

§ 10. Задачи на применение дробей

При решении задач на применение знаний о дробях используются три основные задачи, которые уже рассматривались при изучении дробей.

С помощью действий умножения и деления можно упростить выражения, полученные при решении этих задач.



1. Нахождение части (дроби) от числа.

Задача 1. В парке 120 деревьев, $\frac{2}{3}$ из них — ели. Сколько елей в парке?

Решение.

$$120 : 3 \cdot 2 = 80 \text{ (елей).}$$

Получим другую запись выражения для этого решения:

$$120 : 3 \cdot 2 = \frac{120}{3} \cdot 2 = \frac{120 \cdot 2}{3} = 120 \cdot \frac{2}{3} = 80 \text{ (елей).}$$



Правило: чтобы найти дробь от числа, нужно это число умножить на эту дробь.



2. Нахождение числа по его дроби (части), соответствующей заданному числу.

Задача 2. Из всех участников шахматного турнира $\frac{2}{5}$ имеют первый разряд. Сколько всего участников турнира, если перворазрядников 10?

Решение.

$$10 : 2 \cdot 5 = 25 \text{ (всего участников турнира).}$$

Получим другую запись выражения для этого решения:

$$10 : 2 \cdot 5 = \frac{10}{2} \cdot 5 = \frac{10 \cdot 5}{2} = 10 : \frac{2}{5} = 10 \cdot \frac{5}{2} = 25 \text{ (участников турнира).}$$



Правило: чтобы найти число по его дроби (части), нужно соответствующее дроби число разделить на эту дробь.



3. Нахождение дробного отношения (какую часть одно число составляет от другого числа).

Задача 3. На итоговом уроке по теме «Дроби» 20 мин учащиеся повторяли основные алгоритмы и правила, а остальное время выполняли самостоятельную работу. Какую часть урока заняло повторение?

Решение.

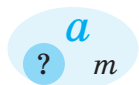
$$20 : 45 = \frac{20}{45} = \frac{4}{9} \text{ (урока заняло повторение).}$$



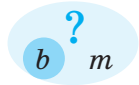
Правило: чтобы найти, какую часть одно число (первое) составляет от другого (второго), нужно записать дробь, в числителе которой — первое число, а в знаменателе — второе.

Три ключевые задачи на дроби (рис. 11): a — все значения величины, b — часть значения, m — дробь.

1. Нахождение дроби (части) от заданного числа: $b = a \cdot m$.



2. Нахождение числа (a) по его дроби (части) (m), соответствующей заданному числу (b): $a = b : m$.



3. Нахождение дробного отношения чисел (какую часть одно число составляет от другого): $m = \frac{b}{a}$.

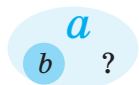


Рисунок 11

Чтобы отнести задачу к одному из видов, можно воспользоваться **алгоритмом** (рис. 12):

