

§ 11. Деление с остатком

Многие практические задачи приводят к необходимости выполнять деление с остатком.

Задача 1. Стоимость одного пакета муки 4 р. Сколько пакетов муки можно купить на 21 р.? Сколько денег останется?

Решение: $21 : 4 = 5$ (ост. 1).

Значит, на эти деньги можно купить 5 пакетов муки и 1 р. останется.

Задача 2. Волонтеры распределяли 45 т гуманитарного груза по 6 т на один грузовик. Сколько грузовиков было загружено полностью? Сколько тонн груза придётся поместить на дополнительный грузовик?

Решение: $45 : 6 = 7$ (ост. 3).

Значит, 7 грузовиков будут загружены полностью, на восьмой грузовик поместят 3 т груза.



Таблица 6

Делимое	Делитель	Неполное частное	Остаток	Правило: чтобы найти делимое при делении с остатком, нужно неполное частное умножить на делитель и к полученному произведению прибавить остаток
21	4	5	1	$21 = 5 \cdot 4 + 1$
45	6	7	3	$45 = 7 \cdot 6 + 3$
a	b	q	r	$a = q \cdot b + r$



Разделить с остатком натуральное число a на натуральное число b — значит найти такие числа q (неполное частное) и r (остаток), что $a = q \cdot b + r$, причём $r < b$ (остаток меньше делителя).

Разделим каждое из чисел 21, 22, 23, 24 на 4:

$$21 : 4 = 5 \text{ (ост. 1);} \quad 23 : 4 = 5 \text{ (ост. 3);}$$

$$22 : 4 = 5 \text{ (ост. 2);} \quad 24 : 4 = 6 \text{ (ост. 0).}$$

Заметим, что при делении на 4 могут получаться только остатки 0, 1, 2, 3. Действительно, если бы различных остатков было больше, то они оказались бы больше числа 4, а это значит, что неполное частное при делении на 4 следовало бы увеличить.

Вообще при делении на натуральное число n возможны ровно n различных остатков: 0, 1, 2, 3, ..., $n - 1$. Например, при делении на 7 возможны остатки 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.



243. Найдите делимое при делении с остатком, если:

а) неполное частное 17, делитель 36, остаток 13;

б) неполное частное 1, делитель 65, остаток 64;

в) делитель 15, неполное частное 0, остаток 7;

г) делитель 104, неполное частное 201, остаток 25.

244. а) Какие остатки могут получиться при делении различных чисел на 5; на 7; на 11; на 17?

б) Существует ли число, которое при делении на 10 даёт в остатке 13?

в) Какой наибольший остаток может получиться при делении натуральных чисел на 6; на 9; на 25?

- 245.** Запишите зависимость между делимым, делителем, частным и остатком, используя равенство $a = q \cdot b + r$:
- а) при делении числа 100 на число x получили в неполном частном 11 и в остатке 1;
 - б) при делении числа a на число b получили в неполном частном 12 и в остатке 8;
 - в) при делении числа m на число n получили в неполном частном 25 и в остатке r ;
 - г) при делении числа 41 на число n получили в неполном частном 5 и в остатке 6.
- 246.** Стоимость одного шоколадного батончика 65 к. Сколько шоколадных батончиков можно купить на 3 р.? Сколько денег останется?
- 247.** Летние каникулы длятся 92 дня. Сколько это составит полных недель и сколько дней?
- 248.** В классе 23 человека. Школьников построили в колонну по 3 человека в ряд. Сколько человек стоит в последнем (неполном) ряду?
- 249.** Карандаши раскладывают по коробкам, в каждую из которых помещается дюжина (12) карандашей. Сколько полных коробок получится и сколько карандашей останется, если всего имеется 150 карандашей?
- 250.** В вагоне поезда 36 мест по 4 места в каждом купе. Сколько купе в этом вагоне? Определите номер купе, в котором находится указанное место: а) 12; б) 21; в) 33.
- 251.** В подъезде 13-этажного дома расположены квартиры с 1-й по 52-ю. На каком этаже расположена квартира № 43?
- 252.** Петя живёт в квартире № 52. В его доме 5 этажей, по 4 квартиры на каждом этаже. В каком подъезде и на каком этаже живёт Петя?

253. Сотрудники издательства подсчитали, что в среднем за неделю они расходуют 3450 листов бумаги формата А4. На складе лежат пачки этой бумаги по 500 листов. Какое наименьшее количество таких пачек надо заказать, чтобы обеспечить издательство бумагой на 6 недель?



254. Выразите в килограммах и граммах:

- а) 6320 г, 18 004 г; б) 8009 г, 40 040 г.

255. Автомобилист ехал 2 ч со скоростью 84 км/ч, 4 ч со скоростью 78 км/ч и 5 ч со скоростью 76 км/ч. Сколько времени понадобится ему, чтобы весь путь проехать со скоростью 86 км/ч?



Проверь себя!

1. Закончите предложение:

а) числа при делении с остатком называют делимое, ... , ... частное и ... ;

б) при делении с остатком остаток всегда

2. Назовите пропущенные слова.

Чтобы найти делимое при делении с остатком, нужно ... умножить на делитель и к полученному произведению прибавить

3. Закончите предложение:

а) при делении нацело остаток равен... ;

б) при делении на 4 могут получаться остатки, равные...



256. Найдите делимое при делении с остатком, если:

а) неполное частное 4, делитель 25, остаток 8;

б) неполное частное 1, делитель 13, остаток 1;

в) делитель 7, неполное частное 0, остаток 5.

Решите задачи.

- 257.** Сырок стоит 32 к. Сколько сырков можно купить на 1 р.? Сколько денег останется?
- 258.** Отпуск мамы длится 24 дня. Сколько это полных недель и сколько дней?
- 259.** Для транспортировки 756 яиц потребовались лотки. В наличии имеются лотки по 10 яиц. Сколько таких лотков потребуется?
- 260.** Учащихся класса построили в колонну по 4 человека в ряд. Получилось 6 полных рядов и один неполный ряд из двух человек. Сколько учащихся в классе?



При делении 500 000 000 на 13 получили несколько цифр числа в неполном частном: 38 461 53... . Какой будет следующая цифра в частном? Сколько ещё цифр в частном можно записать, не выполняя деление?

§ 12. Делители числа. Кратные числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел

Практические задачи приводят к необходимости находить число, на которое данное число делится без остатка. Например, какого вида упаковки можно использовать для транспортировки 155 новогодних шариков, если в каждой упаковке должно быть одинаковое число шариков? Ясно, что упаковки могут содержать: 1, 5, 31 или 155 шариков, так как число 155 делится на эти числа без остатка. Числа 1, 5, 31, 155 называются делителями числа 155.

