

§ 14. Простыя і састаўныя лікі.

Раскладанне ліку на простыя множнікі

Лік 24 мае восем розных дзельнікаў: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Лік 19 — толькі два розныя дзельнікі: 1 і 19. Такія лікі, як 19, называюцца простымі.



Простым лікам называецца лік, які мае толькі два розныя дзельнікі.

Лік 24 не з'яўляецца простым, ён называецца састаўным.



Састаўным лікам называецца лік, які мае больш за два дзельнікі.

Лік 1 не з'яўляецца ні простым, ні састаўным. Лік 2 — найменшы просты лік. Гэта адзіны цотны просты лік, астатнія простыя лікі няцотныя.

Простых лікаў бясконца многа. На форзацы падручніка змешчана табліца простых лікаў, у якой запісаны ўсе простыя лікі з першай тысячы.

Задача. Патрабуецца выдзеліць участак зямлі прамавугольнай формы плошчай 24 м^2 . Якімі могуць быць памеры гэтага ўчастка, калі яны павінны выражацца натуральнымі лікамі?

Рашэнне: Паколькі плошча прамавугольніка роўная здабытку яго даўжыні і шырыні, то магчымы наступныя варыянты:

$$24 = 1 \cdot 24; \quad 24 = 2 \cdot 12; \quad 24 = 3 \cdot 8; \quad 24 = 4 \cdot 6.$$

Пры рашэнні задачы мы прадставілі лік 24 у выглядзе здабытку натуральных лікаў. Кажуць: «расклалі лік 24 на множнікі».

Калі ў раскладанні ліку $24 = 4 \cdot 6$ множнікі 4 і 6 таксама прадставіць у выглядзе здабытку: $4 = 2 \cdot 2$, $6 = 2 \cdot 3$, то лік 24 будзе раскладзены на простыя множнікі: $24 = 4 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$.

Пры раскладанні лікаў на простыя множнікі выкарыстоўваюць прыметы дзялімасці і робяць запіс з выкарыстаннем вертыкальнай рысы. Злева ад рысы запісваюць дзялімае, справа — дзельнік, значэнне дзелі — пад дзялімым.

Прыклад 1. Раскладзіце на простыя множнікі лікі 72, 162, 250.

Рашэнне:

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 162 & 2 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2,$$

$$162 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^4,$$

$$250 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2 \cdot 5^3.$$

Раскладанне ліку на простыя множнікі выкарыстоўваюць для знаходжання найбольшага агульнага дзельніка і найменшага агульнага кратнага некалькіх лікаў.



Каб знайсці найбольшы агульны дзельнік некалькіх натуральных лікаў, трэба:

- 1) раскласці кожны з лікаў на простыя множнікі;
- 2) выпісаць усе агульныя множнікі (тыя, якія ўваходзяць у кожнае з атрыманых раскладанняў);
- 3) знайсці здабытак гэтых агульных множнікаў.

Прыклад 2. Знайдзіце НАД (72; 162).

Рашэнне: $72 = \underline{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \underline{3} \cdot \underline{3}$; $162 = 2 \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot 3 \cdot 3$.

$$\text{НАД (72; 162)} = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18.$$

Адказ: 18.

Прыклад 3. Знайдзіце НАД (105; 147; 231).

Рашэнне: $105 = \underline{3} \cdot 5 \cdot \underline{7}$; $147 = \underline{3} \cdot \underline{7} \cdot 7$;

$231 = \underline{3} \cdot \underline{7} \cdot 11$.

НАД (105; 147; 231) = $3 \cdot 7 = 21$.

Адказ: 21.

Прыклад 4. Знайдзіце НАД (72; 55).

Рашэнне: $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; $55 = 5 \cdot 11$.

НАД (72; 55) = 1.

Адказ: 1.

Лікі 72 і 55 маюць найбольшы агульны дзельнік, роўны 1. Такія лікі называюць узаемна простымі.



Два натуральных лікі называюць узаемна простымі, калі іх найбольшы агульны дзельнік роўны 1.