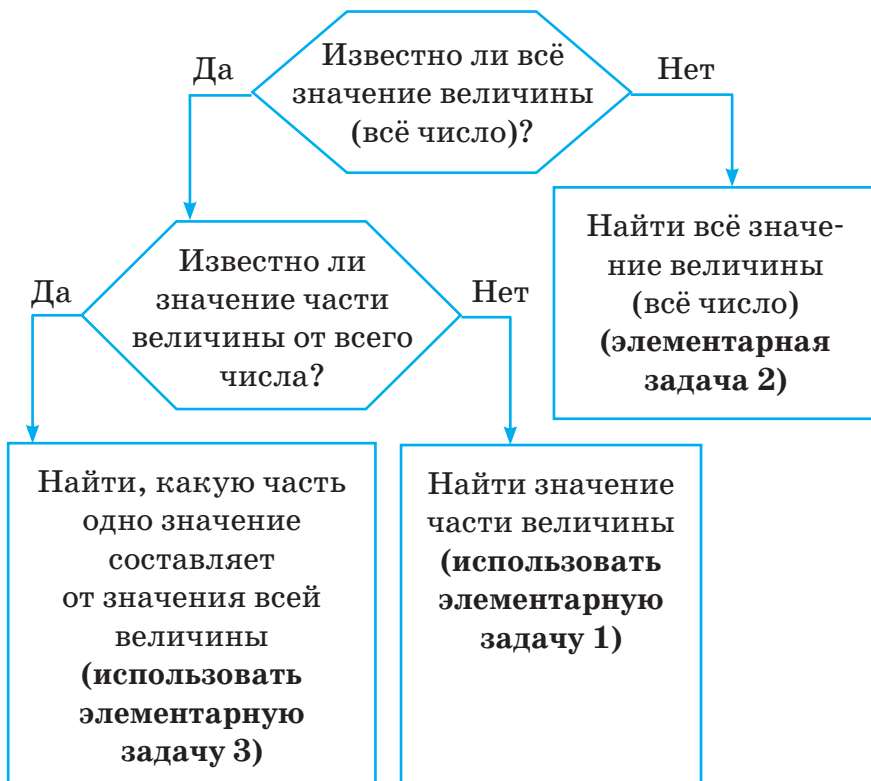


Рисунок 12

Задача 1. В летней олимпиаде разыгрывается 306 медалей. $\frac{1}{34}$ всех медалей разыгрывается в смешанных видах спорта. Сколько медалей разыгрывается в смешанных видах спорта?

Решение.

В задаче речь идёт о количестве медалей: всех и в смешанных видах спорта. Число всех медалей известно (в схеме выбираем направление по стрелке «Да»), а число части всех медалей (в смешан-

ных видах) неизвестно (далее — по стрелке «Нет»).

Для решения задачи используем задачу (1) на на-

хождение дроби $\left(\frac{1}{34}\right)$ от заданного числа 306.

$306 \cdot \frac{1}{34} = 9$ (медалей разыгрывается в смешанных видах спорта).

Ответ: 9 медалей.

Задача 2. За два дня туристы преодолели $\frac{2}{5}$ всего маршрута. Сколько километров составляет весь маршрут, если за два дня они прошли 40 км?

Решение.

В задаче речь идёт о длине всего маршрута и его части, пройденной за два дня. Длина всего маршрута неизвестна, значит, в схеме выбираем направление по стрелке «Нет». Для решения задачи используем задачу (2) на нахождение длины всего маршрута по его части $\left(\frac{2}{5}\right)$, которая составляет 40 км.

$40 : \frac{2}{5} = 100$ (км) — длина всего маршрута туристов.

Ответ: 100 км.

Задача 3. В картинной галерее экспонируется 256 картин. Из них 64 — портреты. Какую часть всех картин галереи составляют портреты?

Решение.

В задаче речь идёт о количестве картин: всех и портретов. Количество всех картин известно, значит, в схеме выбираем направление по

стрелке «Да». Количество части всех картин (портретов) известно, значит, далее по стрелке выбираем «Да». Для решения задачи используем задачу (3) на нахождение части, которую одно число составляет от другого.

$$64 : 256 = \frac{64}{256} = \frac{1}{4} \text{ (всех картин составляют портреты).}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{4}.$$

При решении более сложных задач ключевые задачи используются для решения одной из частей предложенной задачи.

Задача 4. В классе число отсутствующих учащихся равно $\frac{3}{13}$ числа присутствующих.

Сколько учащихся в классе, если присутствует на 20 человек больше, чем отсутствует?

Решение.

Для решения нужно найти дробь, которая соответствует числу 20. Поскольку число отсутствующих учащихся составляет $\frac{3}{13}$ числа присутствующих, принимаемых за единицу (неизвестное число — число присутствующих), то разность $1 - \frac{3}{13} = \frac{10}{13}$ соответствует числу 20. Далее по ключевой задаче (2) найдём число присутствующих: $20 : \frac{10}{13} = 26$ (число присутствующих), по ключевой задаче 1: $26 \cdot \frac{3}{13} = 6$ (число отсутствующих). Всего учащихся в классе $26 + 6 = 32$.

