

а) 3 мм = ... см, 9 см = ... м, 17 м = ... км;

б) 5 г = ... кг, 7 ц = ... т, 12 кг = ... ц;

в) 3 м² = ... дм², 16 м² = ... км², 2 м² = ... см².



Для исследования озера выловили 80 рыб, их пометили и снова выпустили в озеро. На второй день выловили 150 рыб, среди которых оказалось 5 помеченных. Можно ли определить, сколько рыб в озере? Где ещё можно применить такой способ?



§ 3. Правильные и неправильные дроби. Смешанные числа

Дроби, как и натуральные числа, можно изображать точками на координатном луче. Например, чтобы изобразить дроби $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{8}{8}$ на луче:

1. Выберем единичный отрезок, лучше взять его достаточно большим, например равным длине 8 клеток.

2. Разделим его на 8 равных частей. Отметим дроби, соответствующие этим равным частям (рис. 7):

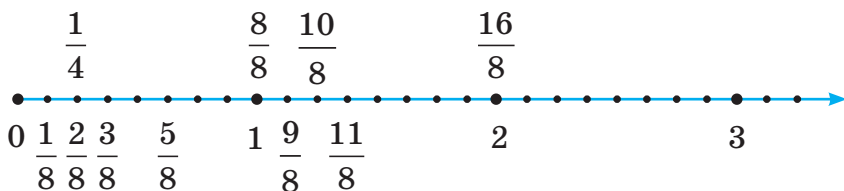


Рисунок 7

Единице соответствует дробь $\frac{8}{8}$, числу 2 соответствует дробь $\frac{16}{8}$. Между числами 1 и 2

отмечены числа $\frac{9}{8}, \frac{10}{8}, \dots$. Между числами 2 и 3 отмечают числа $\frac{17}{8}, \frac{18}{8}, \dots$.



У каждой из дробей $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$ **числитель меньше знаменателя**. Такие дроби называют **правильными**. Они расположены левее числа 1.

У дроби $\frac{8}{8}$ **числитель равен знаменателю**, а у каждой из дробей $\frac{11}{8}, \frac{16}{8}$ **числитель больше знаменателя**. Такие дроби называют **неправильными**. Они расположены правее числа 1 или совпадают с числом 1.



Правильные дроби меньше 1, а неправильные — больше или равны 1.

Заметим, что числа $\frac{9}{8}, \frac{10}{8}$ больше 1, их можно представить в виде: $\frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}, \frac{10}{8} = 1\frac{2}{8}$. Говорят: из неправильной дроби **выделили целую часть**. Полученные числа $1\frac{1}{8}, 1\frac{2}{8}$ называются **смешанными числами**.

Если числитель какой-либо неправильной дроби, например $\frac{19}{8}$, разделить на знаменатель с остатком, то найдём, сколько целых единиц содержится в этом числе — 2. Остаток 3 покажет, сколько останется в числе восьмых частей, значит,

$\frac{19}{8} = 2\frac{3}{8}$. Получили смешанное число $2\frac{3}{8}$, равное неправильной дроби $\frac{19}{8}$.

Смешанное число состоит из целой и дробной частей. Например, у смешанного числа $1\frac{2}{3}$ число 1 называют **целой частью**, а число $\frac{2}{3}$ — **дробной частью** числа.



Из любой неправильной дроби можно выделить целую и дробную части.



Чтобы из неправильной дроби выделить целую часть, нужно разделить с остатком числитель на знаменатель:

- 1) неполное частное записать целой частью смешанного числа;
- 2) остаток — числителем дробной части;
- 3) делитель — знаменателем дробной части смешанного числа.

Пример 1.

$$\frac{9}{4} = (9 : 4 = 2 \text{ (остаток 1)}) = 2\frac{1}{4};$$

$$\frac{29}{13} = (29 : 13 = 2 \text{ (остаток 3)}) = 2\frac{3}{13}.$$

Можно решить обратную задачу: смешанное число записать в виде неправильной дроби. Например, число $3\frac{2}{5}$ запишем в виде неправильной дроби. Для этого определим **числитель дроби** — он равен делимому при делении с остатком. Частное 3 умножим на делитель 5 и прибавим остаток 2, получим 17 — числитель дроби, а **знаменатель**

останется прежним числом, т. е. числом 5. Получаем неправильную дробь: $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$.

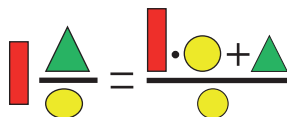


Чтобы смешанное число записать в виде неправильной дроби нужно:

1) умножить целую часть на знаменатель дробной части и к полученному произведению **прибавить** числитель дробной части;

2) записать полученное число в числитель дроби;

3) знаменатель дробной части оставить без изменения.



Пример 2.

$$1\frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{5}{3};$$

$$4\frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{9}{2};$$

$$3\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{15}{4}.$$



64. Начертите координатный луч с единичным отрезком, равным длине 9 клеточек. Изобразите точки с координатами:

$$\frac{1}{9}, \frac{4}{9}, \frac{7}{9}, \frac{9}{9}, \frac{13}{9}, \frac{14}{9}, \frac{18}{9}, \frac{16}{9}.$$

65. Выберите единичный отрезок и отметьте на координатном луче точки, координаты которых равны:

а) $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{4}{6}, \frac{6}{6}, \frac{9}{6};$

б) $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{5}{5}, \frac{7}{5}, \frac{10}{5}.$

- 66.** Напишите несколько правильных и несколько неправильных дробей, а затем запишите:
- все правильные дроби со знаменателем 7;
 - все неправильные дроби с числителем 8.
- 67.** Определите, при каких значениях m дробь:
- $\frac{m}{10}$ будет правильной;
 - $\frac{12}{m}$ будет неправильной.
- 68.** Выделите целую часть из неправильной дроби и запишите смешанное число:
- $\frac{7}{2}, \frac{10}{5}, \frac{29}{10}, \frac{303}{100}, \frac{4}{9}, \frac{20}{3}, \frac{20}{7}, \frac{20}{9}, \frac{20}{11}$;
 - $\frac{9}{5}, \frac{13}{10}, \frac{75}{25}, \frac{411}{100}, \frac{11}{20}, \frac{200}{3}, \frac{200}{7}, \frac{200}{9}, \frac{200}{11}$;
 - $\frac{5}{4}, \frac{18}{3}, \frac{39}{10}, \frac{127}{100}, \frac{3}{7}, \frac{200}{30}, \frac{200}{70}, \frac{200}{90}, \frac{200}{110}$.
- 69.** Запишите частное в виде смешанного числа:
- $7 : 3, 30 : 7, 73 : 10$;
 - $10 : 7, 25 : 6, 103 : 20$;
 - $15 : 4, 20 : 11, 99 : 30$;
 - $17 : 2, 40 : 9, 509 : 100$.
- 70.** Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:
- $1\frac{5}{6}, 2\frac{3}{4}, 5\frac{2}{9}, 7\frac{7}{10}, 1\frac{3}{7}, 2\frac{5}{7}, 1\frac{3}{8}, 2\frac{5}{8}$;
 - $1\frac{7}{8}, 3\frac{2}{3}, 7\frac{3}{5}, 2\frac{11}{100}, 1\frac{3}{11}, 2\frac{5}{11}, 3\frac{3}{11}, 4\frac{5}{8}$;
 - $2\frac{1}{5}, 5\frac{3}{10}, 10\frac{7}{9}, 20\frac{2}{7}, 4\frac{3}{5}, 2\frac{5}{6}, 3\frac{3}{4}, 4\frac{5}{7}$;
 - $1\frac{3}{4}, 2\frac{5}{6}, 5\frac{4}{9}, 7\frac{3}{10}, 10\frac{1}{7}, 2\frac{17}{100}$.

71. Сократите дробь и выделите из неё целую часть:

а) $\frac{6}{4}, \frac{16}{12}, \frac{28}{21}$;

г) $\frac{200}{36}, \frac{400}{28}, \frac{500}{90}$;

б) $\frac{9}{6}, \frac{20}{8}, \frac{100}{75}$;

д) $\frac{34}{16}, \frac{38}{6}, \frac{42}{8}$;

в) $\frac{8}{6}, \frac{24}{20}, \frac{14}{4}$;

е) $\frac{40}{30}, \frac{60}{21}, \frac{84}{26}$.



72. Выполните деление с остатком, записывая процесс деления уголком:

а) $57 : 10$;

в) $83 : 8$;

д) $249 : 100$;

б) $26 : 5$;

г) $100 : 7$;

е) $1043 : 100$.

73. Решите уравнение:

а) $(x - 6) \cdot 9 = 171$;

б) $n : 19 - 24 = 14$;

в) $1512 : (72 - y) = 36$.

74. В детском парке на карусели катались дети. Через некоторое время пришли ещё 7 мальчиков, а 13 девочек ушли, и на карусели стали кататься 26 детей. Сколько детей каталось на карусели первоначально?

75. Ленту длиной 7 м разрезали на 11 равных частей. Сколько метров в каждой части ленты?

76. Теплоход за 3 ч прошёл вверх по реке 69 км. Собственная скорость теплохода 25 км/ч. Какова скорость течения реки?

77. Протяжённость шоссе между городами 770 км. Одновременно навстречу друг другу вышли два автобуса и встретились через 7 ч. Определите скорость второго автобуса, если скорость первого равна 60 км/ч.



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1–3).

1. Правильные дроби ... 1, а неправильные — ... или ... 1.
2. Чтобы из неправильной дроби выделить целую часть, нужно:
 - а) разделить с остатком ... на ... ;
 - б) неполное частное записать смешанного числа, остаток — ... , а делитель — ... дробной части смешанного числа.
3. Чтобы смешанное число записать в виде неправильной дроби нужно:
 - а) умножить целую часть на ... дробной части и к полученному произведению прибавить ... дробной части;
 - б) записать полученное число в ... дроби;
 - в) знаменатель дробной части оставить



78. Начертите координатный луч и отметьте точки, координаты которых равны:

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{7}{4}, \frac{9}{4}, \frac{12}{4}.$$

- 79.** Напишите:
- а) все правильные дроби со знаменателем 8;
 - б) все неправильные дроби с числителем 7.
- 80.** Выделите целую часть из дроби, разделив числитель на знаменатель с остатком:
- а) $\frac{20}{7}$;
 - б) $\frac{43}{10}$;
 - в) $\frac{209}{100}$;
 - г) $\frac{16}{3}$.
- 81.** Запишите частное в виде смешанного числа:
- а) $9 : 4$;
 - б) $24 : 11$;
 - в) $54 : 5$;
 - г) $105 : 9$;
 - д) $89 : 25$;
 - е) $545 : 120$.

82. Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:

а) $3\frac{1}{6}$; б) $9\frac{3}{4}$; в) $5\frac{8}{9}$; г) $1\frac{19}{100}$.

83. Сократите дроби и выделите из них целую часть: $\frac{10}{8}$, $\frac{30}{20}$, $\frac{45}{25}$.

84. Три килограмма печенья расфасовали поровну в 8 одинаковых пакетов. Найдите массу печенья в каждом пакете.

85. Велосипедист, скорость которого 15 км/ч, и пешеход, скорость которого в 3 раза меньше, отправились одновременно из одного пункта в противоположных направлениях. Какое расстояние будет между ними через 2 ч?



К числителю дроби $\frac{2}{3}$ прибавили несколько раз число 2016, а к знаменателю — 2017. Может ли после сокращения получиться дробь, равная $\frac{3}{5}$?



§ 4. Сравнение дробных чисел

С помощью координатного луча мы установили, что любая неправильная дробь больше правильной дроби, так как неправильная дробь больше или равна 1, а правильная — меньше единицы.

1. Сравним дроби с одинаковыми знаменателями, например $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$ (рис. 8). Ясно, что 5 равных