

§ 10. Степень числа с натуральным показателем

Известно, что сумма нескольких одинаковых слагаемых ($3 + 3 + 3 + 3$) — это произведение одного слагаемого на их количество ($3 \cdot 4$). Рассмотрим произведение нескольких одинаковых множителей.

Таблица 5

Произведение одинаковых множителей	Новое действие (возведение в степень)	Компонент действия (основание степени)	Компонент действия (показатель степени)	Результат действия (значение степени)
$5 \cdot 5 \cdot 5$	$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$ (возведение числа 5 в третью степень)	5	3	$5^3 = 125$
$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$ (возведение числа 3 в четвертую степень)	3	4	$3^4 = 81$
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$ (возведение числа 2 в пятую степень)	2	5	$2^5 = 32$
$a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$	$a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n$ (возведение числа a в n -ю степень)	a	n	a^n



Степенью числа a с натуральным показателем n , бóльшим 1, называют произведение n множителей, каждый из которых равен a .

$$a^n = \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^n; a^1 = a$$



Число a называют **основанием степени**, число n — **показателем степени**. Чтобы найти значение степени (чтобы возвести число в степень), надо найти значение произведения одинаковых множителей.

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64; 5^6 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 15\,625.$$

Принято считать, что $a^1 = a$.

Возведение числа в степень называется **действием третьей ступени**.



Если в выражении есть степень с натуральным показателем и нет скобок, то сначала выполняют возведение в степень, затем выполняют действия второй ступени, а затем — первой.

Пример: $5^2 - 3^2 + 12 : 4 = 25 - 9 + 12 : 4 =$
 $= 25 - 9 + 3 = 16 + 3 = 19.$

Степень числа читают разными способами. Например, 3^4 можно прочесть так: «три в четвёртой степени», или «три в степени четыре», или «четвёртая степень числа 3».

Вторая и третья степени числа имеют специальные названия. Так, 10^2 читают «десять в квадрате» или «квадрат числа десять»; 5^3 читают «пять в кубе» или «куб числа 5».

Таблица квадратов и кубов первых 10 натуральных чисел имеет следующий вид:

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
a^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

Как известно, любое натуральное число можно представить в виде суммы разрядных слагаемых. Эту сумму можно записать ещё одним способом — с помощью степеней числа 10.

Например: $53\,421 = 50\,000 + 3000 + 400 + 20 + 1 = 5 \cdot 10\,000 + 3 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 1 = 5 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 1$.



215. Запишите произведение чисел в виде степени. Назовите основание и показатель степени:

- а) $4 \cdot 4 \cdot 4$; $15 \cdot 15 \cdot 15$; $100 \cdot 100 \cdot 100$;
- б) $12 \cdot 12$; $11 \cdot 11 \cdot 11$; $1000 \cdot 1000 \cdot 1000$;
- в) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$; $5 \cdot 5 \cdot 5$; $25 \cdot 25 \cdot 25 \cdot 25$;
- г) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$; $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$; $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$;
- д) $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$; $105 \cdot 105 \cdot 105$; $1000 \cdot 1000$;
- е) $20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20$; $117 \cdot 117 \cdot 117 \cdot 117 \cdot 117 \cdot 117 \cdot 117$.

216. Запишите степень в виде произведения. Вычислите значение степени:

- а) 2^3 , 5^2 , 1^6 , 3^4 ;
- в) 2^4 , 6^2 , 3^3 , 0^5 ;
- б) 2^5 , 4^2 , 5^3 , 1^8 ;
- г) 9^2 , 5^4 , 4^3 , 10^6 .

217. Вычислите значение степени и запишите ответ в виде суммы разрядных слагаемых:

- а) 11^2 ;
- г) 500^2 ;
- б) 14^2 ;
- д) 1000^3 ;
- в) 40^2 ;
- е) 8^3 .

- 218.** Сравните результаты вычислений и сделайте вывод:
а) 4^3 и $4 \cdot 3$; б) 8^2 и $8 \cdot 2$; в) 1^5 и $1 \cdot 5$.
- 219.** Поставьте вместо точек знак «>», «<» или «=», чтобы получилось верное утверждение:
а) $4^2 \dots 8$; в) $2^5 \dots 5^2$; д) $8^5 \dots 8^3$;
б) $2^4 \dots 4^2$; г) $5^3 \dots 7^3$; е) $4 \cdot 5^2 \dots 5 \cdot 4^2$.
- 220.** Представьте в виде суммы разрядных слагаемых число:
а) 43; в) 6908; д) 3 508 666;
б) 725; г) 71 392; е) 1 000 001.
- 221.** Запишите число, представленное в виде суммы разрядных слагаемых:
а) $3 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 1$;
б) $5 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 6$.
- 222.** Запишите в виде степени числа 10:
а) тысяча; г) один миллиард;
б) сто тысяч; д) 100 млн;
в) десять миллионов; е) 10 млрд.
- 223.** Выполните действия, соблюдая их порядок:
а) $(8 + 2)^3$; д) $4^3 \cdot 12 + (7 - 3)^2$;
б) $5^3 - 3^2$; е) $(6 + 3)^3 + 8 - 5^3$;
в) $7^2 \cdot 2^3$; ж) $5^3 \cdot 8 + 9^2$;
г) $(4^3 - 8) : (15 - 2^3)$; з) $2^2 \cdot 3^2 + 5^2$.
- 224.** Сравните результаты вычислений:
а) $6 + 6$; $6 \cdot 6$; $6 \cdot 2$ и 6^2 ;
б) $5 + 3$; $5 \cdot 3$ и 3^3 .
- 225.** Найдите число:
а) квадрат которого равен 36; 64; 100; 900; 4 000 000;
б) куб которого равен 8; 64; 1000; 27 000.

