82. Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:

а) $3\frac{1}{6}$; б) $9\frac{3}{4}$; в) $5\frac{8}{9}$; г) $1\frac{19}{100}$.

83. Сократите дроби и выделите из них целую часть: $\frac{10}{8}$, $\frac{30}{20}$, $\frac{45}{25}$.

84. Три килограмма печенья расфасовали поровну в 8 одинаковых пакетов. Найдите массу печенья в каждом пакете.

85. Велосипедист, скорость которого 15 км/ч, и пешеход, скорость которого в 3 раза меньше, отправились одновременно из одного пункта в противоположных направлениях. Какое расстояние будет между ними через 2 ч?

К числителю дроби $\frac{2}{3}$ прибавили несколько раз число 2016, а к знаменателю — 2017. Может ли после сокращения получиться дробь, равная $\frac{3}{5}$?

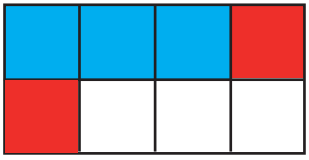
§ 4. Сравнение дробных чисел

С помощью координатного луча мы установили, что **любая неправильная дробь больше правильной дроби, так как неправильная дробь больше или равна 1, а правильная — меньше единицы.**

1. Сравним дроби с одинаковыми знаменателями, например $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$ (рис. 8). Ясно, что 5 равных

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

частей составляют бóльшую часть прямоугольника, чем 3.

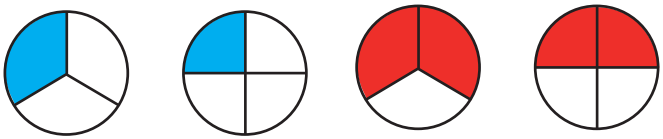


$$\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$$

Рисунок 8

Из двух дробей с одинаковыми знаменателями **больше** та, у которой **числитель больше**, и **меньше** та, у которой **числитель меньше**.

2. Сравним дроби с одинаковыми числителями (рис. 9): $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{4}$.



$$\frac{1}{3} > \frac{1}{4} \qquad \frac{2}{3} > \frac{2}{4}$$

Рисунок 9

Из двух дробей с одинаковыми числителями **больше** та, у которой **знаменатель меньше**, и **меньше** та, у которой **знаменатель больше**.

3. Как сравнить дроби с разными числителями и знаменателями?

Что больше: $\frac{4}{7}$ или $\frac{5}{8}$?

Воспользуемся основным свойством дроби: числитель и знаменатель первой дроби умножим на 8, а числитель и знаменатель второй дроби — на 7.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Получим две дроби, соответственно равные данным дробям, с равными знаменателями:

$$\frac{4}{7}=\frac{32}{56};\ \frac{5}{8}=\frac{35}{56}.$$

По правилу сравнения дробей с равными знаменателями определяем:

$$\frac{35}{56}>\frac{32}{56},\ \text{т. е.}\ \frac{5}{8}>\frac{4}{7}.$$

Значит, чтобы сравнить две дроби с разными знаменателями, нужно, воспользовавшись основным свойством дроби, заменить их соответственно равными им дробями с равными знаменателями; говорят: **привести дроби к одному знаменателю.**

Число, на которое умножают числитель и знаменатель первой дроби, называют **дополнительным множителем** для первой дроби, а число, на которое умножают числитель и знаменатель второй дроби, называют **дополнительным множителем** для второй дроби.

Правила приведения дробей к общему знаменателю:

1. Если знаменатели дробей взаимно простые числа, то числитель и знаменатель первой дроби надо умножить на знаменатель второй дроби, числитель и знаменатель второй дроби надо умножить на знаменатель первой дроби.

Пример 1. Приведите к общему знаменателю дроби $\frac{1}{6}$ и $\frac{2}{25}$.

$$\frac{1\cdot 25}{6\cdot 25}=\frac{25}{150};\quad \frac{2\cdot 6}{25\cdot 6}=\frac{12}{150}.$$

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

2. Если знаменатели дробей не взаимно простые числа, то надо:

1) найти наименьшее общее кратное (НОК) знаменателей;

2) разделить НОК на знаменатель первой дроби, получим дополнительный множитель для первой дроби;

3) разделить НОК на знаменатель второй дроби, получим дополнительный множитель для второй дроби;

4) умножить числитель и знаменатель каждой дроби на соответствующий дополнительный множитель.

Пример 2. Приведите к общему знаменателю дроби $\frac{1}{6}$ и $\frac{2}{15}$.

1. НОК (6; 15) = 30.

2. 30 : 6 = 5 — дополнительный множитель для первой дроби.

3. 30 : 15 = 2 — дополнительный множитель для второй дроби.

4. $\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{5}{30}$; $\frac{2}{15} = \frac{2 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{4}{30}$.

Можно использовать общее правило:

Чтобы привести две дроби к общему знаменателю, надо:

1) разложить знаменатель каждой дроби на простые множители;

2) умножить числитель и знаменатель первой дроби на недостающие множители из разложения знаменателя второй дроби;

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

3) умножить числитель и знаменатель второй дроби на недостающие множители из разложения знаменателя первой дроби.

Пример 3. **Приведите к общему знаменателю дроби $\frac{5}{18}$ и $\frac{2}{15}$.**

1. Разложим знаменатели на простые множители: $18 = 3 \cdot 3 \cdot 2$, $15 = 3 \cdot 5$.

2. $\frac{5}{18} = \frac{5 \cdot 5}{18 \cdot 5} = \frac{25}{90}$, умножили числитель и знаменатель первой дроби на недостающий множитель 5 из второго разложения;

3. $\frac{2}{15} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{15 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{12}{90}$, умножили числитель и знаменатель второй дроби на недостающие множители 3 и 2 из первого разложения.

Получили число 90 — общий знаменатель дробей $\frac{5}{18}$ и $\frac{2}{15}$.

Чтобы сравнить смешанные числа, нужно сравнить их целые части:

1) бóльшим будет то число, у которого целая часть больше;

2) если целые части равны, бóльшим будет то число, у которого дробная часть больше.

Пример 4. **Сравните числа:**

1. $3\frac{5}{7}$ и $1\frac{12}{13}$, так как целая часть первого числа (3) больше целой части второго числа (1), то $3\frac{5}{7} > 1\frac{12}{13}$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

2. $3\frac{1}{4}$ и $3\frac{1}{3}$, целые части этих смешанных чисел равны, сравним дробные: $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$, следовательно, $3\frac{1}{4} < 3\frac{1}{3}$.

86. Сравните дроби:

а) $\frac{3}{10}$ и $\frac{7}{10}$, $\frac{1}{11}$ и $\frac{4}{11}$, $\frac{8}{8}$ и $\frac{9}{8}$, $\frac{5}{5}$ и $\frac{10}{10}$;

б) $\frac{13}{19}$ и $\frac{3}{19}$, $\frac{5}{7}$ и $\frac{2}{7}$, $\frac{9}{4}$ и $\frac{4}{4}$, $\frac{2}{2}$ и $\frac{9}{9}$;

в) $\frac{11}{13}$ и $\frac{13}{13}$, $\frac{2}{9}$ и $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{6}$ и $\frac{7}{7}$, $\frac{3}{3}$ и $\frac{8}{3}$.

87. Расположите дроби в порядке возрастания:
$\frac{5}{19}, \frac{7}{19}, \frac{3}{19}, \frac{12}{19}, \frac{9}{19}, \frac{19}{19}, \frac{4}{19}, \frac{18}{19}, \frac{15}{19}, \frac{1}{19}$.

88. Расположите дроби в порядке убывания:
$\frac{33}{100}, \frac{17}{100}, \frac{51}{100}, \frac{9}{100}, \frac{45}{100}, \frac{99}{100}, \frac{3}{100}, \frac{11}{100}$.