Ответ: 32 учащихся.

Задача 5. Город имеет три района. В первом районе проживает $\frac{2}{5}$ всего населения города. Число жителей второго района составляет $\frac{5}{6}$ от числа жителей первого района, а остальная часть жителей проживает в третьем районе. Сколько всего жителей в городе, если во втором районе на 5000 человек больше, чем в третьем?

Решение.

Нужно найти дробь (часть всех жителей), которая соответствует числу 5000. Рассмотрим модель (рис. 13): число жителей всего города изображается прямоугольником, в котором 30 клеток, $\frac{2}{5}$ от

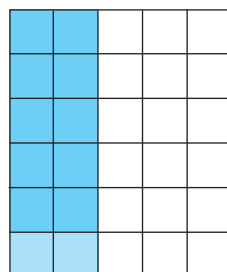


Рисунок 13

всего населения города — число жителей первого района — это 12 клеток из 30; $\frac{5}{6}$ от 12 клеток, т. е. 10 клеток, соответствует числу жителей второго района. От 30 клеток (весь город) 10 клеток составляют $\frac{1}{3}$ часть, значит, жители второго района — это $\frac{1}{3}$ от всего города.

Найдём, какую часть жители второго района составляют от жителей всего города:

1) $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$ (часть от жителей всего города составляют жители второго района).

Таким образом, найдём, какая часть жителей всего города проживает в третьем районе:

$$2) 1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{15}.$$

3) Найдём, на какую часть от всех жителей района во втором районе больше, чем в третьем:

$$\frac{1}{3} - \frac{4}{15} = \frac{1}{15}.$$

Для следующего действия используем задачу (2) на нахождение числа (число всех жителей) по его части — $\frac{1}{15}$, которая составляет 5000 жителей.

$$4) 5000 : \frac{1}{15} = 75\,000 \text{ (жителей).}$$

Ответ: 75 000 жителей.



Решите задачи.

224. В две коробки разложили 20 кг конфет. В первую положили $\frac{2}{5}$ всех конфет. Сколько килограммов конфет положили в первую коробку? А сколько во вторую? Какую часть конфет положили во вторую коробку?

225. Для Дома ветеранов куплено 18 кг груш. На приготовление варенья израсходовали $\frac{2}{3}$ купленных груш. Сколько килограммов груш было израсходовано на варенье? Сколько килограммов груш осталось?

226. В спортивных соревнованиях участвовали 150 учащихся, причём $\frac{3}{5}$ этих учащихся были из начальных классов, а остальные — из старших. Сколько учащихся старших классов участвовало в соревнованиях?

- 227.** Маша выучила 24 строки, что составило $\frac{3}{8}$ всего стихотворения. Сколько всего строк в стихотворении? Какую часть стихотворения осталось выучить? Сколько строк осталось выучить?
- 228.** Копирайтер набрал 45 страниц текста, выполнив $\frac{3}{5}$ всей работы. Сколько страниц текста осталось набрать копирайтеру?
- 229.** В составе товарного поезда, прибывшего на станцию, было 12 цистерн, что составляет $\frac{6}{11}$ всех вагонов. Сколько всего вагонов в составе поезда?
- 230.** Фермер собрал урожай моркови и уложил её в ящики. $\frac{2}{3}$ всех ящиков он отправил в школьную столовую, а остальные 30 ящиков — в магазин. Сколько ящиков моркови собрал фермер? Сколько ящиков моркови он отправил в школьную столовую?
- 231.** Среди выступавших на концерте было 10 девочек, мальчики составляли $\frac{3}{5}$ всех выступавших. Сколько всего детей приняло участие в концерте? Сколько мальчиков выступало на концерте?
- 232.** Магазин продал 24 пары детской обуви, после чего осталось $\frac{5}{8}$ всех пар. Сколько пар детской обуви было в магазине? Сколько осталось?

