

► Одним из важнейших достижений Х. Гюйгенса было изобретение часов с маятником. Он запатентовал свое изобретение 16 июля 1657 г. В 1673 г. вышло в свет его сочинение «Маятниковые часы», в котором были изложены теоретические основы его изобретения. Именно постоянство периода (частоты) колебаний маятника позволило использовать его для создания часов.



1. Какой маятник называют пружинным? Запишите кинематический закон движения пружинного маятника.
2. По какой формуле определяется циклическая частота колебаний пружинного маятника? Период его колебаний?
3. Изменится ли период колебаний пружинного маятника, если его «перенести» с поверхности Земли на поверхность Луны? Привести в состояние невесомости?
4. Какой маятник называют математическим? Запишите кинематический закон движения математического маятника.
5. Как направлена равнодействующая сил, приложенных к грузу маятника, в моменты, когда он находится в крайних положениях? Когда проходит через положение равновесия?
6. Маятниковые часы спешат. Как надо изменить длину подвеса, чтобы они шли точно?
7. Каким образом, используя математический маятник, можно определить ускорение свободного падения в данном месте?
8. Влияет ли изменение температуры на точность хода маятниковых часов?

### Пример решения задачи

Определите циклическую частоту  $\omega$  и период  $T$  тела массой  $m = 500$  г, прикрепленного к вертикальной пружине (рис. 17). Известно, что в состоянии покоя тело растягивает пружину на расстояние  $x_0 = 10$  мм и для возбуждения колебаний его смещают вниз на расстояние  $x = 30$  мм и отпускают.

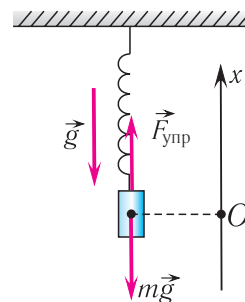


Рис. 17

Дано:

$$m = 500 \text{ г} = 0,500 \text{ кг}$$

$$x = 30 \text{ мм} = 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$x_0 = 10 \text{ мм} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$\omega$  — ?  $T$  — ?

Решение

Циклическая частота колебаний вертикального пружинного маятника, так же как и горизонтального, определяется по формуле:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Найдем жесткость  $k$  пружины. Из условия равновесия тела следует:

$$\vec{F}_{\text{упр}} + m\vec{g} = \vec{0}.$$

По закону Гука в проекции на ось  $Ox$  имеем:

$$F_{\text{упр}x} = -k(-x_0).$$

Тогда в проекции на ось  $Ox$  условие равновесия запишется:

$$mg = kx_0, \quad k = \frac{mg}{x_0}.$$

Отсюда для циклической частоты  $\omega$  получаем:

$$\omega = \sqrt{\frac{mg}{x_0 m}} = \sqrt{\frac{g}{x_0}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{1,0 \cdot 10^{-2} \text{ м}}} = 31 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Период колебаний находим из соотношения:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{x_0}{g}}, \quad T = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{1,0 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} = 0,20 \text{ с}.$$

Ответ:  $\omega = 31 \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \quad T = 0,20 \text{ с}.$



## Упражнение 2

1. Определите период  $T$  и частоту  $\nu$  колебаний груза массой  $m = 200 \text{ г}$ , подвешенного на пружине жесткостью  $k = 0,15 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ .
2. Определите длину  $l$  математического маятника на поверхности Земли, если частота его колебаний  $\nu = 1,0 \text{ Гц}$ .
3. Определите жесткость  $k$  пружины маятника массой  $m = 400 \text{ г}$ , совершающего колебания, представленные на рисунке 18.
4. Груз, подвешенный к пружине, вызывает ее удлинение на величину  $\Delta l$ . Определите  $\Delta l$  пружины, если циклическая частота вертикальных колебаний такой системы  $\omega = 10 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ .

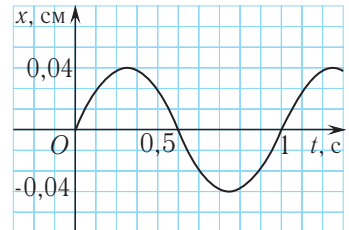


Рис. 18

5. Два тела с одинаковыми массами подвешены к двум одинаковым пружинам. Тела смещают вниз: одно на расстояние  $x_1 = 10 \text{ см}$ , другое —

на  $x_2 = 20$  см, затем одновременно отпускают. Какое из них первым пройдет положение равновесия?

6. Один математический маятник совершил за некоторое время  $N_1 = 20$  колебаний, а второй за то же время совершил  $N_2 = 16$  колебаний. Определите длину  $l_2$  второго маятника, если известно, что разность длин маятников  $\Delta l = 10$  см.
7. Период малых колебаний математического маятника на поверхности Земли равен  $T = 0,80$  с. Каким будет период  $T_1$  его колебаний на поверхности Марса, если ускорение свободного падения  $g_m = 0,37g_3$ ?
8. Определите длину  $l$  секундного маятника, установленного в Минске, где ускорение свободного падения  $g = 9,815 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ . Найдите относительную погрешность расчета, в котором ускорение свободного падения было бы принято равным  $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .



### § 3. Превращения энергии при гармонических колебаниях

При гармонических колебаниях полная механическая энергия системы остается неизменной, хотя скорость груза и его смещение непрерывно изменяются с течением времени. Какие превращения энергии наблюдаются в системе при этом? Как вычислить кинетическую или потенциальную энергию в любой момент времени?



Механическая энергия системы равна сумме ее кинетической и потенциальной энергий. Кинетической энергией тело обладает вследствие своего движения, а потенциальная энергия определяется взаимодействием тела с другими телами или силовыми полями. Механическая энергия замкнутой системы, в которой не действуют силы трения (сопротивления), сохраняется.

Привести в движение колебательную систему можно либо посредством отклонения ее из положения равновесия, либо сообщая телу начальную скорость (т. е. посредством толчка). В первом случае мы сообщаем системе дополнительную *потенциальную* энергию, а во втором — дополнительную *кинетическую* энергию.

Если силой трения можно пренебречь, то при колебаниях механическая энергия системы сохраняется. При этих условиях для данной системы выполняется закон сохранения механической энергии:

$$W = W_k + W_n = \text{const.}$$