



Глава 2

Электромагнитные колебания и волны

Правильно... рассматривать сходство в вещах, далеко отстоящих друг от друга.

Аристотель

§ 7. Колебательный контур. Свободные электромагнитные колебания в контуре. Формула Томсона. Превращения энергии в колебательном контуре

■ Колебательные процессы возможны не только в механических системах. При определенных условиях и в электрических цепях возникают колебания силы тока и напряжения и других электромагнитных величин. Какие это условия? Как вычислить период электромагнитных колебаний? Какие аналогии существуют между колебаниями различной природы?



Электрической емкостью C конденсатора называют физическую величину, характеризующую его способность накапливать электрические заряды и равную отношению заряда q конденсатора к напряжению U между его обкладками: $C = \frac{q}{U}$. Единицей электрической емкости в СИ является 1 фарад (1 Ф).

Энергия электростатического поля конденсатора: $W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}$.

Энергия магнитного поля катушки с током: $W_L = \frac{LI^2}{2}$, L — индуктивность катушки, I — сила тока в цепи. Единицей индуктивности в СИ является 1 генри (1 Гн).

Возникновение электродвижущей силы (ЭДС) в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, проходящего сквозь него, называется явлением электромагнитной индукции.

Под явлением самоиндукции понимают возникновение в замкнутом проводящем контуре ЭДС индукции, создаваемой вследствие изменения силы тока в самом контуре.

Правило Ленца: возникающий в замкнутом проводящем контуре индукционный ток имеет такое направление, при котором созданный им магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром, стремится компенсировать изменение магнитного потока, вызвавшее данный ток.

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из последовательно соединенных конденсатора электроемкостью C и катушки индуктивностью L (рис. 52, а), называемую **колебательным контуром** или **LC-контуром**. Если электрическое сопротивление контура можно считать равным нулю ($R = 0$), то его называют **идеальным**. Идеальный колебательный контур является упрощенной моделью реального колебательного контура.

Подключив (при помощи ключа K) источник тока, зарядим конденсатор до напряжения U_0 , сообщив ему заряд q_0 (рис. 52, б). Следовательно, в начальный момент времени ($t = 0$) конденсатор заряжен так, что на его обкладке 1 находится заряд $+q_0$, а на обкладке 2 — заряд $-q_0$, при этом $q_0 = CU_0$. Электрическое поле, созданное зарядами обкладок конденсатора, обладает энергией $W_C = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{CU_0^2}{2}$.

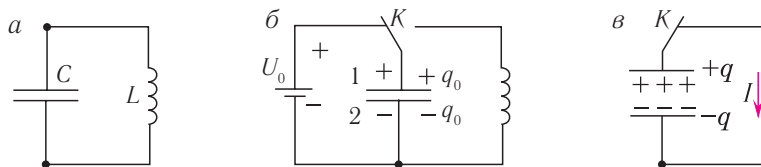


Рис. 52. а — колебательный контур; б — зарядка конденсатора от источника; в — прохождение тока по контуру

Рассмотрим процесс разрядки конденсатора в колебательном контуре. После соединения заряженного конденсатора с катушкой (при помощи ключа K) (рис. 52, в) он начнет разряжаться, так как под действием электрического поля, создаваемого зарядами на обкладках конденсатора, свободные электроны будут перемещаться по цепи от отрицательно заряженной обкладки к положительно заряженной. На рис. 52, в стрелкой показано начальное направление тока в электрической цепи.

Таким образом, в контуре появится нарастающий по модулю электрический ток, сила $I(t)$ которого будет изменяться с течением времени (рис. 53, а). Но мгновенная разрядка конденсатора невозможна, вследствие явления самоиндукции. Действительно, в катушке индуктивности возникнет изменяющийся во времени магнитный поток, который вызовет появление ЭДС самоиндукции. Согласно правилу Ленца ЭДС самоиндукции стремится противодействовать вызвавшей ее причине, т. е.