- 233.** Алёша сделал в тире 60 выстрелов. Оказалось, что $\frac{17}{20}$ всех выстрелов — попадания в цель. Сколько промахов допустил Алёша?
- 234.** На тренировке по стрельбе $\frac{9}{10}$ всех выстрелов попало в цель. Сколько было сделано выстрелов, если в цель попало 180 пуль?
- 235.** За 3 дня турист проехал 160 км. В первый день он проехал $\frac{2}{5}$, а во второй — $\frac{1}{3}$ всего пути. Сколько километров проехал турист в третий день?
- 236.** Для ремонта спортивного зала школа получила 420 кг краски. Белила составляют $\frac{1}{7}$ всей полученной краски, а голубая краска — $\frac{3}{20}$ остатка. Сколько килограммов получено белил и сколько голубой краски?
- 237.** Грушевые деревья составляют $\frac{7}{20}$ всех деревьев сада, остальные 130 деревьев — яблони. Сколько грушевых деревьев в саду?
- 238.** Длина прямоугольника равна 50 м, что составляет $\frac{5}{2}$ его ширины. Ширина прямоугольника составляет $\frac{5}{2}$ стороны некоторого квадрата. На сколько квадратных метров площадь прямоугольника больше площади квадрата?
- 239.** Одна бригада может выполнить работу за 12 дней, а другая — за 6 дней. За сколько дней бригады выполнят эту работу вместе?

- 240.** Из двух городов одновременно навстречу друг другу по одной дороге выехали автобус и легковая машина. Легковая машина проезжает весь путь за 6 ч, а автобус — за 12 ч. Через сколько часов они встретятся?
- 241.** Два пешехода вышли одновременно из двух домов по одной дороге навстречу друг другу. Один пешеход может пройти весь путь за 30 мин, а другой — за 20 мин. Через сколько минут пешеходы встретятся, если расстояние между домами 2 км?
- 242.** Заготовленной древесины хватит для работы двух пилорам в течение 10 дней или только первой пилорамы в течение 15 дней. На сколько дней хватило бы заготовленной древесины для работы только второй пилорамы?
- 243.** Через первую трубу можно заполнить водоём для развода рыбы за 4 ч, через вторую — за 8 ч, а через третью — за 16 ч. За сколько часов наполнится водоём, если открыть сразу три трубы?



244. Упростите выражение, используя законы умножения:

а) $\frac{5}{12} \cdot 3 \cdot m \cdot \frac{2}{5}$;

д) $5\frac{5}{11} : 5 \cdot a$;

б) $\frac{5}{9} \cdot x \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{14}{15}$;

е) $5\frac{5}{6} \cdot a \cdot 12$;

в) $1\frac{5}{7} \cdot a \cdot 1\frac{3}{4} \cdot 5\frac{1}{3}$;

ж) $\frac{5}{6} \cdot a \cdot 12 \cdot \frac{2}{3}$;

г) $2\frac{3}{8} \cdot 1\frac{16}{19} \cdot m \cdot 2\frac{2}{7}$;

з) $\frac{5}{6} \cdot a \cdot 1\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$.

245. Напишите:

- а) все правильные дроби со знаменателем 9;
- б) все неправильные дроби с числителем 9.

246. Определите, какую часть составляет:

- а) 2 от 7; б) 4 от 15; в) 20 от 100.

Решите задачи.

247. Сад имеет форму прямоугольника: его длина 80 м, а ширина 30 м. На каждом участке сада площадью 20 м^2 помещается по одному улью. Сколько мёда соберут со всего сада, если каждый улей в среднем даёт 30 кг мёда?



248. В театральной студии занимаются мальчики и девочки, всего 36 человек. Сколько мальчиков и сколько девочек занимается в театральной студии, если известно, что девочки составляют $\frac{2}{3}$ всех занимающихся? Какую часть всех занимающихся составляют мальчики?

249. На покупку овощей мама израсходовала 12 р., что составило $\frac{3}{5}$ имевшихся у неё денег.