89. Определите, какая из дробей больше:

а) $\frac{1}{3}$ или $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{7}$ или $\frac{2}{3}$;

б) $\frac{1}{7}$ или $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{9}$ или $\frac{5}{11}$;

в) $\frac{1}{11}$ или $\frac{1}{12}$, $\frac{3}{10}$ или $\frac{3}{100}$;

г) $\frac{7}{13}$ или $\frac{7}{15}$, $\frac{6}{8}$ или $\frac{6}{10}$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

90. Приведите дроби к общему знаменателю, используя правило приведения к общему знаменателю дробей со взаимно простыми знаменателями:

а) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{3}$; г) $\frac{1}{10}$ и $\frac{7}{9}$; ж) $\frac{8}{11}$ и $\frac{2}{5}$;

б) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{7}$; д) $\frac{3}{7}$ и $\frac{5}{6}$; з) $\frac{3}{13}$ и $\frac{3}{8}$;

в) $\frac{3}{5}$ и $\frac{1}{8}$; е) $\frac{4}{9}$ и $\frac{3}{4}$; и) $\frac{11}{15}$ и $\frac{13}{16}$.

91. Приведите дроби к общему знаменателю и сравните их:

а) $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{8}$; г) $\frac{1}{2}$ и $\frac{5}{12}$; ж) $\frac{17}{150}$ и $\frac{7}{30}$;

б) $\frac{2}{9}$ и $\frac{1}{3}$; д) $\frac{7}{10}$ и $\frac{9}{40}$; з) $\frac{29}{180}$ и $\frac{5}{18}$;

в) $\frac{2}{5}$ и $\frac{7}{20}$; е) $\frac{4}{25}$ и $\frac{8}{75}$; и) $\frac{2}{91}$ и $\frac{5}{182}$.

92. Приведите дроби к общему знаменателю, используя общее правило приведения дробей к общему знаменателю:

а) $\frac{4}{9}$ и $\frac{1}{6}$; г) $\frac{9}{10}$ и $\frac{1}{15}$; ж) $\frac{9}{35}$ и $\frac{1}{42}$;

б) $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{8}$; д) $\frac{2}{15}$ и $\frac{5}{9}$; з) $\frac{2}{55}$ и $\frac{3}{22}$;

в) $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{10}$; е) $\frac{1}{30}$ и $\frac{3}{40}$; и) $\frac{5}{91}$ и $\frac{2}{39}$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

93. Определите, какая из двух дробей меньше:

а) $\frac{4}{5}$ или $\frac{7}{9}$, $\frac{2}{3}$ или $\frac{11}{12}$, $\frac{3}{8}$ или $\frac{5}{12}$;

б) $\frac{3}{4}$ или $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{16}$ или $\frac{1}{2}$, $\frac{9}{20}$ или $\frac{13}{30}$;

в) $\frac{2}{7}$ или $\frac{3}{11}$, $\frac{4}{25}$ или $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{16}$ или $\frac{5}{12}$;

г) $\frac{26}{27}$ или $\frac{55}{63}$, $\frac{3}{16}$ или $\frac{9}{56}$, $\frac{4}{121}$ или $\frac{2}{99}$.

94. Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

а) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$;

б) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{5}$;

в) $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{8}$ и $\frac{2}{9}$;

г) $\frac{3}{10}$, $\frac{2}{25}$ и $\frac{4}{15}$;

д) $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{15}$;

е) $\frac{7}{24}$, $\frac{5}{36}$, $\frac{11}{48}$ и $\frac{13}{54}$.

95. Представьте натуральное число в виде дроби несколькими способами:

а) 2, 7, 1;

б) 3, 1, 12.

96. Сократите дроби: $\frac{8}{20}$, $\frac{6}{15}$, $\frac{20}{35}$, $\frac{27}{45}$, $\frac{150}{180}$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Решите задачи.

