



371. Из проволоки сделали каркас прямоугольного параллелепипеда. Вычислите, сколько дециметров проволоки было израсходовано, если измерения параллелепипеда следующие:

а) 16 дм, 32 дм, 21 дм;

б) 2 м, 11 дм, 405 см.

372. Найдите сумму длин всех рёбер куба, если длина одного его ребра равна 2 м 6 см.

373. Найдите площадь поверхности куба, если длина его ребра равна 9 см.

374. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, если его измерения: 4 дм, 5 дм, 6 дм.

375. Возьмите какую-нибудь коробку, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда. Проведите необходимые измерения и найдите площадь её поверхности.



Торт упакован в коробку с квадратным основанием. Высота коробки вдвое меньше стороны этого квадрата. Ленточкой длиной 156 см можно перевязать коробку и сделать бантик сверху. А чтобы перевязать её точно таким же бантиком сбоку, нужна ленточка длиной 178 см. Можно ли найти размеры коробки?



§ 18. Объём. Единицы измерения объёма. Объём прямоугольного параллелепипеда

При игре в кубики дети складывают их в коробку по рядам, слой за слоем. Если в коробке не остаётся места, значит, объём коробки равен

объёму всех кубиков. Чтобы находить объём различных прямоугольных параллелепипедов и других фигур, используются единицы измерения объёма, например кубический сантиметр — объём куба с ребром 1 сантиметр, сокращённо 1 см^3 .

Если в куб объёмом 1 дм^3 (рис. 49) поместить меньшие кубики объёмом 1 см^3 , то в одном слое уложится $10 \cdot 10$ кубиков, всего слоёв — 10. Значит,

$$1 \text{ дм}^3 = (10 \cdot 10 \cdot 10) \text{ см}^3 = 1000 \text{ см}^3.$$

Так же рассуждая, получим:

$$1 \text{ см}^3 = (10 \cdot 10 \cdot 10) \text{ мм}^3 = 1000 \text{ мм}^3;$$

$$1 \text{ м}^3 = (10 \cdot 10 \cdot 10) \text{ дм}^3 = 1000 \text{ дм}^3;$$

$$1 \text{ м}^3 = (100 \cdot 100 \cdot 100) \text{ см}^3 = 1\,000\,000 \text{ см}^3;$$

$$1 \text{ км}^3 = (1000 \cdot 1000 \cdot 1000) \text{ м}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ м}^3.$$

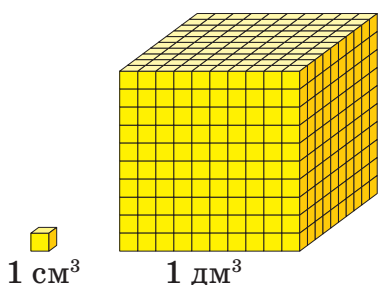
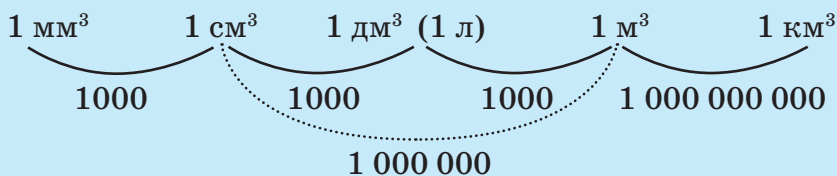


Рисунок 49

1 литр (1 л) — другое название кубического дециметра:

$1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3$. Тысячную долю литра называют миллилитром, пишут: **1 мл**. То есть $1 \text{ мл} = 1 \text{ см}^3$.

Используют также и следующие единицы объёма: $1 \text{ гектолитр} = 1 \text{ гл} = 100 \text{ л}$, $1 \text{ декалитр} = 1 \text{ дал} = 10 \text{ л}$.



Измерить объём фигуры — значит сосчитать, сколько кубических единиц в ней содержится.

На рисунке 50 прямоугольный параллелепипед с измерениями 4 см, 3 см и 2 см разбивается на кубики объёмом 1 см^3 : они укладываются в два слоя, в каждом из которых число кубиков равно произведению $4 \cdot 3$. Общее число кубических сантиметров равно $4 \cdot 3 \cdot 2$, т. е. объём прямоугольного параллелепипеда равен 24 см^3 .

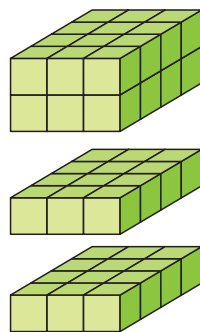



Рисунок 50

 Объём обозначается заглавной латинской буквой V . Если длину, ширину и высоту параллелепипеда обозначим a , b и c , то получим формулу объёма:

$$V = a \cdot b \cdot c.$$

Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению его длины, ширины и высоты.

