

§ 9. Умножение и деление натуральных чисел

Таблица 4

Ком- понент действия	Ком- понент действия	Результат действия	Нахождение неизвестного компонента
Умножение			
Множи- тель a	Множи- тель b	Произве- дение $a \cdot b = c$ (c — про- изведение)	Чтобы найти неизвестный множитель, нужно про- изведение разделить на известный множитель
Деление			
Делимое a	Дели- тель b	Частное $a : b = c$ (c — частное)	1. Чтобы най- ти неизвестное делимое, нуж- но делитель умножить на частное. 2. Чтобы най- ти неизвест- ный делитель, нужно дели- мое разделить на частное



Произведением двух чисел a и b называется сумма b слагаемых, каждое из которых равно a .

Пример 1. Произведение $6 \cdot 8$ — это сумма восьми слагаемых, каждое из которых равно шести:
 $6 \cdot 8 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$.



Законы умножения.

1. Переместительный закон умножения:

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

От перемены мест множителей произведение не меняется.

2. Сочетательный закон умножения:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

Чтобы произведение двух чисел умножить на третье, можно первое число умножить на произведение второго и третьего чисел.

3. Распределительный закон умножения относительно:

а) **сложения:** чтобы умножить сумму на число, можно каждое слагаемое умножить на это число и полученные произведения сложить:

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c;$$

б) **вычитания:** чтобы умножить разность на число, можно уменьшаемое и вычитаемое умножить на это число и из первого произведения вычесть второе:

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c.$$

4. Произведение числа и единицы равно этому числу:

$$a \cdot 1 = a.$$

5. Произведение числа и нуля равно нулю:

$$a \cdot 0 = 0.$$

Законы умножения применяются при упрощении вычислений.

Пример 2. Найдите произведение:

$$4 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 25.$$

Решение: $4 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 25 =$
 $= (4 \cdot 25) \cdot (8 \cdot 11) = 100 \cdot 88 =$
 $= 8800.$

$$2 \cdot 5 = 10$$

$$4 \cdot 25 = 100$$

$$8 \cdot 125 = 1000$$

Пример 3. Вычислите удобным способом: $61 \cdot 23$.

Решение: $61 \cdot 23 = (60 + 1) \cdot 23 = 60 \cdot 23 + 1 \cdot 23 =$
 $= 1380 + 23 = 1403.$

Пример 4. Вычислите: $((45 + 67) \cdot 78 + 56) \cdot 0$.

Решение: по свойству $a \cdot 0 = 0$, получим:
 $((45 + 67) \cdot 78 + 56) \cdot 0 = 0.$



Частным двух чисел a и b называется такое число c , которое при умножении на b даёт a .

$$a : b = c \rightarrow c \cdot b = a$$

Так, разделить число 450 на число 50 — это значит найти такое число (9), которое при умножении на 50 даст число 450. Действительно, $450 : 50 = 9$, так как $9 \cdot 50 = 450$.



Свойства частного.

1. Частное какого-то числа и 1 равно этому числу:

$$a : 1 = a.$$

2. Частное двух равных натуральных чисел равно 1:

$$a : a = 1.$$

3. Частное нуля и натурального числа равно нулю:

$$0 : a = 0.$$



Деление числа на ноль не выполняется, так как не имеет смысла. Например, разделить число 5 на 0 — значит найти такое число a , которое

при умножении на 0 даёт 5. Но при умножении числа a на 0 получается 0, а не 5.

С помощью рассмотренных действий с числами и их свойств решаются задачи нового вида — на части.

Задача 1. В двух рулонах 1080 м ткани. В одном из них в 3 раза больше ткани, чем в другом. Сколько метров ткани в каждом рулоне?

Анализ условия задачи.

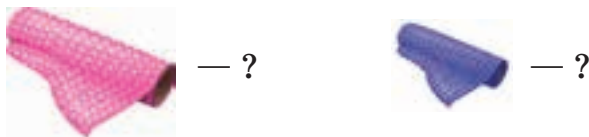
1. Выяснить, о каких величинах идёт речь в задаче. О количестве метров ткани в двух рулонах и в каждом по отдельности.



2. Известные значения: сумма двух значений величины — в двух рулонах 1080 м ткани и зависимость между этими значениями — в одном из рулонов в 3 раза больше ткани, чем в другом.



3. Необходимо определить, сколько метров ткани в каждом рулоне.



