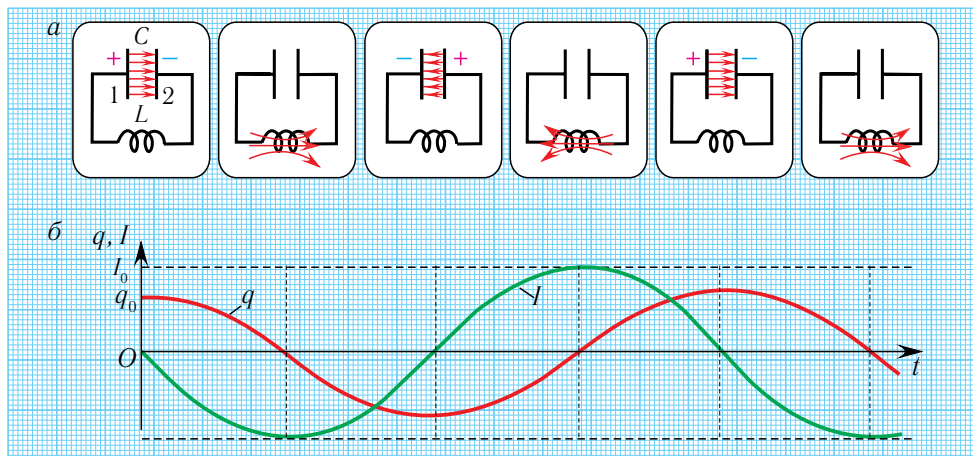
Падключыўшы (пры дапамозе ключа K) крыніцу току, зарадзім кандэнсатар да напружання U_0 , надаўшы яму зарад q_0 (мал. 52, *б*). Значыць, у пачатковы момант часу ($t = 0$) кандэнсатар зараджаны так, што на яго абкладцы 1 знаходзіцца зарад $+q_0$, а на абкладцы 2 — зарад $-q_0$, пры гэтым $q_0 = CU_0$. Электрычнае поле, створанае зарадамі абкладак кандэнсатара, мае энергію $W_c = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{CU_0^2}{2}$.



Мал. 52. *a* — вагальны контур; *б* — зарадка кандэнсатара ад крыніцы; *в* — праходжанне току па контуры

Разгледзім працэс разрадкі кандэнсатара ў вагальным контуры. Пасля злучэння зараджанага кандэнсатара са шпуляй (пры дапамозе ключа K) (мал. 52, *в*) ён пачне разраджацца, паколькі пад дзеяннем электрычнага поля, ствараемага зарадамі на абкладках кандэнсатара, свабодныя электроны будуць перасоўвацца па ланцугу ад адмоўна зараджанай абкладкі да дадатна зараджанай. На малюнку 52, *в* стрэлкай паказаны пачатковы напрамак току ў электрычным ланцугу.

Такім чынам, у контуры з'явіцца нарастаючы па модулі электрычны ток, сіла $I(t)$ якога будзе змяняцца з цягам часу (мал. 53, *a*). Але імгненная разрадка кандэнсатара немагчымая з прычыны з'явы самаіндукцыі. Сапраўды, у шпулі індуктыўнасці ўзнікне магнітны паток, што змяняецца з цягам часу, які выкліча з'яўленне ЭРС самаіндукцыі. Згодна з правілам Ленца, ЭРС самаіндукцыі імкнецца процідзейнічаць прычыне, якая яе выклікала, г. зн. павелічэнню па модулі сілы току.



Мал. 53. *a* — электрамагнітныя ваганні ў ідэальным LC -контур; *б* — залежнасці зараду кандэнсатара q , сілы току I ў шпулі ад часу

У выніку гэтага модуль сілы току ў вагальным контуры будзе на працягу некаторага прамежку часу плаўна нарастаць ад нуля да максімальнага значэння I_0 , якое вызначаецца індуктыўнасцю шпулі і электраёмкасцю кандэнсатара (мал. 53, б).