Объём куба равен: $V = a \cdot a \cdot a$ или $V = a^3$.

Задача 1. Сколько кубических метров дров можно уложить в сарае, имеющем форму прямоугольного параллелепипеда, длина которого 10 м, ширина 4 м и высота 3 м?

Решение.

$$V = a \cdot b \cdot c;$$

$$V = 10 \cdot 4 \cdot 3 = 120 (\text{м}^3).$$

Ответ: 120 м^3 .

Задача 2. Известно, что для обработки 1 дм^2 деревянной поверхности нужно 2 г лака. Сколько понадобится лака, чтобы обработать поверхность деревянного бруса, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда с размерами 3 дм , 4 м и 2 дм ?

Решение.

Поверхность деревянного бруса складывается из 6 граней, каждая из которых — прямоугольник. Площади противоположных граней равны (рис. 51).

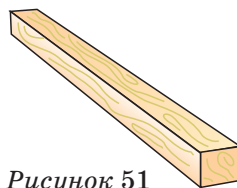


Рисунок 51

$$4 \text{ м} = 40 \text{ дм};$$

$$1) 3 \cdot 40 = 120 \text{ (дм}^2\text{)} \text{ — площадь нижней грани};$$

$$2) 3 \cdot 2 = 6 \text{ (дм}^2\text{)} \text{ — площадь передней грани бруса};$$

$$3) 40 \cdot 2 = 80 \text{ (дм}^2\text{)} \text{ — площадь боковой грани}$$

бруса;

$$4) 2 \cdot (120 + 6 + 80) = 412 \text{ (дм}^2\text{)} \text{ — площадь всей поверхности бруса};$$

$$5) 412 \cdot 2 = 824 \text{ (г)} \text{ — потребуется лака.}$$

Ответ: 824 г .



376. Выразите в кубических сантиметрах, используя соотношения между единицами объёма:

а) 4 дм^3 ,

15 м^3 ,

11 дм^3 364 см^3 ,

3 м^3 7 дм^3 ,

$80\,000 \text{ мм}^3$;

б) 12 дм^3 ,

6 м^3 ,

5 дм^3 2 см^3 ,

30 м^3 30 дм^3 ,

$400\,000 \text{ мм}^3$.

377. Выразите в кубических дециметрах, используя соотношения между единицами объёма:

а) 6 м^3 , $240\,000 \text{ см}^3$, 13 м^3 20 дм^3 ;

б) 30 м^3 , 4000 см^3 , 9 м^3 9 дм^3 ;

- в) 12 л, 8 дал, 5000 мл;
г) 7 л, 100 дал, 130 000 мл.

378. Выразите в кубических метрах, используя соотношения между единицами объёма:

- а) 4 км^3 , $60\,000 \text{ дм}^3$, $9\,000\,000 \text{ см}^3$;
б) 10 км^3 , 8000 дм^3 , $150\,000\,000 \text{ см}^3$.

379. Выразите в кубических метрах и дециметрах:

- а) 2480 дм^3 , $60\,050 \text{ дм}^3$, $37\,450\,000 \text{ см}^3$;
б) 6120 дм^3 , $80\,007 \text{ дм}^3$, $13\,630\,000 \text{ см}^3$.

380. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если:

- а) $a = 7 \text{ см}$, $b = 10 \text{ см}$, $c = 5 \text{ см}$;
б) $a = 40 \text{ дм}$, $b = 30 \text{ см}$, $c = 20 \text{ см}$;
в) $a = 5 \text{ м}$, $b = 4 \text{ дм}$, $c = 12 \text{ см}$.

381. Найдите объём куба, ребро которого:

- а) 5 см; б) 9 дм; в) 2 дм 4 см.

Решите задачи.

382. а) Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если его длина 2 дм, ширина 1 дм 6 см, высота 9 см.

б) Сколько кубических сантиметров занимает кубик, ребро которого 5 см?

в) Комната имеет размеры: длина 8 м, ширина 6 м и высота 3 м. Сколько кубических метров воздуха приходится на каждого из шести сотрудников в этой комнате?

г) Водоём имеет форму прямоугольного параллелепипеда с размерами: длина 8 м, ширина 4 м и глубина 3 м. Найдите вместимость водоёма.

383. Объём прямоугольного параллелепипеда 112 дм^3 , его длина 8 дм, ширина 7 дм. Найдите высоту параллелепипеда.

384. Площадь нижней грани прямоугольного параллелепипеда равна 32 м^2 . Определите высоту этого параллелепипеда, если его объём равен 96 м^3 .