Каб знайсці найменшае агульнае кратнае некалькіх натуральных лікаў, трэба:

- 1) раскласці кожны з лікаў на простыя множнікі;
- 2) запісаць раскладанне аднаго з лікаў і дапоўніць яго тымі множнікамі з астатніх раскладанняў, якіх няма ў запісаным здабытку;
- 3) вылічыць запісаны здабытак.

Прыклад 5. Знайдзіце НАК (18; 24).

Рашэнне. Раскладзём лікі 18 і 24 на простыя множнікі:

$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$; $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$.

НАК (18; 24) = $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72$.

Адказ: 72.

Прыклад 6. Знайдзіце:

а) НАК (60; 15); б) НАК (8; 25).

Рашэнне:

а) Калі адзін з лікаў дзеліцца на другі, то іх найменшае агульнае кратнае роўнае большаму з лікаў.

Адказ: НАК $(60; 15) = 60$.

б) Паколькі ўзаемна простыя лікі не маюць агульных простых дзельнікаў, то іх найменшае агульнае кратнае роўнае здабытку гэтых лікаў.

Адказ: НАК (8; 25) = 200.



296. Дакажыце, што дадзены лік састаўны, выкарыстоўваючы прыметы дзялімасці:

- а) 36; в) 8040;
б) 215; г) 12 321.

297. Визначте, простим або састаўным з’яўляецца дадзены лік, выкарыстоўваючы табліцу простых лікаў:

- а) 107; в) 517; д) 883;
б) 221; г) 683; е) 937.

298. Визначте, выкарыстоўваючы прыметы дзялімасці, з'яўляецца лік простым або састаўным:

- а) 279; в) 603;
б) 335; г) 1929.

299. Якімі лічбамі можа заканчвацца мнагазначны просты лік?

300. Запішыце адзін з простых дзельнікаў ліку,
а затым — усе простыя дзельнікі ліку:

- а) 24; б) 35; в) 42; г) 60.

301. Раскладзіце лік на простыя множнікі, выкарыстоўваючы паслядоўнае дзяленне:

- а) 16; г) 72; ё) 180;
б) 18; д) 100; ж) 324;
в) 60; е) 96; з) 1000.

- 302.** Знайдзіце з дапамогай алгарытму:
 а) НАД (50; 45); г) НАД (216; 504);
 б) НАД (42; 48); д) НАД (186; 465; 434);
 в) НАД (70; 90); е) НАД (260; 169; 39).
- 303.** Знайдзіце з дапамогай алгарытму:
 а) НАК (16; 18); г) НАК (30; 23);
 б) НАК (80; 30); д) НАК (200; 120);
 в) НАК (18; 50); е) НАК (15; 7).
- 304.** Вызначце, ці з'яўляюцца ўзаемна простымі лікі:
 а) 7 і 9; в) 6 і 10; д) 13 і 33;
 б) 15 і 17; г) 11 і 12; е) 15 і 44.
- 305.** Запішыце тры пары такіх лікаў a і b , каб выконвалася роўнасць:
 а) НАК ($a; b$) = b ; в) НАК ($a; b$) = $a \cdot b$;
 б) НАД ($a; b$) = b ; г) НАД ($a; b$) = 1.
- 306.** У некаторы момант часу планеты Венера і Меркурый займаюць пэўнае становішча адносна зорак. Праз колькі сутак абедзве планеты будуць знаходзіцца зноў у такім самым становішчы адносна зорак, калі вядома, што Меркурый робіць поўны абарот вакол Сонца за 88 сутак, а Венера — за 225 сутак?



Рашыце задачы.

- 307.** Даўжыня прамавугольніка ў 8 разоў большая за яго шырыню. Знайдзіце даўжыню прамавугольніка, калі шырыня на 42 см меншая за даўжыню.
- 308.** Матацыкліст ехаў 3 г са скорасцю 48 км/г, затым 2 г са скорасцю 54 км/г і 4 г са скорасцю 51 км/г і пераадолеў некаторую адлегласць. За які час ён праедзе гэтую адлегласць са скорасцю 57 км/г?



Правер сябе!

Назавіце прапушчаныя словы (1, 2).

1. Простым лікам называецца лік, які ... толькі дзельнікі.