4. Получили модель условия задачи с помощью схемы.

Составление плана решения задачи.

1. Чтобы найти количество метров ткани в каждом рулоне, нужно определить **части каждого слагаемого в сумме**. Во втором рулоне 1 часть, в первом — 3 части. Всего 4 части.

2. Зная количество частей в сумме (сколько частей приходится на 1080 м) и значение суммы, можно найти количество метров, приходящихся на одну часть.

3. Найти количество метров ткани в трёх частях.

Решение.

1) $1 + 3 = 4$ (части в двух рулонах вместе);

2) $1080 : 4 = 270$ (м) ткани составляет одна часть (метров ткани во втором рулоне);

3) $270 \cdot 3 = 810$ (м) ткани в первом рулоне.

Ответ: 270 м ткани во втором рулоне, 810 м ткани в первом рулоне.

К задачам такого типа относятся задачи, в которых известна сумма (разность) значений величины и указано, во сколько раз одно значение величины больше (меньше) другого.

Иногда эти задачи называют «задачи на части».



Алгоритм решения задач на части.

1. Выяснить, о какой величине идёт речь в задаче.

2. Назвать зависимость между значениями величины в задаче. Указать, какие значения величины необходимо найти.

3. Назвать сумму (разность) значений величины.

4. Определить части каждого слагаемого в сумме или уменьшаемого и вычитаемого в разности.

5. Найти сумму (разность) частей.

6. Найти, какое значение величины приходится на одну часть (сумму или разность разделить на количество частей).

7. Результат пункта 6 умножить на количество частей, приходящихся на каждое значение величины.

Задача 2. Мальчик для построения моделей фигур разрезал проволоку на два куска так, что один из них оказался в 6 раз длиннее другого. Найдите первоначальную длину проволоки, если бóльший кусок на 35 см длиннее меньшего.



Анализ условия задачи.

1. В задаче идёт речь о длине кусков проволоки.

2. Известно, что бóльший кусок проволоки на 35 см длиннее меньшего и бóльший кусок проволоки в 6 раз длиннее меньшего. Нужно определить первоначальную длину проволоки.

3. Разность длин кусков проволоки равна 35 см.

4. Меньший кусок проволоки (вычитаемое) содержит 1 часть, больший кусок проволоки (уменьшаемое) — 6 частей.

Решение.

1) $6 - 1 = 5$ (ч.) — на столько частей больший кусок длиннее меньшего;

2) $35 : 5 = 7$ (м) — приходится на одну часть (длина меньшего куска);

3) $7 \cdot 6 = 42$ (м) — длина большего куска проволоки;

4) $42 + 7 = 49$ (м) — длина всей проволоки.

Ответ: 49 м.



183. Выполните умножение, используя правила умножения в столбик или свойства умножения:

а) $92 \cdot 68$,

$346 \cdot 27$,

$417 \cdot 0$;

б) $786 \cdot 36$,

$2429 \cdot 58$,

$6219 \cdot 1$;

в) $409 \cdot 683$,

$370 \cdot 908$,

$0 \cdot 782$;

г) $32\,876 \cdot 48$,

$3289 \cdot 162$,

$203 \cdot 8040$;

д) $20\,508 \cdot 94$,

$307 \cdot 4060$,

$610 \cdot 75\,200$;

е) $500\,029 \cdot 64$,

$906 \cdot 470$,

$920 \cdot 25\,800$.

184. Выполните деление, используя правило деления уголком или свойства деления:

а) $576 : 16$,

$888 : 37$,

$45 : 1$;

б) $722 : 19$,

$912 : 38$,

$781 : 781$;

в) $93\,870 : 42$,

$131\,364 : 41$,

$61\,563 : 61\,563$;

г) $227\,974 : 31$,

$555\,300 : 75$;

д) $348\,290 : 58$,

$70\,280 : 35$;

е) $978 : 163$,

$230\,388 : 438$;

ж) $1092 : 156$,

$162\,192 : 372$;

з) $263\,344 : 436$,

$565\,020 : 657$;

и) $86\,275 : 425$,

$321\,280 : 502$.