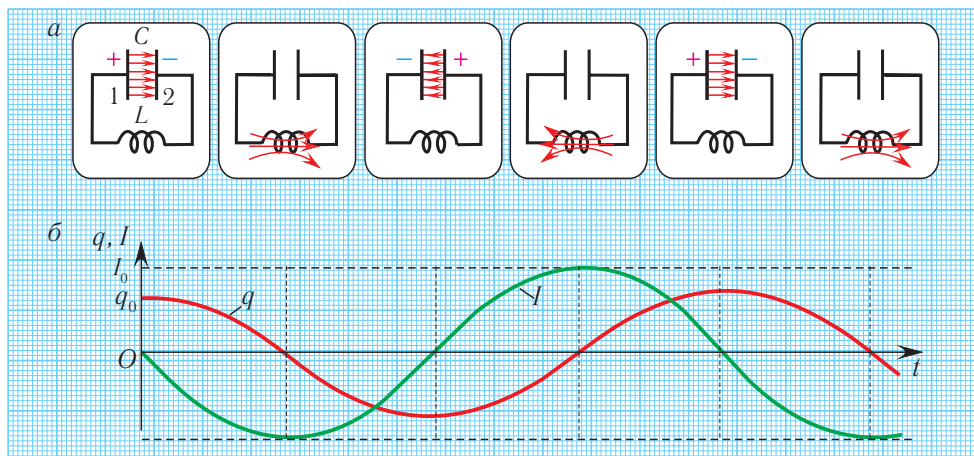


Рис. 53. *a* — электромагнитные колебания в идеальном LC -контуре;
б — зависимости заряда конденсатора q , силы тока I в катушке от времени

увеличению по модулю силы тока. Вследствие этого, модуль силы тока в колебательном контуре будет в течение некоторого промежутка времени плавно возрастать от нуля до максимального значения I_0 , определяемого индуктивностью катушки и электроемкостью конденсатора (рис. 53, б).

При разрядке конденсатора энергия его электрического поля превращается в энергию магнитного поля катушки с током. Согласно закону сохранения энергии суммарная энергия идеального колебательного контура остается постоянной с течением времени. Следовательно, уменьшение энергии электрического поля конденсатора равно увеличению энергии магнитного поля катушки:

$$\frac{q_0^2}{2C} = \frac{q^2(t)}{2C} + \frac{LI^2(t)}{2},$$

где $q(t)$ — мгновенное значение заряда конденсатора и $I(t)$ — сила тока в катушке в некоторый момент времени t после начала разрядки конденсатора.

В момент полной разрядки конденсатора ($q = 0$) сила тока в катушке $I(t)$ достигнет своего максимального по модулю значения I_0 (см. рис. 53, б). В соответствии с законом сохранения энергии запасенная в конденсаторе энергия электрического поля перейдет в энергию магнитного поля, запасенную в этот момент в катушке:

$$W_L = \frac{LI_0^2}{2}.$$

После разрядки конденсатора сила тока в катушке начинает убывать по модулю. Это также происходит не мгновенно, поскольку вновь возникающая ЭДС самоиндукции согласно правилу Ленца создает индукционный ток. Он имеет такое же направление, как и уменьшающийся по модулю ток в цепи, и поэтому «поддерживает» его.

В результате, к моменту исчезновения тока заряд конденсатора достигнет максимального значения q_0 . При этом его обкладка, первоначально заряженная положительно, будет заряжена отрицательно. Далее процесс повторится, отличаясь лишь тем, что электрический ток в контуре будет проходить в противоположном направлении (см. рис. 53, а).

Таким образом, в идеальном LC -контуре будут происходить периодические изменения значений силы тока и напряжения, причем полная энергия контура будет оставаться постоянной. В этом случае говорят, что в контуре возникли *свободные электромагнитные колебания*.

