

Решите задачи.

- 257.** Сырок стоит 32 к. Сколько сырков можно купить на 1 р.? Сколько денег останется?
- 258.** Отпуск мамы длится 24 дня. Сколько это полных недель и сколько дней?
- 259.** Для транспортировки 756 яиц потребовались лотки. В наличии имеются лотки по 10 яиц. Сколько таких лотков потребуется?
- 260.** Учащихся класса построили в колонну по 4 человека в ряд. Получилось 6 полных рядов и один неполный ряд из двух человек. Сколько учащихся в классе?



При делении 500 000 000 на 13 получили несколько цифр числа в неполном частном: 38 461 53... . Какой будет следующая цифра в частном? Сколько ещё цифр в частном можно записать, не выполняя деление?

§ 12. Делители числа. Кратные числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел

Практические задачи приводят к необходимости находить число, на которое данное число делится без остатка. Например, какого вида упаковки можно использовать для транспортировки 155 новогодних шариков, если в каждой упаковке должно быть одинаковое число шариков? Ясно, что упаковки могут содержать: 1, 5, 31 или 155 шариков, так как число 155 делится на эти числа без остатка. Числа 1, 5, 31, 155 называются делителями числа 155.





Делителем числа a называется число, на которое делится данное число a без остатка.

Например, число 24 имеет восемь различных делителей: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. У числа 17 только два различных делителя: 1 и 17.

Задача 1. Какое число одинаковых наборов можно составить из 12 карандашей и 18 фломастеров?

Решение. Каждое из чисел 12 и 18 должно делиться на число наборов, т. е. число наборов должно быть делителем каждого из этих чисел. Поэтому запишем все делители чисел 12 и 18.

Делители числа 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Делители числа 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

Числа 12 и 18 делятся одновременно на 1, 2, 3 и 6.

Ответ: наборы могут содержать 12 карандашей и 18 фломастеров (1 набор), или 6 карандашей и 9 фломастеров (2 набора), или 4 карандаша и 6 фломастеров (3 набора), или 2 карандаша и 3 фломастера (6 наборов).

Числа 1, 2, 3, 6 называются общими делителями чисел 12 и 18, а число 6 — наибольшим общим делителем этих чисел.



Общим делителем чисел a и b называется число, на которое делятся два данных числа a и b без остатка.



Наибольшим общим делителем чисел a и b (НОД ($a; b$)) называется наибольшее число, на которое делятся два данных числа a и b без остатка.

Задача 2. Из порта A в порт B одновременно вышли два теплохода. Первый из них потратил на рейс туда и обратно 12 суток, а второй — 18 суток. Через сколько суток оба теплохода будут в порту A ?

Решение. Первый теплоход прибудет в пункт A через 12, 24, 36, 48, 60, 72 и т. д. суток. Числа 12, 24, 36, 48, 60, 72 называют кратными числа 12. Второй теплоход прибудет в пункт A через 18, 36, 54, 72 и т. д. суток. Эти числа называют кратными числа 18.

Количество суток, через которое оба теплохода одновременно окажутся в порту, должно делиться и на 12, и на 18, т. е. быть кратными этих чисел. Такими числами являются 36, 72... Их называют общими кратными чисел 12 и 18, а число 36 — наименьшим общим кратным чисел 12 и 18.

Ответ: оба теплохода прибудут в порт A через 36 (72, 108...) суток.



Кратным числа a называется число, которое делится на данное число a без остатка. Например, 56 кратно 7 и 8, 72 кратно 9 и 8.



Общим кратным чисел a и b называется число, которое делится на числа a и b без остатка. Например, общим кратным чисел 56 и 72 являются числа 504, 1008 и т. д.



Наименьшим общим кратным натуральных чисел a и b (НОК (a ; b)) называется наименьшее натуральное число, которое делится на два данных числа a и b без остатка. Наименьшим общим кратным чисел 56 и 72 является число 504.

Если одно число делится на другое без остатка, иногда используется знак «:». Тогда схематически для чисел 12 и 18 можем записать:

Кратные		Делители
... , 48, 36 , 24, 12	: 12 :	1, 2, 3, 4, 6 , 12
... , 72, 54, 36 , 18	: 18 :	1, 2, 3, 6 , 9, 18

Делителей данного числа всегда конечное число, а кратных данного числа бесконечно много.



261. Запишите:

- 1) один из делителей числа, а затем все делители данного числа;
 - 2) одно число, кратное данному числу, а затем несколько кратных данного числа:
- а) 16; б) 48; в) 50; г) 72.

262. Запишите:

- 1) наибольший общий делитель данных чисел;
 - 2) наименьшее общее кратное данных чисел:
- а) 6 и 15; д) 15 и 40;
 б) 15 и 20; е) 28 и 35;
 в) 24 и 40; ж) 30 и 45;
 г) 40 и 60; з) 64 и 96.

263. Запишите:

- 1) все общие делители данных чисел;
 - 2) наибольший общий делитель этих чисел:
- а) 18, 27 и 45;
 б) 12, 36 и 60;
 в) 40, 100 и 160.

Решите задачи.

264. Для участия в эстафете нужно разделить 36 мальчиков и 24 девочки на команды с

одинаковым числом участников. Какое наибольшее число команд можно получить, чтобы в каждой команде было поровну мальчиков и девочек?