185. Найдите неизвестный компонент действия:

а) $m \cdot 45 = 3690$,

$60\,630 : k = 705$,

$a : 37 = 74$;

б) $92 \cdot b = 8004$,

$x : 38 = 525$,

$2070 : n = 45$;

в) $x \cdot 75 = 47\,100$,

$2100 : d = 84$,

$z : 606 = 606$;

г) $1225 : x = 35$,

$625 : x = 25$,

$24 \cdot x = 576$.

186. Проверьте, правильно ли выполнено деление, используя определение действия деления:

- а) $21\,176 : 8 = 2647$,
 $20\,160 : 45 = 448$;
б) $227\,094 : 6 = 37\,849$,
 $92\,450 : 86 = 1075$;
в) $118\,424 : 8 = 14\,803$,
 $109\,344 : 204 = 536$.

187. Вычислите, используя свойства умножения:

- а) $50 \cdot (2 \cdot 674)$, в) $22 \cdot 125 \cdot 3 \cdot 8$,
 $25 \cdot (4 \cdot 393)$, $80 \cdot 25 \cdot 73$,
 $125 \cdot 58 \cdot 8$; $40 \cdot 57 \cdot 25$;
б) $5 \cdot 739 \cdot 2$, г) $24 \cdot 125 \cdot 4 \cdot 8$,
 $4 \cdot 333 \cdot 25$, $57 \cdot 25 \cdot 4 \cdot 2$,
 $8 \cdot 507 \cdot 125$; $4 \cdot 36 \cdot 250$.

188. Вычислите, представив оба числа в виде произведения множителей.

Например: $125 \cdot 36 = (25 \cdot 5) \cdot (4 \cdot 9) =$
 $= (25 \cdot 4) \cdot (5 \cdot 9) = 100 \cdot 45 = 4500$.

- а) $16 \cdot 25$; д) $32 \cdot 75$;
б) $25 \cdot 36$; е) $75 \cdot 24$;
в) $16 \cdot 125$; ж) $150 \cdot 22$;
г) $125 \cdot 48$; з) $12 \cdot 350$.

Решите задачи, используя алгоритм решения задач на части.

189. Магазин продал за день 18 ноутбуков и консолей, причём ноутбуков в 2 раза больше, чем консолей. Сколько продано консолей?

190. Два пакета с печеньем весят 1350 г. Один из них весит в 2 раза больше, чем другой. Сколько граммов весит каждый пакет?

191. В кружке по географии в 3 раза меньше учащихся, чем в кружке по математике. Сколько

всего учащихся занимается в этих кружках, если в кружке по географии на 16 учащихся меньше, чем в кружке по математике?

- 192.** В палаточном лагере двухместные и четырёхместные палатки. Двухместных палаток в 4 раза меньше, чем четырёхместных. Сколько было палаток каждого вида, если четырёхместных палаток было на 12 больше?
- 193.** Для офиса купили 56 папок красного и зелёного цвета. Сколько купили папок красного цвета, если папок зелёного цвета в 6 раз меньше?
- 194.** Одно число больше другого на 144. Меньшее из чисел в 13 раз меньше большего. Чему равно каждое из чисел?
- 195.** В школьном лагере учащихся вторых классов в 3 раза больше, чем учащихся третьих классов. Сколько учащихся вторых классов находится в школьном лагере, если всего в лагере отдыхает 116 человек?
- 196.** Спортивные секции посещают 108 учащихся. Карате занимаются в 3 раза больше учащихся, чем айкидо, а боксом — в 2 раза больше учащихся, чем айкидо. Сколько учащихся занимается каждым видом спорта?
- 197.** На трёх книжных полках 44 книги расположили так, что на верхней полке книг вдвое больше, чем на нижней, а на средней полке их в 4 раза больше, чем на верхней. Сколько книг на каждой полке?
- 198.** Турфирма продала путёвок в санатории в 3 раза меньше, чем на турбазы, но на 88 путёвок больше, чем в отели. Сколько всего было путёвок, если на турбазы было продано на 312 путёвок больше, чем в санатории?



199. Выполните действия:

а) $78\,045 + 64\,780$, б) $234\,618 + 712\,522$,
 $89\,716 - 9747$; $900\,671 - 76\,983$.

200. Найдите неизвестный компонент действий:

а) $x - 67 = 999$; в) $76\,451 - m = 6452$;
б) $c + 3456 = 12\,000$; г) $10\,000 - m = 100$.

201. Вычислите, применяя законы сложения для упрощения вычислений:

а) $73 + (8686 + 5927)$;
б) $4 + (136 + 259)$;
в) $13\,892 + (43\,267 + 11\,108) + 733$.

202. Через один кран бак вместимостью 600 л можно наполнить за 10 мин, а через второй — за 15 мин. За сколько минут наполняется бак через оба крана?

203. Плата за телефон составила 11 р. 50 к. в месяц. Сколько денег пришлось на звонки и абонентскую плату, если абонентская плата оказалась больше на 2 р. 70 к.?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1, 2).

1. Числа при умножении называют ..., а результат умножения чисел

2. Числа при делении называют ... и ..., а результат деления чисел

Закончите предложение (3–8).

3. Чтобы найти неизвестный множитель, нужно...

4. Чтобы найти неизвестное делимое, нужно...

5. Чтобы найти неизвестный делитель, нужно...

6. От перемены мест множителей...

7. Чтобы произведение двух чисел умножить на третье, можно...

8. Частным двух чисел a и b называется такое ..., которое...

Назовите пропущенные слова (9, 10).

9. Чтобы умножить сумму на число, можно ... умножить на ... и полученные...

10. Чтобы умножить разность на число, можно ... умножить на ... и ... умножить на ... и из...

Закончите предложение (11–15).

11. Если число умножить на 1, то оно...

12. Если число разделить на 1, то оно...

13. Если число умножить на нуль, то...

14. Если нуль разделить на натуральное число, то...

15. Частное равных натуральных чисел равно...

16. Закончите фразу:

а) разделить число 87 на 3, значит...

б) разделить число 150 на 5, значит...

в) разделить число 150 на k , значит...

г) разделить число 356 на n , значит...

д) разделить число c на число k , значит...

е) разделить число t на число p , значит...



204. Используя правило умножения в столбик и свойства умножения, вычислите:

а) $1547 \cdot 69$; г) $4356 \cdot 0$; ж) $123 \cdot 100$;

б) $8600 \cdot 37$; д) $98 \cdot 1$; з) $12 \cdot 1000$;

в) $416 \cdot 302$; е) $99 \cdot 0$; и) $15 \cdot 10\,000$.

205. Используйте правило деления уголком для выполнения деления:

а) $91\,375 : 43$; в) $9664 : 32$;

б) $20\,944 : 56$; г) $1024 : 32$.

206. Выполните деление и проверьте вычисления, используя определение действия деления:

а) $9139 : 13$; б) $223\,168 : 352$.

207. Найдите неизвестный компонент действий:

а) $x \cdot 33 = 5940$, б) $21 \cdot c = 49\,245$,

$11\,456 : a = 32$, $x : 51 = 306$,

$m : 23 = 621$; $8320 : b = 160$.

- 208.** Вычислите, используя свойства умножения:
- | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| а) $3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7$, | б) $13 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2$, |
| $31 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 4$, | $5 \cdot 5 \cdot 19 \cdot 4$, |
| $(111 \cdot 2) \cdot 45$; | $8 \cdot 4 \cdot 125 \cdot 25$. |

Решите задачи на части компонентов действий в сумме или разности.

- 209.** В первом отделении банка в 5 раз больше сотрудников, чем во втором. Сколько сотрудников работает в каждом отделении банка, если всего в банке 126 сотрудников?
- 210.** С первого луга косили в 6 раз или на 155 ц сена больше, чем со второго. Сколько сена косили с каждого луга?
- 211.** На первой полке книг в 3 раза больше, чем на второй, а на двух полках вместе 120 книг. Сколько книг на каждой полке?
- 212.** Учащийся пятого класса на уроке математики решил уравнений в 4 раза или на 9 больше, чем задач. Сколько задач решил пятиклассник?
- 213.** Курсы иностранных языков посещают 100 человек. Английский язык изучают в 2 раза больше человек, чем немецкий, а итальянский язык изучают в 3 раза меньше человек, чем немецкий. Сколько человек изучает каждый язык?
- 214.** На трёх полках расставили 36 чашек. На верхней полке чашек вдвое больше, чем на нижней, а на средней — в 3 раза больше, чем на верхней. Сколько чашек на каждой полке?



Выполнено умножение $47 \cdot 54 = 2538$. Используя этот результат, найдите произведение: $47 \cdot 55$; $47 \cdot 53$; $46 \cdot 54$; $48 \cdot 55$; $46 \cdot 53$; $48 \cdot 53$.