226. Определите, какой цифрой оканчиваются квадрат и куб числа:

- а) 17; в) 325; д) 123;
б) 28; г) 904; е) 452.

227. Вычислите приближённое значение степени, округлив основание степени до старшего разряда:

- а) 27^2 ; в) 215^2 ; д) 13^3 ;
б) 19^2 ; г) 684^2 ; е) 15^3 .



228. Выполните действие наиболее удобным способом:

- а) $1528 + 348 + 84\ 772$;
б) $234 + 156\ 180 + 766 + 843\ 820$;
в) $346 + 110\ 120 + 1154 + 2000$.

Решите задачи.

229. Для отеля купили 28 пылесосов и холодильников. Сколько холодильников было куплено, если известно, что пылесосов приобрели в 3 раза меньше, чем холодильников?

230. Отец старше сына на 20 лет, а сын моложе отца в 5 раз. Сколько лет каждому из них?

231. В поезде было 672 пассажира, мужчин вчетверо, а женщин вдвое больше, чем детей. Сколько в поезде было мужчин, женщин и детей?



Проверь себя!

1. Закончите предложение.

Степенью числа a с натуральным показателем n , большим 1, называют...

2. Назовите пропущенные слова:

а) 9^4 читают так: «девять в », или «девять в степени ... », или «... степень числа ... »;

б) 4^2 читают: «четыре во ... степени», или «четыре в степени ... », или «... степень числа ... », «четыре в ... », или «... числа четыре»;

в) 10^3 читают: «десять в ... степени», или «десять в степени ... », или «... степень числа ... », «десять в ... », или «... числа десять».



232. Запишите произведение в виде степени:

а) $8 \cdot 8$; б) $4 \cdot 4 \cdot 4$; в) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$.

233. Запишите степень в виде произведения. Вычислите значение степени:

а) 7^3 ; б) 10^5 ; в) 15^2 ; г) 200^4 .

234. Поставьте вместо точек знак «>», «<» или «=», чтобы получилось верное утверждение:

а) $5^2 \dots 10$; в) $7^4 \dots 7^8$;

б) $3^4 \dots 4^3$; г) $9^5 \dots 6^5$.

235. Перечертите в тетрадь таблицу степеней числа 3 с показателями от 1 до 10 и заполните её.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3^n										

236. Представьте в виде суммы разрядных слагаемых число, используя степени числа 10:

а) 382; б) 95 407; в) 1 203 450.

237. Представьте числа в виде степени с основанием 10:

а) 100; в) 1 000 000;

б) 10 000; г) 100 000 000 000.

238. Установите порядок действий и выполните действия:

а) $(7 + 3)^2$;

е) $5^3 + 2$;

б) $7 + 3^2$;

ж) $(5^3 - 2^3) : (5 - 2)$;

в) $7^2 + 3^2$;

з) $6^2 - 3^3 : 9$;

г) $(5 + 2)^3$;

и) $6^2 \cdot (3^3 - 9)$;

д) $5 + 2^3$;

к) $25^2 - 24^2$.

239. Используйте таблицу квадратов чисел для выполнения действий:

а) $19^2 + 1085$;

в) $21 \cdot 6^2 + 15^2 \cdot 109$;

б) $2000 - 37^2$;

г) $4096 : 4^2 - 12^2$.

240. Выполните действия:

а) $(38 \cdot 216 : 57 + 3780 : 108 - 10) : 13$;

б) $14295 : 15 + 103 \cdot 7^2$;

в) $5^3 \cdot 36 + (5 \cdot 10^2 - 306)$.

Определите тип задач и решите их.

241. Масса двух рюкзаков 17 кг. При этом масса одного рюкзака на 3 кг меньше массы другого. Какова масса каждого рюкзака?

242. Одно число меньше другого на 15. Меньшее из чисел в 4 раза меньше большего. Чему равно каждое число?



Известно, что запись квадрата некоторого числа оканчивается цифрой: а) 1; б) 4; в) 5; г) 6; д) 9. Какой цифрой может оканчиваться запись самого числа? Исследуйте этот вопрос для куба числа.