2. Састаўным лікам называецца лік, які мае ... за ... дзельнікі.

3. Лік 1 з'яўляецца:

а) простым лікам;

б) састаўным лікам;

в) ні простым, ні састаўным лікам.

Выберыце правільны адказ.

Закончыце сцвярджэнне (4, 5).

4. Любы састаўны лік можна раскласці...

5. Два натуральныя лікі называюць узаемна простымі, калі іх найбольшы агульны дзельнік роўны...

Назавіце прапушчаныя словы (6–9).

6. Каб знайсці найбольшы агульны дзельнік некалькіх натуральных лікаў, трэба:

а) раскласці кожны з лікаў на ;

б) ... усе ... множнікі, якія ўваходзяць у кожнае з атрыманых ... ;

в) знайсці ... агульных множнікаў.

7. Каб знайсці найменшае агульнае кратнае некалькіх натуральных лікаў, трэба:

а) раскласці кожны з лікаў на ;

б) запісаць раскладанне і дапоўніць яго ... з астатніх раскладанняў, якіх ... у здабытку;

в) вылічыць ... здабытак.

8. Калі адзін з двух лікаў — дзельнік другога, то іх найменшае агульнае кратнае...

9. Найменшае агульнае кратнае ўзаемна простых лікаў роўнае...



309. Визначце, якія з лікаў 7, 9, 17, 24, 33, 43, 55, 61 простыя.

310. З дапамогай табліцы простых лікаў вызначце, простым або састаўным з'яўляецца лік:
а) 137; б) 379; в) 437; г) 829.

311. Раскладзіце лік на простыя множнікі, выкарыстоўваючы паслядоўнае дзяленне:
а) 24; б) 45; в) 128; г) 90.

312. Знайдзіце НАД лікаў і вызначце, якія з пар лікаў з'яўляюцца ўзаемна простымі:
а) 5 і 8; в) 20 і 23;
б) 12 і 15; г) 11 і 33.

313. Знайдзіце, выкарыстоўваючы алгарытм:
а) НАД (90; 120), в) НАД (16; 5),
НАК (90; 120); НАК (16; 5);
б) НАД (12; 36), г) НАД (12; 48),
НАК (12; 36); НАК (12; 18).

314. Знайдзіце, выкарыстоўваючы алгарытм:
а) НАК (6; 18); г) НАК (3; 23);
б) НАК (80; 20); д) НАК (5; 12);
в) НАК (18; 60); е) НАК (15; 7).

315. Тры параходы заходзяць у порт пасля кожнага рэйса. Першы параход выконвае свой рэйс за 6 дзён, другі — за 5 дзён, трэці — за 10 дзён. Праз колькі дзён пасля выхаду ў рэйс сустрэнуцца ў порце тры параходы, калі ўсе яны выйшлі з порта адначасова?



НАД (9; 12) = 3, НАК (9; 12) = 36; заўважым, што $9 \cdot 12 : 36 = 3$. Праверце гэтую ўласцівасць на іншых прыкладах. Паспрабуйце яе сфармуляваць.

Тэст для самаправеркі

Пасля вывучэння гэтага раздзела я павінен:

1. Умець выконваць аналіз умовы задачы, складаць мадэлі яе ўмовы і план рашэння.
2. Ведаць алгарытмы рашэння задач: на суму і рознасць, на часткі.
3. Умець паказваць лікі на каардынатым прамені.
4. Умець выконваць дзеянні з натуральнымі лікамі: складанне, адніманне, множанне, дзяленне, дзяленне з астачай, узвядзенне ў ступень.
5. Умець акругляць натуральныя лікі.
6. Знаходзіць дзельнікі і кратныя лікаў.
7. Ведаць прыметы дзялімасці.
8. Раскладаць лікі на простыя множнікі.
9. Знаходзіць НАК і НАД лікаў.

Тэст

1. Для свята кветак дзеці прынеслі 90 руж, 18 гербер і 72 хрызантэмы. Якую максімальную колькасць аднолькавых букетаў можна скласці з гэтых кветак?

Выберыце правільны адказ:

- а) 9; б) 6; в) 18; г) 36.

2. Цягнік Мінск — Баранавічы адпраўляецца ў 9:00. У які час цягнік прыбудзе ў Баранавічы, калі ён ідзе са скорасцю 75 км/г, а адлегласць паміж Мінскам і Баранавічамі 150 км?

Выберыце правільны адказ:

- а) 10 г 30 мін; в) 10 г;
б) 10 г 10 мін; г) 11 г.

3. Якім лікам кратны лік 3675:

- а) 2; б) 3; в) 9; г) 5; д) 3 і 5?

4. У спаборніцтве па шахматах удзельнічалі 54 члены шахматнай секцыі. Хлопчыкаў на

спаборніцтве было ў два разы больш, чым дзяўчынак. Колькі дзяўчынак удзельнічала ў спаборніцтве:

- а) 36; б) 24; в) 18; г) 16?

5. Таксіст за дзень праязджае 200 км, а сярэдні расход бензіну — 5 л на 100 км. Якую мінімальную суму трэба адкласці вадзіцелю, каб яе хапіла для запраўкі на тыдзень, калі 1 л бензіну каштуе 1 р. 20 к.:

- а) 57 р.; в) 84 р.;
б) 57 р. 60 к.; г) 90 р. 20 к.?

6. Якія з пар лікаў з'яўляюцца ўзаемна простымі:

- 1) 12 і 15; 3) 41 і 123; 5) 1001 і 49;
2) 16 і 33; 4) 25 і 80; 6) 87 і 15?

Выберыце правільны адказ:

- а) 1 і 3; б) 4; в) 2; г) 3 і 5.

7. Акругліце лік 23 458 697 да разраду дзясяткаў, дзясяткаў тысяч. Выберыце правільны адказ:

- а) 23 458 790 і 23 450 000;
б) 23 458 700 і 23 460 000;
в) 23 458 700 і 23 450 000;
г) 23 458 600 і 23 550 000.

8. Вылічыце: $2^2 - 4^0 + 125 : 5^2$. Выберыце правільны адказ:

- а) 3; б) 4; в) 8; г) 5.

9. Для святочнага афармлення навагодняй ёлкі падрыхтавалі сінія, жоўтыя і чырвоныя шарыкі. Сініх шарыкаў на 15 больш, чым жоўтых, а чырвоных — на 12 менш, чым жоўтых. Колькі на ёлцы сініх, чырвоных і жоўтых шарыкаў, калі ўсяго для ўпрыгожвання выкарысталі 60 шарыкаў:

- а) 36; 21; 9; в) 34; 7; 19;
б) 30; 20; 10; г) 19; 31; 10?

10. На каардынатым прамені адзначылі лікі a , b і c . Вядома, што $a > b$ і што $c < b$. Які з лікаў размешчаны правей:

- а) a ; в) c ;
б) b ; г) нельга вызначыць?

§ 15. Матэматыка вакол нас

- 316.** Вы стаіце насупраць дома, нумар якога 27 (няцотны бок вуліцы). Колькі дамоў па гэтым баку вы павінны прайсці, каб дайсці да дома, нумар якога ў пяць разоў большы, улічваючы, што на вуліцы няма дамоў з аднолькавымі нумарамі?
- 317.** Швейнае атэльё выконвала заказ па пашыве танцавальных касцюмаў па 50 р. за камплект для хлопчыкаў і 55 р. за камплект для дзяўчынак. Калі бацькі прыйшлі за заказам, то заплацілі 2400 р. за 44 камплекты. Колькі хлопчыкаў ходзіць у танцавальны гурток?
- 318.** Абанемент у басейн для дарослага каштуе 18 р. (8 наведванняў у месяц), а разовае наведванне — 2 р. 50 к. Кошт абанемента для дзіцяці 15 р., разовае наведванне — 1 р. 50 к. Які варыянт найбольш выгадны для наведвання басейна для сына з бацькам на працягу месяца?
- 319.** На прамой адзначылі некалькі пунктаў. Затым адзначылі сярэдзіны адрэзкаў, якія злучаюць суседнія пункты. Атрымалася, што ўсяго адзначылі 119 пунктаў. Колькі пунктаў адзначылі спачатку?