Пры разрадцы кандэнсатара энергія яго электрычнага поля ператвараецца ў энергію магнітнага поля шпулі з токам. Згодна з законам захавання энергіі сумарная энергія ідэальнага вагальнага контуру застаецца пастаяннай з цягам часу. Такім чынам, памяншэнне энергіі электрычнага поля кандэнсатара роўна павелічэнню энергіі магнітнага поля шпулі:

$$\frac{q_0^2}{2C} = \frac{q^2(t)}{2C} + \frac{LI^2(t)}{2},$$

дзе $q(t)$ — імгненнае значэнне зараду кандэнсатара і $I(t)$ — сіла току ў шпулі ў некаторы момант часу t пасля пачатку разрадкі кандэнсатара.

У момант поўнай разрадкі кандэнсатара ($q = 0$) сіла току ў шпулі $I(t)$ дасягне свайго максімальнага па модулі значэння I_0 (гл. мал. 53, б). У адпаведнасці з законам захавання энергіі назапашаная ў кандэнсатары энергія электрычнага поля прыйдзе ў энергію магнітнага поля, назапашаную ў гэты момант у шпулі:

$$W_L = \frac{LI_0^2}{2}.$$

Пасля разрадкі кандэнсатара сіла току ў шпулі пачынае спадаць па модулі. Гэта таксама адбываецца не імгненна, паколькі ЭРС самаіндукцыі, якая ўзнікае зноў, згодна з правілам Ленца стварае індукцыйны ток. Ён мае такі ж напрамак, як і ток у ланцугу, які памяншаецца па модулі, і таму «падтрымлівае» яго.

У выніку да моманту знікнення току зарад кандэнсатара дасягне максімальнага значэння q_0 . Пры гэтым яго абкладка, першапачаткова зараджаная дадатна, будзе зараджана адмоўна. Далей працэс паўторыцца, розніца будзе толькі ў тым, што электрычны ток у контуры будзе праходзіць у процілеглым напрамку (гл. мал. 53, а.)

Такім чынам, у ідэальным LC -контур будучы адбывацца перыядычныя змяненні значэнняў сілы току і напружання, прычым поўная энергія контуру будзе заставацца пастаяннай. У гэтым выпадку кажуць, што ў контуры ўзніклі *свабодныя электрамагнітныя ваганні*.

Свабодныя электрамагнітныя ваганні ў LC -контур — гэта перыядычныя змяненні зараду на абкладках кандэнсатара, сілы току і напружання ў контуры, якія адбываюцца без спажывання энергіі ад знешніх крыніц і без страт энергіі на цеплавылучэнне і выпраменьванне.

Такім чынам, існаванне свабодных электрамагнітных ваганняў у контуры абумоўлена перазарадкай кандэнсатара, выкліканай узнікненнем ЭРС самаіндукцыі ў шпулі. Заўважым, што зарад $q(t)$ кандэнсатара і сіла току $I(t)$ у шпулі дасягаюць сваіх максімальных значэнняў q_0 і I_0 у розныя моманты часу (гл. мал. 53, а, б) (са зрухам на $\frac{T}{4}$).

Найменшы прамежак часу, на працягу якога LC -контур вяртаецца ў зыходны стан (да пачатковых значэнняў зараду на кожнай з абкладак), называецца **перыядам** свабодных (уласных) электрамагнітных ваганняў у контуры.

Атрымаем формулу для перыяду свабодных электрамагнітных ваганняў у контуры, выкарыстаўшы закон захавання энергіі па аналогіі з механічнымі ваганнямі. Паколькі поўная энергія ідэальнага LC -контуру, роўная суме энергій электрычнага поля кандэнсатара і магнітнага поля шпулі, захоўваецца, то ў любы момант часу справядлівае роўнасць:

$$W = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI_0^2}{2} = \frac{q^2(t)}{2C} + \frac{LI^2(t)}{2} = \text{const.} \quad (1)$$

Працэсы, якія адбываюцца ў вагальным контуры, аналагічныя ваганням спружыннага маятніка. Для поўнай механічнай энергіі спружыннага маятніка ў любы момант часу:

$$W_{\text{мех}} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv_x^2}{2}, \quad (2)$$

дзе k — жорсткасць спружыны, m — маса грузу, x — праекцыя зруху цела ад становішча раўнавагі, v_x — праекцыя яго скорасці на вось Ox .