Сколько денег было у мамы? Сколько денег осталось? Какая часть всех денег осталась у мамы?

250. Учащиеся за два дня посадили в школьном саду 260 кустов смородины. В первый день было посажено $\frac{13}{20}$ всего количества кустов.

Сколько кустов смородины посадили учащиеся во второй день?

- 251.** Стакан вмещает 210 г крупы. Крупой наполнили $\frac{3}{7}$ стакана. Сколько граммов крупы насыпали в стакан?
- 252.** На озере отдыхали взрослые и дети — всего 20 человек. Сколько детей было на озере, если они составили $\frac{3}{5}$ всех отдыхающих?
- 253.** Два класса собрали 1200 кг макулатуры. На долю первого класса приходится $\frac{7}{20}$ всей массы собранной макулатуры. Сколько килограммов макулатуры собрал второй класс?
- 254.** Из всех каштанов, посаженных в парке, принялось $\frac{6}{7}$. Сколько посадили каштанов, если их принялось 84?
- 255.** Сумма трёх чисел равна 68. Первое число составляет $\frac{3}{8}$ суммы, второе — $\frac{2}{5}$ суммы. Найдите третье число.
- 256.** В доме 195 квартир. Из них $\frac{1}{5}$ — однокомнатные, двухкомнатные составляют $\frac{2}{3}$ остатка. Остальные квартиры — трёхкомнатные. Сколько трёхкомнатных квартир в доме?
- 257.** За две четверти Аня использовала $\frac{2}{5}$ купленных в начале года тетрадей, после чего у неё осталось 30 тетрадей. Сколько тетрадей было у Ани в начале учебного года?

258. На птицеферму привезли корм, которого хватило бы уткам на 30 дней, а гусям — на 45 дней. На сколько дней хватит привезённого корма уткам и гусям вместе?

259. Два комбайнера обработали поле за 6 ч совместной работы. Первый комбайнер мог бы один выполнить эту же работу за 10 ч. За сколько часов второй комбайнер может обработать поле?



Найдите на рисунке 14 все дроби, равные $\frac{1}{3}$.

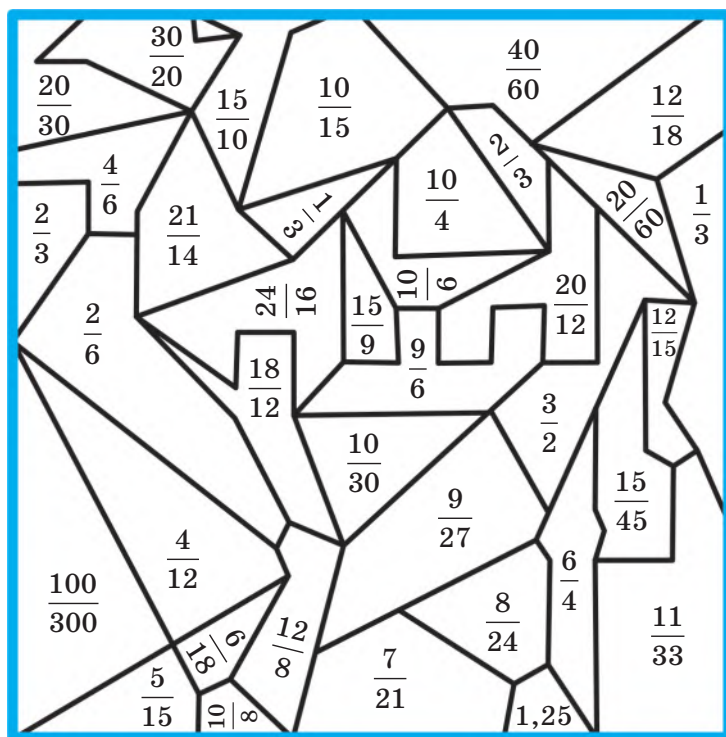


Рисунок 14

Организуйте соревнование между друзьями — кто быстрее найдёт равные дроби на рисунке.