Свободные электромагнитные колебания в LC -контуре — это периодические изменения заряда на обкладках конденсатора, силы тока и напряжения в контуре, происходящие без пополнения энергии от внешних источников и без потерь энергии на тепловыделение и излучение.

Таким образом, существование свободных электромагнитных колебаний в контуре обусловлено перезарядкой конденсатора, вызванной возникновением ЭДС самоиндукции в катушке. Заметим, что заряд $q(t)$ конденсатора и сила тока $I(t)$ в катушке достигают своих максимальных значений q_0 и I_0 в различные моменты времени (см. рис. 53, а, б) (со сдвигом на $\frac{T}{4}$).

Наименьший промежуток времени, в течение которого LC -контур возвращается в исходное состояние (к начальным значениям заряда на каждой из обкладок), называется **периодом** свободных (собственных) электромагнитных колебаний в контуре.

Получим формулу для периода свободных электромагнитных колебаний в контуре, используя закон сохранения энергии по аналогии с механическими колебаниями. Поскольку полная энергия идеального LC -контура, равная сумме энергий электрического поля конденсатора и магнитного поля катушки, сохраняется, то в любой момент времени справедливо равенство:

$$W = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI_0^2}{2} = \frac{q^2(t)}{2C} + \frac{LI^2(t)}{2} = \text{const.} \quad (1)$$

Процессы, происходящие в колебательном контуре, аналогичны колебаниям пружинного маятника. Для полной механической энергии пружинного маятника в любой момент времени:

$$W_{\text{мех}} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv_x^2}{2}, \quad (2)$$

где k — жесткость пружины, m — масса груза, x — проекция смещения тела от положения равновесия, v_x — проекция его скорости на ось Ox .

Проанализируем соотношения (1) и (2). Видно, что энергия электрического поля конденсатора $W_C = \frac{q^2(t)}{2C}$ является аналогом потенциальной энергии упругой деформации пружины $W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}$. Соответственно, энергия магнитного поля катушки $W_L = \frac{LI^2(t)}{2}$, которая обусловлена упорядоченным движением зарядов, является аналогом кинетической энергии груза $W_{\text{к}} = \frac{mv_x^2}{2}$.

Следовательно, аналогом координаты $x(t)$ пружинного маятника при колебаниях в электрическом контуре является заряд конденсатора $q(t)$. Тогда, соответственно, аналогом проекции скорости груза $v_x(t)$ будет сила тока $I(t)$ в колебательном контуре, поскольку сила тока характеризует скорость изменения заряда конденсатора со временем.

Следуя проведенной аналогии, заменим в формуле для периода колебаний пружинного маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ жесткость k на $\frac{1}{C}$ и массу m на индуктивность L . Тогда для периода свободных колебаний в LC -контуре получим формулу:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (3)$$

которая называется **формулой Томсона**.

Исходя из сказанного, сведем рассмотренные аналогии между физическими величинами при электромагнитных и механических колебаниях в таблицу 6.

Для наблюдения и исследования электромагнитных колебаний применяют электронный осциллограф, на экране которого наблюдают осциллограмму колебаний $U(t)$ (рис. 54).

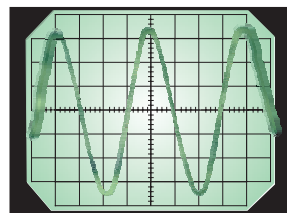


Рис. 54. Осциллограмма гармонических электромагнитных колебаний

Таблица 6. Сопоставление физических величин, характеризующих механические и электромагнитные колебания

Механические колебания пружинного маятника	Электромагнитные колебания в идеальном колебательном контуре
m (масса тела)	L (индуктивность катушки)
k (жесткость пружины)	$\frac{1}{C}$ (величина, обратная емкости)
$x(t)$ (координата тела)	$q(t)$ (заряд конденсатора)
$v_x(t)$ (проекция скорости тела)	$I(t)$ (сила тока)
$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}$ (потенциальная энергия упругой деформации пружины)	$W_c = \frac{q^2}{2C}$ (энергия электрического поля конденсатора)
$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2}$ (кинетическая энергия груза)	$W_L = \frac{LI^2}{2}$ (энергия магнитного поля катушки)
$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (период колебаний) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ (циклическая частота колебаний)	$T = 2\pi\sqrt{LC}$ (период колебаний) $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (циклическая частота колебаний)

Зависимость заряда конденсатора от времени имеет такой же вид, как и зависимость координаты тела, совершающего гармонические колебания, от времени:

$$q(t) = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0).$$



Также по гармоническому закону изменяются сила тока (но с другой начальной фазой) в цепи и напряжение на конденсаторе.

Для определения начальной фазы φ_0 и максимального заряда q_0 необходимо знать заряд конденсатора и силу тока в катушке в начальный момент времени ($t = 0$).

Отметим, что колебательный контур, в котором происходит *только* обмен энергией между конденсатором и катушкой, называется *замкнутым*.

Полная энергия идеального колебательного контура ($R = 0$) с течением времени сохраняется, поскольку в нем при прохождении тока теплота не выделяется. Реальный колебательный контур всегда имеет некоторое электрическое сопротивление R , которое обусловлено сопротивлением катушки и соединительных проводов. Это приводит к тому, что электромагнитные колебания в реальном контуре с течением времени затухают, тогда как в идеальном контуре они считаются происходящими сколько угодно долго.

Таким образом, механическим аналогом идеального колебательного контура является пружинный маятник без учета трения, а механическим аналогом реального колебательного контура — пружинный маятник с учетом трения.

Колебательный LC -контур широко используется в современных микросхемах для средств электроники и электротехнического оборудования.



1. Из каких элементов состоит идеальный колебательный контур?
2. Какие электромагнитные колебания в контуре называются свободными?
3. От каких физических величин зависит период свободных колебаний в идеальном колебательном контуре?
4. По какому закону изменяются зависимости заряда конденсатора и силы тока в катушке идеального колебательного контура с течением времени?
5. Почему в контуре, состоящем из конденсатора и резистора, не могут возникнуть электромагнитные колебания?
6. В колебательном контуре изменили начальное значение заряда конденсатора. Какие величины, характеризующие электромагнитные колебания в контуре, изменятся, а какие останутся прежними?
7. Как распределена запасенная в идеальном колебательном контуре энергия между электрическим полем конденсатора и магнитным полем катушки в идеальном колебательном контуре в моменты времени $\frac{T}{4}$; $\frac{T}{2}$; $\frac{3T}{4}$; T после начала разрядки конденсатора?
8. Зависит ли период свободных электромагнитных колебаний в идеальном колебательном контуре от запасенной в нем энергии?

Пример решения задачи



Идеальный колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 400$ пФ и катушки индуктивностью $L = 10$ мГн. Определите максимальное значение силы тока I_0 в контуре, если максимальное значение напряжения на конденсаторе $U_0 = 500$ В.

Дано:

$$C = 400 \text{ пФ} = 4,00 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}$$

$$L = 10 \text{ мГн} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}$$

$$U_0 = 500 \text{ В}$$

$$I_0 = ?$$

Решение

Максимальная энергия электрического поля конденсатора:

$$W_C = \frac{CU_0^2}{2},$$

а максимальная энергия магнитного поля катушки:

$$W_L = \frac{LI_0^2}{2}.$$

Так как контур идеальный ($R = 0$), то его полная энергия сохраняется с течением времени. По закону сохранения энергии: $W_C = W_L$, т. е.

$$\frac{CU_0^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2}.$$

Откуда

$$I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}; \quad I_0 = 500 \text{ В} \sqrt{\frac{4,00 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}}{1,0 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}}} = 0,10 \text{ А}.$$

Ответ: $I_0 = 0,10 \text{ А}$.