Прааналізуем суадносіны (1) і (2). Бачна, што энергія электрычнага поля кандэнсатара $W_C = \frac{q^2(t)}{2C}$ з'яўляецца аналагам патэнцыяльнай энергіі пругкай дэфармацыі спружыны $W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}$. Значыць, энергія магнітнага поля шпулі $W_L = \frac{LI^2(t)}{2}$, абумоўленая ўпарадкаваным рухам зарадаў, з'яўляецца аналагам кінетычнай энергіі грузу $W_{\text{к}} = \frac{mv_x^2}{2}$.

Такім чынам, аналагам каардынаты $x(t)$ спружыннага маятніка пры ваганнях у электрычным контуры з'яўляецца зарад кандэнсатара $q(t)$. Тады, адпаведна, аналагам праекцыі скорасці грузу $v_x(t)$ будзе сіла току $I(t)$ у вагальным контуры, паколькі сіла току характарызуе скорасць змянення зараду кандэнсатара з цягам часу.

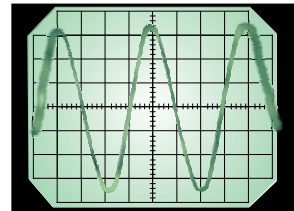
Працягваючы праведзеную аналогію, заменім у формуле для перыяду ваганняў спружыннага маятніка $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ жорсткасць k на $\frac{1}{C}$ і масу m на індуктыўнасць L . Тады для перыяду свабодных ваганняў у LC -контуры атрымаем формулу:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (3)$$

якая называецца **формулай Томсана**.

Зыходзячы са сказанага, звяздзём разгледжаныя аналогіі паміж фізічнымі велічынямі пры электрамагнітных і механічных ваганнях у табліцу 6.

Для назірання і даследавання электрамагнітных ваганняў выкарыстоўваюць электронны асцылограф, на экране якога назіраюць асцылаграму ваганняў $U(t)$ (мал. 54).



Мал. 54. Асцылаграма гарманічных электрамагнітных ваганняў

Табліца 6. Супастаўленне фізічных велічынь, якія характарызуюць механічныя і электрамагнітныя ваганні

Механічныя ваганні спружыннага маятніка	Электрамагнітныя ваганні ў ідэальным вагальным контуры
m (маса цела)	L (індуктыўнасць шпулі)
k (жорсткасць спружыны)	$\frac{1}{C}$ (велічыня, адваротная ёмістасці)
$x(t)$ (каардыната цела)	$q(t)$ (заряд кандэнсатара)
$v_x(t)$ (праекцыя скорасці цела)	$I(t)$ (сіла току)
$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}$ (патэнцыяльная энергія пружкай дэфармацыі спружыны)	$W_C = \frac{q^2}{2C}$ (энергія электрычнага поля кандэнсатара)
$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2}$ (кінетычная энергія грузу)	$W_L = \frac{LI^2}{2}$ (энергія магнітнага поля шпулі)
$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (перыяд ваганняў) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ (цыклічная частата ваганняў)	$T = 2\pi\sqrt{LC}$ (перыяд ваганняў) $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (цыклічная частата ваганняў)

Залежнасць зараду кандэнсатара ад часу мае такі ж выгляд, як і залежнасць каардынаты цела, якое выконвае гарманічныя ваганні, ад часу:

$$q(t) = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Таксама па гарманічным законе змяняюцца сіла току (але з іншай пачатковай фазай) у ланцугу і напружанне на кандэнсатары.



Для вызначэння пачатковай фазы φ_0 і максімальнага зараду q_0 неабходна ведаць зарад кандэнсатара і сілу току ў шпулі ў пачатковы момант часу ($t = 0$).

Адзначым, што вагальны контур, у якім адбываецца *толькі* абмен энергіяй паміж кандэнсатарам і шпуляй, называецца *закрытым*.