385. Длина прямоугольного параллелепипеда 15 см , она больше ширины в 3 раза, а высота больше ширины на 3 см . Найдите:

- а) сумму длин всех рёбер параллелепипеда;
- б) площадь поверхности параллелепипеда;
- в) объём параллелепипеда.

386. Ширина прямоугольного параллелепипеда 12 дм , она в 2 раза меньше длины, а высота больше ширины на 5 см . Найдите площадь поверхности параллелепипеда и его объём.



387. Выполните действия:

а) $\left(5\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{8} - 5\frac{1}{4} : 7\right) : 3 + \frac{3}{28} - \frac{1}{2}$;

б) $\left(\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{15} - \frac{1}{3} : \frac{8}{9}\right) : 19 + 1\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$.

388. Решите уравнение, используя зависимость между компонентами действий:

а) $5\frac{1}{3}x - 1 = 1\frac{2}{9}$; б) $4\frac{4}{9}x + 1 = 2\frac{17}{18}$.



Проверь себя!

1. Назовите единицу измерения объёма:

- а) в 1000 раз большую 1 мм^3 ;
- б) в 1000 раз меньшую 1 м^3 ;
- в) в $1\,000\,000$ раз большую 1 см^3 ;
- г) в $1\,000\,000\,000$ раз меньшую 1 км^3 .

2. Закончите фразы:

- а) объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению его ... , ... , ... ;
- б) объём куба с ребром длиной a равен...



389. Используйте соотношения между единицами объёма, чтобы выразить:

а) в кубических сантиметрах: 7 дм^3 , 22 м^3 , $32 \text{ дм}^3 80 \text{ см}^3$, $4 \text{ м}^3 9 \text{ см}^3$, 5000 мм^3 ;

б) в кубических дециметрах:

18 м^3 , $900 000 \text{ см}^3$, $50 \text{ м}^3 123 \text{ дм}^3$;

в) в кубических дециметрах: 40 л, 4 дал, 40 000 мл;

г) в кубических метрах: 26 км^3 , $120 000 \text{ дм}^3$, $4 000 000 \text{ см}^3$.

390. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если:

а) $a = 5 \text{ см}$, $b = 10 \text{ см}$, $c = 12 \text{ см}$;

б) $a = 20 \text{ дм}$, $b = 40 \text{ см}$, $c = 10 \text{ см}$;

в) $a = 1 \text{ м}$, $b = 2 \text{ дм}$, $c = 15 \text{ см}$.

391. Найдите объём куба, ребро которого:

а) 4 см;

б) 5 дм;

в) 1 дм 2 см.

Решите задачи.

392. Высота комнаты 3 м, ширина — 4 м, длина — 7 м. Сколько кубических метров воздуха находится в комнате?

393. Объём комнаты 75 м^3 , высота — 3 м. Найдите площадь пола.

394. На ферме содержится 50 коров. Длина фермы 25 м, ширина — 10 м. Сколько квадратных метров площади приходится на одну корову, если пол имеет форму прямоугольника?

395. Сколько вёдер воды вмещает бак прямоугольной формы длиной 15 дм, шириной 8 дм и высотой 4 дм, если ведро вмещает 12 л воды?

396. Сколько весит железный стержень длиной 4 м с прямоугольным сечением шириной 3 см и толщиной 2 см, если 1 см^3 железа весит 8 г?

397. Деревянный брус имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Его длина 50 см, ширина на 10 см меньше, чем длина, а высота в 2 раза меньше ширины. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить полную поверхность бруса, если для покраски 1 дм^2 поверхности нужно 4 г краски?



Кусок мыла имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Мыло расходуется равномерно каждый день. Спустя 7 дней размеры мыла уменьшились вдвое. На сколько хватит этого мыла, если им будут пользоваться так же, как и в предыдущие 7 дней?



Тест для самопроверки

После изучения этой главы нужно:

1. Знать, что называется числителем, знаменателем дроби. Какие дроби называются правильными, а какие — неправильными.
2. Уметь сравнивать дроби и отмечать их на координатном луче.
3. Уметь выполнять действия с дробями.
4. Знать три основные задачи на дроби.
5. Уметь решать задачи на применение дробей.
6. Уметь строить параллельные и перпендикулярные прямые с помощью линейки и треугольника.
7. Уметь определять периметр многоугольника.
8. Знать правила и уметь применять формулы для вычисления площадей прямоугольника, прямоугольного треугольника. Знать единицы измерения площади.
9. Уметь определять измерения прямоугольного параллелепипеда. Находить площадь его поверхности.

10. Знать единицы измерения объёма и находить объём прямоугольного параллелепипеда.

11. Уметь находить среднее арифметическое нескольких чисел.

12. Использовать диаграммы для получения информации.

Тест

1. Какие из равенств верны:

а) $\frac{4}{5} = \frac{20}{25}$; в) $\frac{3}{4} = \frac{33}{44}$;

б) $\frac{7}{21} = \frac{21}{62}$; г) $\frac{4}{20} = \frac{60}{200}$?

2. Замените x таким числом, чтобы равенство $\frac{x}{7} = \frac{21}{147}$ было верным:

а) 3; б) 7; в) 1; г) 2.

3. Можно ли привести к знаменателю 42 дроби:

а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{9}$; в) $\frac{1}{6}$; г) $\frac{5}{12}$?

4. Расположите дроби в порядке убывания:

а) $\frac{7}{8}$; б) $\frac{7}{17}$; в) $\frac{7}{5}$; г) $\frac{7}{12}$.

5. Металлическую трубу длиной 20 м разрезали на 5 равных частей. Какова длина $\frac{3}{5}$ части трубы:

а) 5; б) 15; в) 12; г) 14?

6. Вычислите $7\frac{2}{3} - \left(2\frac{1}{3} - 1\frac{3}{7}\right) \cdot \frac{7}{19}$ и выберите правильный ответ:

а) $1\frac{2}{3}$; б) $\frac{2}{3}$; в) 7; г) $7\frac{1}{3}$.

7. У брата и сестры 60 марок. Сколько марок у сестры, если у брата $\frac{2}{5}$ всех марок? Выберите правильный ответ:

- а) 12; б) 36; в) 24; г) 45.

8. Ширина комнаты 4 м, длина составляет $\frac{3}{2}$ от ширины, а высота составляет $\frac{1}{2}$ от длины. Вычислите массу воздуха в комнате, если 1 м^3 воздуха весит приблизительно $\frac{4}{3}$ кг. Выберите правильный ответ:

- а) 96; б) 48; в) 16; г) 24.

9. В первый день туристы прошли $\frac{1}{3}$, а во второй — $\frac{3}{7}$ намеченного пути. В третий день оставалось пройти последние 10 км. Каков весь пройденный путь? Выберите правильный ответ:

- а) 42; б) 48; в) 30; г) 24.

10. Решите уравнение: $\left(\frac{3}{4}x - \frac{2}{5}\right) \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$. Выберите правильный ответ:

- а) 4; б) $4\frac{13}{15}$; в) $1\frac{13}{15}$; г) $\frac{4}{3}$.

Задачи с геометрическими фигурами

1. Парк прямоугольной формы имеет площадь 20 га и ширину 400 м. Какой длины забор потребуется, чтобы огородить парк?

2. Участок, который имеет форму прямоугольника со сторонами 6 м и 4 м, обнесён забором. Во сколько раз увеличится площадь участка, если забор подвинуть изнутри на 1 м в каждую сторону?

3. Вокруг прямоугольной площадки размером $18\text{ м} \times 20\text{ м}$ проложена дорожка шириной 1 м . Найдите площадь дорожки.

4. Два дачных участка прямоугольной формы имеют одинаковую длину. Площадь первого участка 160 м^2 , а площадь второго — 140 м^2 . Найдите ширину второго участка, если известно, что в сумме ширина двух участков составляет 15 м .

5. Участок квадратной формы одной стороной примыкает к дому, а с трёх других сторон обнесён оградой, которая отстоит от участка на 3 м . Вычислите площадь участка, если длина всей ограды 105 м .

6. Сколько краски потребуется для того, чтобы покрасить потолок в комнате длиной $7\text{ м } 50\text{ см}$ и шириной $5\text{ м } 20\text{ см}$, если на покраску 1 м^2 уходит 200 г краски?

7. Квадратный участок земли разбили на четыре части: газон (Г), цветник (Ц), огород (О) и сад (С). Сад и цветник — квадраты. Периметр сада — 80 м , а цветника — 20 м . Чему равен периметр газона?

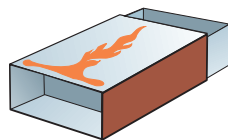
Г	Ц
С	О

8. Таня разрежала квадратный лист картона со стороной 5 дм на два прямоугольника. Периметр одного из этих прямоугольников равен 16 дм . Чему равен периметр другого прямоугольника?

9. Коробку обвязали ленточкой. Найдите длину ленточки, если длина коробки 24 см , ширина — 16 см , высота — 5 см , а на бантик вместе с концами ленты ушло 3 дм .



10. Найдите площадь картона, который затратили на изготовление спичечного коробка со следующими размерами: длина — 50 мм, ширина 35 мм, толщина — 15 мм.



11. Бак с квадратным основанием $10 \text{ дм} \times 10 \text{ дм}$ и высотой 5 дм наполнен квасом. На сколько сантиметров понизится уровень кваса, если из бака отлить 100 л кваса?

12. Сколько нужно купить рулонов обоев, чтобы оклеить стены комнаты длиной 7 м 50 см, шириной 5 м 20 см и высотой 3 м 20 см? (Длина рулона обоев 10 м, ширина — 55 см.)

13. Покрасили здание, высота которого 8 м, ширина — 15 м, длина — 18 м. Сколько израсходовали пакетов белил, если в одном пакете 16 кг, а на 1 м^2 при покраске уходит 500 г?

14. Необходимо огородить территорию участка забором. Участок имеет длину 120 м и ширину 20 м. Сколько для этого потребуется досок, если на 1 м^2 забора идёт 5 досок, а высота забора 2 м?

15. Участок сада в форме прямоугольника имеет длину 120 м и ширину 80 м. Участок обнесён изгородью из кустарника. Саженцы кустарника продаются по 50 р. за сотню, а для 1 м изгороди нужно 2 саженца кустарника. Сколько денег потребуется на покупку кустарника?

Исторические сведения

Дроби появились в глубокой древности. Необходимость в них возникла у человека при разделе добычи, когда количество добытого не делилось на цело на число охотников, а также при измерении величин, когда результат измерения не удавалось выразить натуральным числом. Таким образом, приходилось учитывать части единицы измерения, и людям потребовались дроби.

Термин «дробь», как и его аналоги в других языках, происходит от латинского *fractura*, который, в свою очередь, является переводом арабского термина с тем же значением: *ломать, раздроблять*.

В истории развития дробных чисел встречаются дроби трёх видов:

1) единичные дроби или доли (дроби с числителем, равным 1);

2) систематические дроби (дроби, у которых числителями могут быть числа любого вида, а знаменателями — только числа некоторого частного вида, например степени 10 или 60);

3) дроби общего вида (числителями и знаменателями могут быть числа любого вида).

Все народы употребляли «половинки», «трети», «четвертушки» и т. д., причём у каждого народа для них были свои обозначения. Вслед за этим в разные эпохи и у разных народов стали появляться различные виды дробей.

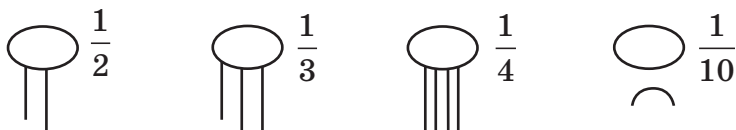
Первыми в Древнем Египте появились единичные дроби, у которых сначала были маленькие знаменатели, а затем и большие. Дроби ви-

да $\frac{1}{n}$, где n — натуральное число, называют

египетскими (единичными или основными). Если нужно было использовать другие дроби, египтяне представляли их в виде суммы основных дробей.

Например, вместо $\frac{9}{20}$ писали $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$. Египетские

числа складывать было неудобно, потому что при сложении двух одинаковых дробей появляется дробь вида $\frac{2}{n}$, а таких дробей египтяне не допускали. Когда в результате получалась любая не основная дробь, её заменяли суммой основных дробей. Это было очень трудоёмким делом. Поэтому египтяне составляли таблицы представления обыкновенных дробей в виде сумм основных, только знаки сложения не писали. Этот египетский способ мы тоже используем, когда записываем смешанное число.



Задача из папируса Ахмета. Разделить 7 хлебов между 8 людьми, сделав наименьшее число разрезов.

Если резать каждый хлеб на 8 частей, а для этого нужно сделать 7 разрезов, то всего для разрезания 7 хлебов придётся провести 49 разрезов. Египтяне решали эту задачу так: дробь $\frac{7}{8}$ записывали в виде суммы дробей:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}.$$

Значит, каждому человеку надо дать полхлеба, четверть хлеба и восьмушку хлеба. Поэтому четыре хлеба надо разрезать пополам, два хлеба — на 4 части и один хлеб — на 8 частей. Теперь каждому можно дать его часть. Получилось, что надо сделать всего 17 разрезов:

$$4 + 6 + 7.$$

Предложите своё решение.

Современную систему записи дробей с числителем и знаменателем создали в Индии в первые века нашего летоисчисления. Тогда записывали знаменатель сверху, а числитель снизу и не было дробной черты. Записывать дроби так, как они записываются сейчас, стали арабы.