Упражнение 7

1. Определите период T свободных электромагнитных колебаний в идеальном колебательном контуре, состоящем из конденсатора емкостью, $C = 15 \text{ мкФ}$ и катушки индуктивностью $L = 2,5 \text{ мГн}$.
2. Определите период колебаний колебательного контура, представленного на рисунке 55.
3. Конденсатор емкостью $C = 1,2 \text{ мкФ}$ соединен с катушкой индуктивностью $L = 16 \text{ мкГн}$. Определите частоту ν свободных электромагнитных колебаний в контуре.
4. Как изменится период свободных электромагнитных колебаний в контуре, если индуктивность L катушки контура увеличить (уменьшить) в $n = 16$ раз при неизменной емкости конденсатора?
5. Определите напряжение U на конденсаторе емкостью C в момент времени: а) $t_1 = \frac{T}{8}$; б) $t_2 = \frac{5T}{8}$, если

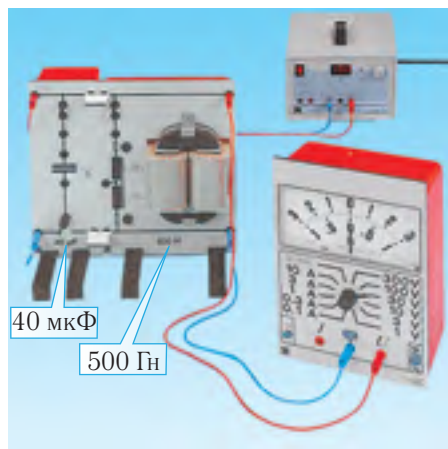


Рис. 55. Установка для определения периода колебаний идеального колебательного контура

в начальный момент времени $t_0 = 0$ напряжение на конденсаторе равно $U_0 = 48$ В, а сила тока в катушке $I_0 = 0$, T — период колебаний в контуре.

6. Входной контур радиоприемника содержит катушку индуктивностью $L = 0,32$ мГн. В каких пределах должна изменяться емкость C конденсатора контура, чтобы радиоприемник мог принимать сигналы радиостанции, работающей в диапазоне частот от $\nu_1 = 8,0$ МГц до $\nu_2 = 24$ МГц?
7. Имеются два колебательных контура. Один содержит конденсатор емкостью $C_1 = 240$ мФ и катушку индуктивностью $L_1 = 10,0$ мГн, второй — $C_2 = 260$ мФ и $L_2 = 6,00$ мГн. Настроены ли эти контуры в резонанс? Во сколько раз k необходимо изменить емкость C_2 или индуктивность L_2 , чтобы настроить эти контуры в резонанс?



§ 8. Вынужденные электромагнитные колебания. Переменный электрический ток

Если в электрическую цепь включить источник переменной ЭДС (аналог переменной силы в механической колебательной системе), то в цепи могут возникнуть вынужденные электромагнитные колебания, не затухающие с течением времени. Как получить такие колебания? Где и каким образом они используются?



Магнитный поток Φ однородного поля через плоскую поверхность равен произведению модуля индукции B магнитного поля на площадь поверхности S и косинус угла α между индукцией $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к поверхности $\Phi = BS \cos \alpha$.

Закон электромагнитной индукции: ЭДС индукции в контуре равна скорости изменения пронизывающего его магнитного потока, взятой с противоположным знаком $\mathcal{E} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$.

Незатухающие электромагнитные колебания находят широкое применение в науке и технике. Для получения незатухающих колебаний необходимо компенсировать потери энергии в контуре. Для механических колебаний это достигается действием периодической внешней силы, в результате чего в системе возникают вынужденные колебания. Аналогично этому **вынужденные электромагнитные колебания** в колебательном контуре происходят под действием внешней периодически изменяющейся ЭДС или внешнего изменяющегося напряжения.

Вынужденные электромагнитные колебания в электрической цепи называются *переменным электрическим током*.