Поўная энергія ідэальнага вагальнага контуру ($R = 0$) з цягам часу захоўваецца, паколькі ў ім пры праходжанні току цеплата не вылучаецца. Рэальны вагальны контур заўсёды мае некаторае электрычнае супраціўленне R , якое абумоўлена супраціўленнем шпулі і злучальных правадоў. Гэта прыводзіць да таго, што электрамагнітныя ваганні ў рэальным контуры з цягам часу затухаюць, тады як у ідэальным контуры яны будуць адбывацца як заўгодна доўга.

Такім чынам, механічным аналагам ідэальнага вагальнага контуру з'яўляецца спружынны маятнік без уліку трэння, а механічным аналагам рэальнага вагальнага контуру — спружынны маятнік з улікам трэння.

Вагальны LC -контур шырока выкарыстоўваецца ў сучасных мікрасхемах для сродкаў электронікі і электратэхнічнага абсталявання.



1. З якіх элементаў складаецца ідэальны вагальны контур?
2. Якія электрамагнітныя ваганні ў контуры называюцца свабоднымі?
3. Ад якіх фізічных велічынь залежыць перыяд свабодных ваганняў у ідэальным вагальным контуры?
4. Па якім законе змяняюцца залежнасці зараду кандэнсатара і сілы току ў шпулі ідэальнага вагальнага контуру з цягам часу?
5. Чаму ў контуры, які складаецца з кандэнсатара і рэзістара, не могуць узнікнуць электрамагнітныя ваганні?
6. У вагальным контуры змянілі пачатковае значэнне зараду кандэнсатара. Якія велічыні, што характарызуюць электрамагнітныя ваганні ў контуры, змяняцца, а якія застаюцца ранейшымі?
7. Як размеркавана назапашаная ў ідэальным вагальным контуры энергія паміж электрычным полем кандэнсатара і магнітным полем шпулі ў ідэальным вагальным контуры ў моманты часу $\frac{T}{4}$; $\frac{T}{2}$; $\frac{3T}{4}$; T пасля пачатку разрадкі кандэнсатара?
8. Ці залежыць перыяд свабодных электрамагнітных ваганняў у ідэальным вагальным контуры ад назапашанай у ім энергіі?



Прыклад рашэння задачы

Ідэальны вагальны контур складаецца з кандэнсатара ёмістасцю $C = 400$ пФ і шпулі індуктыўнасцю $L = 10$ мГн. Вызначыце максімальнае значэнне сілы току I_0 у контуры, калі максімальнае значэнне напружання на кандэнсатары $U_0 = 500$ В.

Дадзена:

$$C = 400 \text{ пФ} = 4,00 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}$$

$$L = 10 \text{ мГн} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}$$

$$U_0 = 500 \text{ В.}$$

$$I_0 = ?$$

Рашэнне

Максімальная энергія электрычнага поля кандэнсатара:

$$W_C = \frac{CU_0^2}{2},$$

а максімальная энергія магнітнага поля шпулі:

$$W_L = \frac{LI_0^2}{2}.$$

Паколькі контур ідэальны ($R = 0$), то яго поўная энергія захоўваецца з цягам часу. Па законе захавання энергіі: $W_C = W_L$, г. зн.

$$\frac{CU_0^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2}.$$

Адкуль

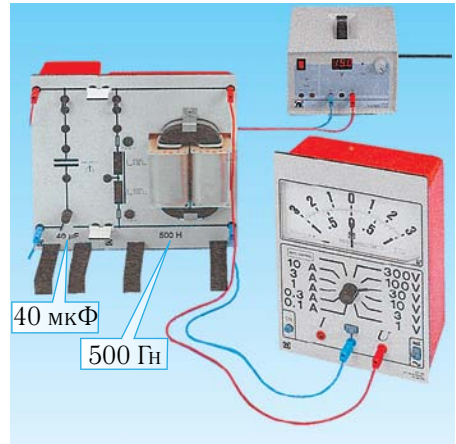
$$I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}; \quad I_0 = 500 \text{ В} \cdot \sqrt{\frac{4,00 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}}{1,0 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}}} = 0,10 \text{ А.}$$

Адказ: $I_0 = 0,10 \text{ А.}$



Практыкаванне 7

1. Вызначыце перыяд T свабодных электрамагнітных ваганняў у ідэальным вагальным контуры, які складаецца з кандэнсатара ёмістасцю $C = 15 \text{ мкФ}$ і шпулі індуктыўнасцю $L = 2,5 \text{ мГн}$.
2. Вызначыце перыяд ваганняў вагальнага контуру, паказанага на малюнку 55.
3. Кандэнсатар ёмістасцю $C = 1,2 \text{ мкФ}$ злучаны са шпуляй індуктыўнасцю $L = 16 \text{ мкГн}$. Вызначыце частату ν свабодных электрамагнітных ваганняў у контуры.
4. Як зменіцца перыяд свабодных электрамагнітных ваганняў у контуры, калі індуктыўнасць L шпулі контуру павялічыць (паменшыць) у $n = 16$ разоў пры нязменнай ёмістасці кандэнсатара?
5. Вызначыце напружанне U на кандэнсатары ёмістасцю C у момант часу: а) $t_1 = \frac{T}{8}$; б) $t_2 = \frac{5T}{8}$,



Мал. 55. Устаноўка для вызначэння перыяду ваганняў ідэальнага вагальнага контуру

калі ў пачатковы момант часу $t_0 = 0$ напружанне на кандэнсатары роўна $U_0 = 48$ В, а сіла току ў шпулі $I_0 = 0$, T — перыяд ваганняў у контуры.

6. Уваходны контур радыёпрыёмніка змяшчае шпулю індуктыўнасцю $L = 0,32$ мГн. У якіх межах павінна змяняцца ёмістасць C кандэнсатара контуру, каб радыёпрыёмнік мог прымаць сігналы радыёстанцыі, што працуе ў дыяпазоне частот ад $\nu_1 = 8,0$ МГц да $\nu_2 = 24$ МГц?
7. Ёсць два вагальныя контуры. Адзін змяшчае кандэнсатар ёмістасцю $C_1 = 240$ мФ і катушку індуктыўнасцю $L_1 = 10,0$ мГн, другі — $C_2 = 260$ мФ і $L_2 = 6,00$ мГн. Ці настроены гэтыя контуры ў рэзананс? У колькі разоў k неабходна змяніць ёмістасць C_2 ці індуктыўнасць L_2 , каб настроіць гэтыя контуры ў рэзананс?



§ 8. Вимушаныя электрамагнітныя ваганні. Пераменны электрычны ток

- Калі ў электрычны ланцуг уключыць крыніцу пераменнай ЭРС (аналаг пераменнай сілы ў механічнай вагальнай сістэме), то ў ланцугу могуць узнікнуць вимушаныя электрамагнітныя ваганні, якія не затухаюць з цягам часу. Як атрымаць такія ваганні? Дзе і якім чынам яны выкарыстоўваюцца?



Магнітны паток Φ аднароднага поля праз плоскую паверхню роўны здабытку модуля індукцыі B магнітнага поля на плошчу паверхні S і косінус вугла α паміж індукцыяй \vec{B} і нармаллю \vec{n} да паверхні $\Phi = BS \cos \alpha$.

Закон электрамагнітнай індукцыі: ЭРС індукцыі ў контуры роўна скорасці змянення пранізваючага яго магнітнага патоку, узятай з процілеглым знакам

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Незатухаючыя электрамагнітныя ваганні знаходзяць шырокае прымяненне ў навуцы і тэхніцы. Для атрымання незатухаючых ваганняў неабходна кампенсаваць страты энергіі ў контуры. Для механічных ваганняў гэта дасягаецца дзеяннем перыядычнай знешняй сілы, у выніку чаго ў сістэме ўзнікаюць вимушаныя ваганні. Аналагічна гэтаму **вимушаныя электрамагнітныя ваганні** ў вагальным контуры адбываюцца пад дзеяннем знешняй ЭРС, якая перыядычна змяняецца, ці знешняга напружання, якое змяняецца.

Вимушаныя электрамагнітныя ваганні ў электрычным ланцугу называюцца *пераменным электрычным токам*.