97. Какое наибольшее число одинаковых наборов цветной бумаги можно составить, используя 36 зелёных, 48 красных и 24 жёлтых листа?

98. Учащиеся двух школ собрали 15 750 кг макулатуры. На долю первой школы приходится $\frac{5}{9}$ собранной макулатуры. Сколько килограммов макулатуры собрали учащиеся второй школы?

99. Засеяли $\frac{3}{5}$ поля, что составило 150 га. Найдите площадь всего поля.

100. В школьную студию пения записалось несколько учащихся, причём $\frac{3}{5}$ этих учащихся — из начальных классов, а 12 — из старших. Сколько учащихся записалось в студию?

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1–5).

1. Любая ... дробь больше ... дроби.

2. Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, у которой ... ... , и меньше та, у которой ... .

3. Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой ... ... , и меньше та, у которой ... .

4. Чтобы сравнить смешанные числа, нужно сравнить их целые части:

а) бóльшим будет то число, у которого целая часть ... ;

б) если целые части ... , бóльшим будет то число, у которого дробная часть ... .

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

5. Чтобы привести две дроби к общему знаменателю, надо:

а) разложить знаменатель каждой дроби на ... множители;

б) умножить числитель и знаменатель первой дроби на ... множители из разложения знаменателя ... дроби;

в) умножить числитель и знаменатель второй дроби на ... множители из разложения знаменателя ... дроби.

101. Сравните дроби:

а) $\frac{5}{9}$ и $\frac{8}{9}$;

б) $\frac{7}{10}$ и $\frac{3}{10}$;

в) $\frac{8}{3}$ и $\frac{3}{3}$;

г) $\frac{7}{7}$ и $\frac{4}{4}$.

102. Расположите дроби в порядке убывания:

$\frac{33}{100}$, $\frac{17}{100}$, $\frac{51}{100}$, $\frac{9}{100}$, $\frac{45}{100}$, $\frac{99}{100}$.

103. Определите, какая из дробей меньше:

а) $\frac{1}{9}$ или $\frac{1}{12}$;

б) $\frac{2}{15}$ или $\frac{2}{5}$;

в) $\frac{7}{3}$ или $\frac{7}{4}$;

г) $\frac{16}{13}$ или $\frac{16}{15}$.

104. Сравните числа:

а) 4 и $\frac{15}{4}$;

б) $\frac{19}{5}$ и $\frac{21}{5}$;

в) $\frac{4}{3}$ и $\frac{5}{4}$;

г) $\frac{24}{7}$ и $3\frac{2}{7}$.

105. Приведите дроби к общему знаменателю, используя правило приведения к общему

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

знаменателю дробей со взаимно простыми знаменателями:

а) $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{4}$;

б) $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{11}$;

в) $\frac{4}{7}$ и $\frac{2}{3}$;

г) $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{13}$.

106. Приведите дроби к общему знаменателю и сравните их:

а) $\frac{3}{4}$ и $\frac{11}{12}$;

б) $\frac{4}{5}$ и $\frac{7}{15}$;

в) $\frac{1}{6}$ и $\frac{13}{24}$;

г) $\frac{3}{7}$ и $\frac{45}{56}$.

107. Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

а) $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{18}$, $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{4}$;

б) $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{16}$ и $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{12}$ и $\frac{3}{10}$;

в) $\frac{4}{7}$ и $\frac{5}{12}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{1}{15}$, $\frac{2}{9}$ и $\frac{7}{12}$;

г) $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{11}$, $\frac{2}{7}$ и $\frac{10}{21}$, $\frac{19}{60}$ и $\frac{9}{80}$.

108. Сравните дроби с разными знаменателями:

а) $\frac{2}{3}$ и $\frac{7}{10}$; б) $\frac{3}{8}$ и $\frac{15}{32}$; в) $\frac{5}{18}$ и $\frac{7}{12}$.

Сравните дроби $\frac{373\,737}{777\,777}$ и $\frac{37}{77}$. Выполните задание несколькими способами.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне