

§ 14. Простыя і састаўныя лікі. Раскладанне ліку на простыя множнікі

Лік 24 мае восем розных дзельнікаў: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Лік 19 — толькі два розныя дзельнікі: 1 і 19. Такія лікі, як 19, называюцца простымі.

Простым лікам называецца лік, які мае толькі два розныя дзельнікі.

Лік 24 не з'яўляецца простым, ён называецца састаўным.

Састаўным лікам называецца лік, які мае больш за два дзельнікі.

Лік 1 не з'яўляецца ні простым, ні састаўным.

Лік 2 — найменшы просты лік. Гэта адзіны цотны просты лік, астатнія простыя лікі няцотныя.

Простых лікаў бясконца многа. На форзацы 1 вучэбнага дапаможніка змяшчаецца табліца простых лікаў, у якой запісаны ўсе простыя лікі з першай тысячы.

Задача. На эксперыментальным участку для зеляніны трэба выдзеліць участак зямлі прамавугольнай формы плошчай 24 м^2 . Якімі могуць быць памеры гэтага ўчастка, калі яны павінны выражацца натуральнымі лікамі?

Рашэнне. Паколькі плошча прамавугольніка роўна здабытку яго даўжыні і шырыні, то магчымы наступныя варыянты:

$$24 = 1 \cdot 24; \quad 24 = 2 \cdot 12; \quad 24 = 3 \cdot 8; \quad 24 = 4 \cdot 6.$$

Пры рашэнні задачы мы прадставілі лік 24 у выглядзе здабытку натуральных лікаў. Гавораць: «расклалі лік 24 на множнікі».

Калі пры раскладанні ліку $24 = 4 \cdot 6$ множнікі 4 і 6 таксама прадставіць у выглядзе здабытку: $4 = 2 \cdot 2$, $6 = 2 \cdot 3$, то лік 24 будзе раскладзены на простыя множнікі: $24 = 4 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$.

Пры раскладанні лікаў на простыя множнікі прымяняюць прыметы дзялімасці і робяць запіс з выкарыстаннем вертыкальнай рысы. Злева ад рысы запісваюць дзялімае, справа — дзельнік, значэнне дзелі — пад дзялімым.

Прыклад 1. Раскладзіце на простыя множнікі лікі 72, 162, 250.

Рашэнне.

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 162 & 2 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2;$$

$$162 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^4;$$

$$250 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2 \cdot 5^3.$$

Раскладанне ліку на простыя множнікі выкарыстоўваюць для знаходжання найбольшага агульнага дзельніка і найменшага агульнага кратнага некалькіх лікаў.

 **Каб знайсці найбольшы агульны дзельнік двух (некалькіх) натуральных лікаў, трэба:**

- 1) раскласці кожны з лікаў на простыя множнікі;
- 2) выпісаць усе агульныя множнікі (тыя, што ўваходзяць у кожнае з атрыманых раскладанняў);
- 3) знайсці здабытак гэтых агульных множнікаў.

Прыклад 2. Знайдзіце НАД (72; 162).

Рашэнне. $72 = \underline{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \underline{3} \cdot \underline{3}$; $162 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot 3 \cdot 3$.

НАД (72; 162) = $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$.

Адказ: 18.

Прыклад 3. Знайдзіце НАД (105; 147; 231).

Рашэнне. $105 = \underline{3} \cdot \underline{5} \cdot \underline{7}$; $147 = \underline{3} \cdot \underline{7} \cdot \underline{7}$; $231 = \underline{3} \cdot \underline{7} \cdot \underline{11}$.

НАД (105; 147; 231) = $3 \cdot 7 = 21$.

Адказ: 21.

Калі натуральныя лікі не маюць агульных дзельнікаў, то іх НАД = 1.

Прыклад 4. Знайдзіце НАД (72; 55).

Рашэнне. $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; $55 = 5 \cdot 11$.

НАД (72; 55) = 1.

Адказ: 1.

Лікі 72 і 55 маюць найбольшы агульны дзельнік, роўны 1. Такія лікі называюць узаемна простымі.

Два натуральныя лікі называюць **узаемна простымі**, калі іх найбольшы агульны дзельнік роўны 1.



Каб знайсці найменшае агульнае кратнае двух (некалькіх) натуральных лікаў, трэба:

- 1) раскласці кожны з лікаў на простыя множнікі;
- 2) запісаць раскладанне аднаго з лікаў і дапоўніць яго тымі множнікамі з астатніх раскладанняў, якіх няма ў запісаным задбытку;
- 3) вылічыць запісаны здабытак.

Прыклад 5. Знайдзіце НАК (18; 24).

Рашэнне. Раскладзём лікі 18 і 24 на простыя множнікі:
 $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$; $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$.

Дапоўнім раскладанне ліку 24 множнікам 3.

НАК (18; 24) = $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72$.

Адказ: 72.

Прыклад 6. Знайдзіце:

- а) НАК (60; 15); б) НАК (8; 25).

Рашэнне.

а) Калі адзін з лікаў дзеліцца на другі, то іх найменшае агульнае кратнае роўна большаму з лікаў.

60 дзеліцца на 15, значыць, $\text{НАК}(60; 15) = 60$.

б) Паколькі ўзаемна простыя лікі не маюць агульных простых дзельнікаў, то іх найменшае агульнае кратнае роўна здабытку гэтых лікаў.

8 і 25 — узаемна простыя лікі, значыць, $\text{НАК}(8; 25) = 8 \cdot 25 = 200$.

Адказ: а) 60; б) 200.

**Рашаем разам**

295. Дакажыце, што дадзены лік састаўны, выкарыстаўшы прыметы дзялімасці:

а) 36; б) 215; в) 8040; г) 12 321.

296. Вызначце, простым ці састаўным з'яўляецца дадзены лік, выкарыстаўшы табліцу простых лікаў:

а) 107; б) 221; в) 517; г) 683; д) 883; е) 937.

297. Вызначце, выкарыстаўшы прыметы дзялімасці, ці з'яўляецца лік простым або састаўным:

а) 279; б) 335; в) 603; г) 1929.

298. Якімі лічбамі можа заканчвацца мнагазначны просты лік?

299. Запішыце адзін з простых дзельнікаў ліку, а затым — усе простыя дзельнікі ліку:

а) 24; б) 35; в) 42; г) 60.

300. Раскладзіце лік на простыя множнікі, выкарыстаўшы паслядоўнае дзяленне:

а) 16; в) 60; д) 100; ж) 180;
б) 18; г) 72; е) 96; з) 324.

301. Знайдзіце пры дапамозе алгарытму:

- а) НАД (50; 45); г) НАД (216; 504);
 б) НАД (42; 48); д) НАД (186; 465; 434);
 в) НАД (70; 90); е) НАД (260; 169; 39).

302. Знайдзіце пры дапамозе алгарытму:

- а) НАК (16; 18); г) НАК (30; 23);
 б) НАК (80; 30); д) НАК (200; 120);
 в) НАК (18; 50); е) НАК (15; 7).

303. Вызначце, ці з'яўляюцца ўзаемна простымі лікі:

- а) 7 і 9; в) 6 і 10; д) 13 і 33;
 б) 15 і 17; г) 11 і 12; е) 15 і 44.

304. Запішыце тры пары лікаў a і b , для якіх выконваецца роўнасць:

- а) НАК $(a; b) = b$; в) НАК $(a; b) = a \cdot b$;
 б) НАД $(a; b) = b$; г) НАД $(a; b) = 1$.

305. У некаторы момант часу планеты Венера і Меркурый займаюць пэўнае становішча адносна Сонца. Праз колькі сутак абедзве планеты зноў будуць знаходзіцца ў тым жа становішчы адносна Сонца, калі вядома, што Меркурый робіць поўны абарот вакол Сонца за 88 сутак, а Венера — за 225 сутак?



Паўтараем

Рашыце задачы 306, 307.

306. Даўжыня прамавугольніка ў 8 разоў большая за яго шырыню. Знайдзіце даўжыню прамавугольніка, калі шырыня на 42 см меншая за даўжыню.

307. Матацыкліст ехаў 3 г са скорасцю 48 км/г, затым 2 г са скорасцю 54 км/г і 4 г са скорасцю 51 км/г і пераадолеў некаторую адлегласць. За які час ён праедзе гэту адлегласць, рухаючыся са скорасцю 57 км/г?



Правяраем сябе

1. Назавіце прапушчаныя словы:

- а) Простым лікам называецца лік, які мае толькі ... дзельнікі.
- б) Састаўным лікам называецца лік, які мае ... дзельнікі.

2. Выберыце правільны адказ.

Лік 1 не з'яўляецца:

- а) простым лікам;
- б) састаўным лікам;
- в) ні простым, ні састаўным лікам.

3. Закончыце сцвярджанне:

- а) Любы састаўны лік можна раскласці...
- б) Два натуральныя лікі называюць узаемна простымі, калі іх найбольшы агульны дзельнік роўны...

4. Назавіце прапушчаныя словы:

- а) Каб знайсці найбольшы агульны дзельнік двух (некалькіх) натуральных лікаў, трэба:

- 1) раскласці кожны з лікаў на ...;
- 2) ... усе агульныя множнікі (тыя, што ... у кожны з атрыманых ...);

- 3) знайсці ... агульных множнікаў.

- б) Каб знайсці найменшае агульнае кратнае двух (некалькіх) натуральных лікаў, трэба:

- 1) раскласці кожны з лікаў на ...;
- 2) запісаць раскладанне ... і дапоўніць яго ... з астатніх раскладанняў, якіх ... здабытку;

- 3) вылічыць ... здабытак.

- в) Калі адзін з двух лікаў дзеліцца на другі, то іх найменшае агульнае кратнае

- г) Найменшае агульнае кратнае ўзаемна простых лікаў роўна



Рашаем самастойна

308. Вызначце, якія з лікаў 7, 9, 17, 24, 33, 43, 55, 61 з'яўляюцца простымі.

309. Пры дапамозе табліцы простых лікаў вызначце, простым ці састаўным з'яўляецца лік:

а) 137; б) 379; в) 437; г) 829.

310. Раскладзіце лік на простыя множнікі, выкарыстаўшы паслядоўнае дзяленне:

а) 24; б) 45; в) 128; г) 90.

311. Знайдзіце НАД лікаў і вызначце, якія з пар лікаў з'яўляюцца ўзаемна простымі:

а) 5 і 8; в) 20 і 23;

б) 12 і 15; г) 11 і 33.

312. Знайдзіце, выкарыстаўшы алгарытм:

а) НАД (90; 120), НАК (90; 120);

б) НАД (16; 5), НАК (16; 5);

в) НАД (12; 36), НАК (12; 36);

г) НАД (12; 48), НАК (12; 48).

313. Знайдзіце, выкарыстаўшы алгарытм:

а) НАК (6; 18); в) НАК (18; 60); д) НАК (5; 12);

б) НАК (80; 20); г) НАК (3; 23); е) НАК (15; 35).

314. Тры параходы заходзяць у порт пасля кожнага рэйса. Першы параход выконвае свой рэйс за 6 дзён, другі — за 5 дзён, трэці — за 10 дзён. Праз колькі дзён пасля выхаду ў рэйс усе тры параходы сустрэнуцца ў порце, калі ўсе яны выйшлі з порта адначасова?



Даследуем

$\text{НАД}(9; 12) = 3$, $\text{НАК}(9; 12) = 36$; заўважым, што $9 \cdot 12 : 36 = 3$. Праверце гэту ўласцівасць на іншых прыкладах. Паспрабуйце яе сфармуляваць.