265. Первый автобус подходит к остановке через каждые 3 мин, второй — через каждые 6 мин, третий — через каждые 10 мин. В 7 ч на остановке стояли все три автобуса. В какое ближайшее время на остановке будут стоять снова три автобуса? В какое ближайшее время на остановке окажутся одновременно два автобуса?

266. Пятиклассник хочет купить несколько тетрадей по 40 к., но у него только монеты номиналом 1 р., а у продавца нет сдачи. Какое наименьшее число тетрадей он может купить?

267. О задуманном числе Катя сказала: «Это число меньше 40. Его называют при счёте пятёрками и семёрками». Какое число задумала Катя?

268. Некоторое количество яиц можно разложить в коробки, рассчитанные на 10 штук, или в коробки, рассчитанные на 6 штук. Сколько всего яиц, если известно, что их больше 80, но меньше 100 и все коробки заполнены?



269. Установите порядок действий и выполните вычисления:

$$408 \cdot (114 - 38) - 4899 + 197 \ 760 : 64.$$

270. Вычислите:

а) $(123 - 46) + (123 + 46);$

$(123 - 46) - (123 + 46);$

б) $(220 - 24) + (220 + 24);$

$(220 - 24) - (220 + 24).$

Решите задачи.

271. Когда хозяйка разложила в 6 банок для засолки по 13 огурцов, у неё осталось ещё 2 огурца. Сколько огурцов было у хозяйки?
272. В летнем лагере отдыха 245 детей и 29 воспитателей. Автобус рассчитан не более чем на 46 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1–6).

1. Делитель числа a — это ... , на которое число a ...
2. Кратное числа a — это ... , которое ... на число...
3. Общий делитель чисел a и b — это число, на которое ... числа a и b ...
4. Общее кратное чисел a и b — это число, которое ... на числа a и b ...
5. Наибольший общий делитель чисел a и b — это , на которое...
6. Наименьшее общее кратное чисел a и b — это, которое...
7. Верно ли, что:
 - а) 12 — делитель числа 4;
 - б) 12 — кратное числа 4;
 - в) 4 — делитель числа 12;
 - г) 4 — кратное числа 12?
8. Укажите пары чисел, в которых первое число есть делитель второго:

а) 12 и 6;	г) 3 и 9;	ж) 6 и 18;
б) 4 и 16;	д) 3 и 5;	з) 5 и 15;
в) 3 и 30;	е) 9 и 3;	и) 20 и 5.

9. Укажите пары чисел, в которых первое число кратно второму:

- | | | |
|------------|------------|------------|
| а) 15 и 3; | г) 36 и 9; | ж) 6 и 2; |
| б) 32 и 4; | д) 30 и 5; | з) 24 и 6; |
| в) 28 и 8; | е) 6 и 48; | и) 6 и 24. |



273. Используйте каждое задание для выполнения следующего за ним.

1) Запишите:

- а) все делители числа 20, делители числа 30;
б) общие делители чисел 20 и 30; в) НОД (20; 30).

2) Найдите:

- а) несколько кратных чисел 20 и 30; б) общие кратные чисел 20 и 30; в) НОК (20; 30).

274. Запишите:

- 1) все общие делители данных чисел;
2) наибольший общий делитель чисел:
16, 40, 84.

Решите задачи.

275. Какое наибольшее число букетов можно составить из 60 белых и 80 красных гвоздик так, чтобы во всех букетах было одинаковое число белых гвоздик и одинаковое число красных гвоздик? Сколько белых и сколько красных гвоздик будет в каждом букете?

276. В морской порт теплоход «Беларусь» прибывает один раз в 12 дней, теплоход «Минск» — один раз в 20 дней, а теплоход «Алые паруса» — один раз в 18 дней. В прошлый вторник все три теплохода были в этом порту. В какой день недели они в следующий раз вместе придут в этот порт?



Совершенными числами называются числа, которые равны сумме всех своих делителей, кроме самого числа: например, $6 = 1 + 2 + 3$. Найдите ещё одно совершенное число. Найдите информацию о «дружественных» числах.

§ 13. Признаки делимости

Для того чтобы узнать, делится ли одно натуральное число на другое без остатка, не всегда нужно выполнять деление. Существуют признаки (условия), позволяющие в некоторых случаях получить ответ на этот вопрос по самой записи числа.



Для получения признаков рассмотрим некоторые свойства:

1. Если каждое слагаемое суммы делится на некоторое число, то их сумма тоже делится на это число.

2. Если один из множителей произведения делится на некоторое число, то и произведение делится на это число.



Признаки делимости на 5, 2, 10.

Запишем какое-либо натуральное число (например, 34 568) в виде суммы разрядных слагаемых:

$$34\,568 = 3 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 8.$$

Каждое из четырёх первых слагаемых суммы ($3 \cdot 10\,000$; $4 \cdot 1000$; $5 \cdot 100$; $6 \cdot 10$) делится на 2, 10 и 5. Поэтому если последнее слагаемое делится на 2, 5 или 10, то данное число делится на 2, 5 или 10. Последнее слагаемое суммы соответствует последней цифре в записи числа, поэтому получаем следующие признаки делимости: