

а) 3 мм = ... см, 9 см = ... м, 17 м = ... км;

б) 5 г = ... кг, 7 ц = ... т, 12 кг = ... ц;

в) 3 м<sup>2</sup> = ... дм<sup>2</sup>, 16 м<sup>2</sup> = ... км<sup>2</sup>, 2 м<sup>2</sup> = ... см<sup>2</sup>.



Для исследования озера выловили 80 рыб, их пометили и снова выпустили в озеро. На второй день выловили 150 рыб, среди которых оказалось 5 помеченных. Можно ли определить, сколько рыб в озере? Где ещё можно применить такой способ?



### § 3. Правильные и неправильные дроби. Смешанные числа

Дроби, как и натуральные числа, можно изображать точками на координатном луче. Например, чтобы изобразить дроби  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{2}{8}$ ,  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{5}{8}$ ,  $\frac{8}{8}$  на луче:

1. Выберем единичный отрезок, лучше взять его достаточно большим, например равным длине 8 клеток.

2. Разделим его на 8 равных частей. Отметим дроби, соответствующие этим равным частям (рис. 7):

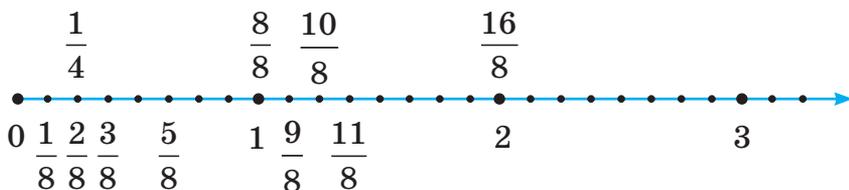


Рисунок 7

Единице соответствует дробь  $\frac{8}{8}$ , числу 2 соответствует дробь  $\frac{16}{8}$ . Между числами 1 и 2

отмечены числа  $\frac{9}{8}, \frac{10}{8}, \dots$ . Между числами 2 и 3 отмечают числа  $\frac{17}{8}, \frac{18}{8}, \dots$ .



У каждой из дробей  $\frac{3}{8}$  и  $\frac{5}{8}$  **числитель меньше знаменателя**. Такие дроби называют **правильными**. Они расположены левее числа 1.

У дроби  $\frac{8}{8}$  **числитель равен знаменателю**, а у каждой из дробей  $\frac{11}{8}, \frac{16}{8}$  **числитель больше знаменателя**. Такие дроби называют **неправильными**. Они расположены правее числа 1 или совпадают с числом 1.



**Правильные дроби меньше 1, а неправильные — больше или равны 1.**

Заметим, что числа  $\frac{9}{8}, \frac{10}{8}$  больше 1, их можно представить в виде:  $\frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}, \frac{10}{8} = 1\frac{2}{8}$ . Говорят: из неправильной дроби **выделили целую часть**. Полученные числа  $1\frac{1}{8}, 1\frac{2}{8}$  называются **смешанными числами**.

Если числитель какой-либо неправильной дроби, например  $\frac{19}{8}$ , разделить на знаменатель с остатком, то найдём, сколько целых единиц содержится в этом числе — 2. Остаток 3 покажет, сколько останется в числе восьмых частей, значит,

$\frac{19}{8} = 2\frac{3}{8}$ . Получили смешанное число  $2\frac{3}{8}$ , равное неправильной дроби  $\frac{19}{8}$ .

Смешанное число состоит из целой и дробной частей. Например, у смешанного числа  $1\frac{2}{3}$  число 1 называют **целой частью**, а число  $\frac{2}{3}$  — **дробной частью** числа.



Из любой неправильной дроби можно выделить целую и дробную части.



Чтобы из неправильной дроби выделить целую часть, нужно разделить с остатком числитель на знаменатель:

- 1) неполное частное записать целой частью смешанного числа;
- 2) остаток — числителем дробной части;
- 3) делитель — знаменателем дробной части смешанного числа.

### Пример 1.

$$\frac{9}{4} = (9 : 4 = 2 \text{ (остаток 1)}) = 2\frac{1}{4};$$

$$\frac{29}{13} = (29 : 13 = 2 \text{ (остаток 3)}) = 2\frac{3}{13}.$$

Можно решить обратную задачу: смешанное число записать в виде неправильной дроби. Например, число  $3\frac{2}{5}$  запишем в виде неправильной дроби. Для этого определим **числитель дроби** — он равен делимому при делении с остатком. Частное 3 умножим на делитель 5 и прибавим остаток 2, получим 17 — числитель дроби, а **знаменатель**

останется прежним числом, т. е. числом 5. Получаем неправильную дробь:  $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$ .

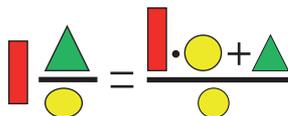


**Чтобы смешанное число записать в виде неправильной дроби нужно:**

1) умножить целую часть на знаменатель дробной части и к полученному произведению **прибавить** числитель дробной части;

2) записать полученное число в числитель дроби;

3) знаменатель дробной части оставить без изменения.



**Пример 2.**

$$1\frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{5}{3};$$

$$4\frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{9}{2};$$

$$3\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{15}{4}.$$



**64.** Начертите координатный луч с единичным отрезком, равным длине 9 клеточек. Изобразите точки с координатами:

$$\frac{1}{9}, \frac{4}{9}, \frac{7}{9}, \frac{9}{9}, \frac{13}{9}, \frac{14}{9}, \frac{18}{9}, \frac{16}{9}.$$

**65.** Выберите единичный отрезок и отметьте на координатном луче точки, координаты которых равны:

а)  $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{4}{6}, \frac{6}{6}, \frac{9}{6};$

б)  $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{5}{5}, \frac{7}{5}, \frac{10}{5}.$

- 66.** Напишите несколько правильных и несколько неправильных дробей, а затем запишите:
- все правильные дроби со знаменателем 7;
  - все неправильные дроби с числителем 8.
- 67.** Определите, при каких значениях  $m$  дробь:
- $\frac{m}{10}$  будет правильной;
  - $\frac{12}{m}$  будет неправильной.
- 68.** Выделите целую часть из неправильной дроби и запишите смешанное число:
- $\frac{7}{2}, \frac{10}{5}, \frac{29}{10}, \frac{303}{100}, \frac{4}{9}, \frac{20}{3}, \frac{20}{7}, \frac{20}{9}, \frac{20}{11}$ ;
  - $\frac{9}{5}, \frac{13}{10}, \frac{75}{25}, \frac{411}{100}, \frac{11}{20}, \frac{200}{3}, \frac{200}{7}, \frac{200}{9}, \frac{200}{11}$ ;
  - $\frac{5}{4}, \frac{18}{3}, \frac{39}{10}, \frac{127}{100}, \frac{3}{7}, \frac{200}{30}, \frac{200}{70}, \frac{200}{90}, \frac{200}{110}$ .
- 69.** Запишите частное в виде смешанного числа:
- $7 : 3, 30 : 7, 73 : 10$ ;
  - $10 : 7, 25 : 6, 103 : 20$ ;
  - $15 : 4, 20 : 11, 99 : 30$ ;
  - $17 : 2, 40 : 9, 509 : 100$ .
- 70.** Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:
- $1\frac{5}{6}, 2\frac{3}{4}, 5\frac{2}{9}, 7\frac{7}{10}, 1\frac{3}{7}, 2\frac{5}{7}, 1\frac{3}{8}, 2\frac{5}{8}$ ;
  - $1\frac{7}{8}, 3\frac{2}{3}, 7\frac{3}{5}, 2\frac{11}{100}, 1\frac{3}{11}, 2\frac{5}{11}, 3\frac{3}{11}, 4\frac{5}{8}$ ;
  - $2\frac{1}{5}, 5\frac{3}{10}, 10\frac{7}{9}, 20\frac{2}{7}, 4\frac{3}{5}, 2\frac{5}{6}, 3\frac{3}{4}, 4\frac{5}{7}$ ;
  - $1\frac{3}{4}, 2\frac{5}{6}, 5\frac{4}{9}, 7\frac{3}{10}, 10\frac{1}{7}, 2\frac{17}{100}$ .

**71.** Сократите дробь и выделите из неё целую часть:

а)  $\frac{6}{4}, \frac{16}{12}, \frac{28}{21}$ ;

г)  $\frac{200}{36}, \frac{400}{28}, \frac{500}{90}$ ;

б)  $\frac{9}{6}, \frac{20}{8}, \frac{100}{75}$ ;

д)  $\frac{34}{16}, \frac{38}{6}, \frac{42}{8}$ ;

в)  $\frac{8}{6}, \frac{24}{20}, \frac{14}{4}$ ;

е)  $\frac{40}{30}, \frac{60}{21}, \frac{84}{26}$ .



**72.** Выполните деление с остатком, записывая процесс деления уголком:

а)  $57 : 10$ ;

в)  $83 : 8$ ;

д)  $249 : 100$ ;

б)  $26 : 5$ ;

г)  $100 : 7$ ;

е)  $1043 : 100$ .

**73.** Решите уравнение:

а)  $(x - 6) \cdot 9 = 171$ ;

б)  $n : 19 - 24 = 14$ ;

в)  $1512 : (72 - y) = 36$ .

**74.** В детском парке на карусели катались дети. Через некоторое время пришли ещё 7 мальчиков, а 13 девочек ушли, и на карусели стали кататься 26 детей. Сколько детей каталось на карусели первоначально?

**75.** Ленту длиной 7 м разрезали на 11 равных частей. Сколько метров в каждой части ленты?

**76.** Теплоход за 3 ч прошёл вверх по реке 69 км. Собственная скорость теплохода 25 км/ч. Какова скорость течения реки?

**77.** Протяжённость шоссе между городами 770 км. Одновременно навстречу друг другу вышли два автобуса и встретились через 7 ч. Определите скорость второго автобуса, если скорость первого равна 60 км/ч.



## Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1–3).

1. Правильные дроби ... 1, а неправильные — ... или ... 1.
2. Чтобы из неправильной дроби выделить целую часть, нужно:
  - а) разделить с остатком ... на ... ;
  - б) неполное частное записать ... .. смешанного числа, остаток — ... , а делитель — ... дробной части смешанного числа.
3. Чтобы смешанное число записать в виде неправильной дроби нужно:
  - а) умножить целую часть на ... дробной части и к полученному произведению прибавить ... дробной части;
  - б) записать полученное число в ... дроби;
  - в) знаменатель дробной части оставить ... ..



**78.** Начертите координатный луч и отметьте точки, координаты которых равны:

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{7}{4}, \frac{9}{4}, \frac{12}{4}.$$

- 79.** Напишите:
- а) все правильные дроби со знаменателем 8;
  - б) все неправильные дроби с числителем 7.
- 80.** Выделите целую часть из дроби, разделив числитель на знаменатель с остатком:
- а)  $\frac{20}{7}$ ;
  - б)  $\frac{43}{10}$ ;
  - в)  $\frac{209}{100}$ ;
  - г)  $\frac{16}{3}$ .
- 81.** Запишите частное в виде смешанного числа:
- а)  $9 : 4$ ;
  - б)  $24 : 11$ ;
  - в)  $54 : 5$ ;
  - г)  $105 : 9$ ;
  - д)  $89 : 25$ ;
  - е)  $545 : 120$ .

82. Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:

а)  $3\frac{1}{6}$ ;      б)  $9\frac{3}{4}$ ;      в)  $5\frac{8}{9}$ ;      г)  $1\frac{19}{100}$ .

83. Сократите дроби и выделите из них целую часть:  $\frac{10}{8}$ ,  $\frac{30}{20}$ ,  $\frac{45}{25}$ .

84. Три килограмма печенья расфасовали поровну в 8 одинаковых пакетов. Найдите массу печенья в каждом пакете.

85. Велосипедист, скорость которого 15 км/ч, и пешеход, скорость которого в 3 раза меньше, отправились одновременно из одного пункта в противоположных направлениях. Какое расстояние будет между ними через 2 ч?



К числителю дроби  $\frac{2}{3}$  прибавили несколько раз число 2016, а к знаменателю — 2017. Может ли после сокращения получиться дробь, равная  $\frac{3}{5}$ ?



#### § 4. Сравнение дробных чисел

С помощью координатного луча мы установили, что любая неправильная дробь больше правильной дроби, так как неправильная дробь больше или равна 1, а правильная — меньше единицы.

1. Сравним дроби с одинаковыми знаменателями, например  $\frac{3}{8}$  и  $\frac{5}{8}$  (рис. 8). Ясно, что 5 равных