

§ 5. Сложение и вычитание обыкновенных дробей

Задача 1. До обеда было отремонтировано $\frac{3}{8}$ прямолинейной беговой дорожки, а после обеда — $\frac{2}{8}$ дорожки (рис. 10). Какую часть дорожки отремонтировали за день?

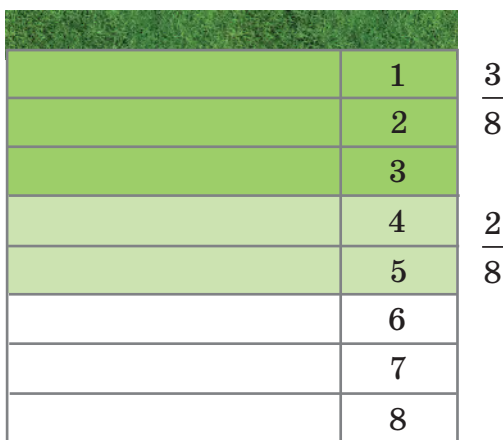


Рисунок 10

Решение.

Для решения задачи нужно сложить все части дорожки, которые отремонтировали. Получим, что количество равных частей равно сумме частей, отремонтированных до обеда и после обеда: $3 + 2$. Каждая из трёх и двух частей равна одной восьмой всей дорожки, значит, результат сложения есть дробь $\frac{5}{8}$. Её числитель равен сумме числителей данных дробей, а знаменатель равен знаменателю данных дробей, т. е.

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8} = \frac{5}{8}.$$

Правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями

При сложении дробей с одинаковыми знаменателями числители дробей складывают, а знаменатель оставляют тем же, т. е. для сложения дробей нужно:

- 1) сложить числители данных дробей и сумму записать в числитель новой дроби;
- 2) в знаменатель новой дроби записать прежний знаменатель;
- 3) если можно:
 - сократить полученную дробь;
 - выделить целую часть из неправильной дроби.

Примеры:

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{7}{9};$$

$$\frac{1}{15} + \frac{2}{15} + \frac{5}{15} = \frac{1+2+5}{15} = \frac{8}{15}.$$

Задача 2. За завтраком съели $\frac{5}{8}$ батона, а за ужином — на $\frac{3}{8}$ батона меньше. Какую часть батона съели за ужином?

Решение.

Для решения задачи нужно из числа $\frac{5}{8}$ вычесть число $\frac{3}{8}$. Из пяти одинаковых частей вычесть



три такие же части, получим две такие же части. Каждая из этих частей есть одна восьмая всего батона, значит, результат вычитания равен дроби $\frac{2}{8}$. Её числитель равен разности числителей уменьшаемого и вычитаемого, а знаменатель равен знаменателю данных дробей, т. е.

$$\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5 - 3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}.$$

Правило вычитания дробей с одинаковыми знаменателями

При вычитании дробей с одинаковыми знаменателями из числителя уменьшаемого вычитают числитель вычитаемого, а знаменатель оставляют тем же, т. е. для вычитания дробей нужно:

1) вычесть из числителя уменьшаемого числитель вычитаемого и разность записать в числитель новой дроби;

2) в знаменатель новой дроби записать прежний знаменатель;

3) если можно:

- сократить полученную дробь;
- выделить целую часть из неправильной дроби.

Пример:

$$\frac{9}{20} - \frac{7}{20} = \frac{9 - 7}{20} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}.$$

Правило сложения (вычитания) дробей с разными знаменателями

Чтобы сложить (вычесть) дроби с разными знаменателями, нужно привести их к общему знаменателю, а затем применить правило сложения (вычитания) дробей с одинаковыми знаменателями.

Примеры:

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10 + 9}{15} = \frac{19}{15} = 1 \frac{4}{15};$$

$$\frac{3}{14} - \frac{2}{21} = \frac{3 \cdot 3}{14 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 2}{21 \cdot 2} = \frac{9 - 4}{42} = \frac{5}{42}.$$



109. Выполните действие, применяя правило сложения или вычитания дробей с одинаковыми знаменателями:

а) $\frac{1}{7} + \frac{3}{7}$,

б) $\frac{4}{10} + \frac{3}{10}$,

в) $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$,

$$\frac{7}{20} + \frac{7}{20}$$

$$\frac{5}{12} + \frac{1}{12}$$

$$\frac{2}{15} + \frac{7}{15}$$

$$\frac{8}{15} - \frac{2}{15}$$

$$\frac{7}{9} - \frac{1}{9}$$

$$\frac{7}{12} - \frac{5}{12}$$

$$\frac{19}{40} - \frac{3}{40}$$

$$\frac{14}{25} - \frac{4}{25}$$

$$\frac{23}{60} - \frac{13}{60}$$

110. Выполните действия, используя правила сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями:

а) $\frac{5}{18} + \frac{3}{18} + \frac{1}{18}$,

б) $\frac{4}{25} + \frac{2}{25} + \frac{9}{25}$,

$$\frac{9}{13} - \frac{3}{13} - \frac{4}{13}$$

$$\frac{10}{17} - \frac{1}{17} - \frac{2}{17}$$

111. Выполните действие, применив правило сложения или вычитания дробей с разными знаменателями:

а) $\frac{1}{3} + \frac{2}{7}$, $\frac{7}{10} - \frac{3}{5}$, $\frac{3}{8} + \frac{9}{20}$;

б) $\frac{4}{9} + \frac{1}{5}$, $\frac{5}{6} - \frac{1}{2}$, $\frac{11}{20} + \frac{7}{15}$;

в) $\frac{2}{3} - \frac{2}{5}$, $\frac{1}{2} + \frac{5}{8}$, $\frac{5}{9} - \frac{5}{12}$;

г) $\frac{3}{5} - \frac{4}{7}$, $\frac{4}{9} + \frac{4}{27}$, $\frac{7}{12} - \frac{3}{20}$;

д) $\frac{5}{9} + \frac{2}{7}$, $\frac{6}{7} - \frac{14}{49}$, $\frac{5}{6} - \frac{8}{15}$;

е) $\frac{5}{6} + \frac{4}{5}$, $\frac{19}{60} - \frac{3}{20}$, $\frac{13}{15} - \frac{13}{20}$;

ж) $\frac{5}{7} + \frac{7}{9}$, $\frac{29}{60} - \frac{7}{30}$, $\frac{5}{42} + \frac{10}{63}$;

з) $\frac{3}{4} + \frac{5}{9}$, $\frac{7}{8} - \frac{5}{24}$, $\frac{7}{24} + \frac{11}{40}$.

112. Найдите значение числового выражения, используя правила сложения и вычитания дробей:

а) $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12}$;

г) $\frac{2}{3} - \frac{2}{5} + \frac{1}{4}$;

б) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{2}{5}$;

д) $\frac{7}{15} + \frac{2}{5} - \frac{2}{3}$;

в) $\frac{5}{6} - \frac{3}{16} + \frac{5}{12}$;

е) $\frac{1}{4} + \frac{5}{6} - \frac{5}{12}$.

113. Найдите значение числового выражения:

а) $\left(\frac{7}{20} + \frac{3}{10}\right) - \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{16}\right), \quad \frac{3}{10} + \frac{11}{100} - \frac{1}{5};$

б) $\frac{11}{18} - \frac{3}{24} - \left(\frac{5}{36} + \frac{1}{12}\right), \quad \frac{79}{100} - \frac{11}{100} - \frac{2}{25}.$

114. Определите, значение какого выражения больше:

а) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ или $\frac{1}{2} + \frac{1}{4};$ б) $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$ или $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}.$

115. Решите уравнение, используя зависимости между компонентами действий:

а) $x + \frac{7}{18} = \frac{13}{24};$ г) $y - \frac{9}{20} = \frac{5}{8} - \frac{3}{10};$

б) $\frac{11}{16} + m = \frac{17}{20};$ д) $x - \frac{3}{5} = \frac{2}{9};$

в) $\frac{8}{15} - k = \frac{2}{9};$ е) $n + \frac{3}{20} = \frac{7}{12} + \frac{1}{9}.$

116. Найдите корень уравнения, используя алгоритм:

а) $\frac{3}{4} - \left(\frac{7}{8} - a\right) = \frac{1}{8};$ в) $\frac{3}{4} - \left(x + \frac{1}{12}\right) = \frac{1}{5};$

б) $\left(\frac{5}{6} - n\right) - \frac{1}{3} = \frac{5}{12};$ г) $\frac{2}{3} - \left(x - \frac{1}{21}\right) = \frac{2}{7}.$

Решите задачи.

117. За каждый час первая труба наполняет $\frac{1}{4}$ бассейна, а вторая — $\frac{1}{3}$ бассейна. Какую часть бассейна наполняют обе трубы за 1 ч совместной работы?

118. Первая бригада может выполнить за день $\frac{1}{8}$ задания, а вторая — $\frac{1}{6}$ задания. Какую часть задания выполнят две бригады за 1 день совместной работы?
119. Урок длится $\frac{3}{4}$ ч, перемена — $\frac{1}{6}$ ч. Какую часть часа делят урок с переменной?
120. Тракторная бригада в первый день вспахала $\frac{7}{30}$ участка, во второй день — $\frac{2}{5}$ участка, а в третий день — остальные 220 га. Найдите площадь участка.
121. В одной коробке $\frac{1}{2}$ кг конфет, в другой — на $\frac{1}{4}$ кг меньше. Сколько килограммов конфет в двух коробках?
122. В первый день группа выполнила $\frac{7}{12}$ задания, а во второй день — на $\frac{4}{15}$ меньше, чем в первый. Какую часть задания группа выполнила за два дня?
123. Такси двигалось до остановки $\frac{3}{5}$ ч, а оставшийся путь занял на $\frac{1}{20}$ ч меньше. Сколько времени занял весь маршрут, если на остановку такси потребовалось $\frac{1}{12}$ ч?
124. Турист израсходовал за первую неделю $\frac{4}{15}$ запаса крупы, за вторую неделю ему удалось

сократить расход крупы на $\frac{1}{20}$ первоначального запаса. Какую часть крупы турист израсходовал за две недели? Какая часть крупы у него осталась?



125. Запишите, какую часть меньшая единица измерения составляет от большей:

а) 3 дм = ... м, 5 мм = ... дм, 202 м = ... км;

б) 105 г = ... кг, 25 кг = ... ц, 7 кг = ... т;

в) $13 \text{ дм}^2 = \dots \text{ м}^2$, $100 \text{ см}^2 = \dots \text{ м}^2$, $7 \text{ м}^2 = \dots \text{ км}^2$.

Решите задачи.

126. В театральном кружке занимаются 28 человек. Девочки составляют $\frac{4}{7}$ всех участников кружка. Сколько мальчиков занимается в театральном кружке?

127. Поезд прошёл $\frac{3}{7}$ всего пути, что составило 105 км. Каков весь путь?

128. Кусок бронзы массой 20 кг содержит 18 кг меди. Какую часть этого куска составляет медь?

129. В первый день путешествия велосипедисты проехали $\frac{3}{5}$ всего пути, а во второй — оставшиеся 20 км. Чему равен весь путь?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1–3).

1. При сложении дробей с одинаковыми знаменателями числители дробей ... , а знаменатель...

2. При вычитании дробей с одинаковыми знаменателями нужно:

а) вычесть из числителя уменьшаемого числитель вычитаемого и ... записать в ... новой дроби;

б) в знаменатель новой дроби записать ... знаменатель;

в) если можно ... полученную дробь.

3. Чтобы сложить (вычесть) дроби с разными знаменателями, нужно привести их к общему ... , а затем применить правила сложения (вычитания) дробей с ... знаменателями.



130. Выполните действия, используя правила сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями:

а) $\frac{1}{9} + \frac{5}{9}$, $\frac{6}{25} + \frac{9}{25}$, $\frac{21}{100} + \frac{29}{100}$;

б) $\frac{17}{20} - \frac{9}{20}$, $\frac{39}{50} - \frac{9}{50}$, $\frac{2}{9} + \frac{7}{9}$;

в) $\frac{41}{49} + \frac{8}{49}$, $\frac{6}{35} + \frac{29}{35}$, $\frac{8}{15} + \frac{4}{15} + \frac{1}{15}$.

131. Выполните действие, применив правила сложения или вычитания дробей с разными знаменателями:

а) $\frac{2}{7} - \frac{1}{8}$, $\frac{7}{36} + \frac{1}{6}$;

г) $\frac{6}{35} - \frac{2}{49}$, $\frac{19}{45} - \frac{7}{60}$;

б) $\frac{3}{4} - \frac{2}{7}$, $\frac{8}{9} + \frac{2}{3}$;

д) $\frac{4}{121} + \frac{4}{77}$, $\frac{15}{36} - \frac{7}{60}$;

в) $\frac{8}{9} - \frac{1}{2}$, $\frac{11}{25} + \frac{4}{5}$;

е) $\frac{5}{27} - \frac{4}{24}$, $\frac{20}{21} - \frac{13}{35}$.

132. Найдите значение числового выражения:

а) $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} + \frac{3}{10}$;

в) $\frac{7}{24} - \frac{7}{60} + \frac{7}{36}$;

б) $\frac{5}{18} - \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$;

г) $\frac{8}{33} + \frac{7}{44} - \frac{6}{55}$.

133. Решите уравнение:

а) $x + \frac{7}{12} = \frac{17}{20}$;

в) $\frac{5}{6} - n = \frac{3}{8}$;

б) $\frac{11}{25} + m = \frac{19}{30}$;

г) $y - \frac{7}{24} = \frac{5}{9} + \frac{1}{12}$.

Решите задачи.

134. Две трубы за час наполняют $\frac{1}{8}$ бассейна. Через первую трубу за час наполняется $\frac{1}{12}$ бассейна. Какая часть бассейна наполняется за час второй трубой?

135. Цистерна может быть заполнена бензином одним насосом за 4 ч, а с помощью второго насоса — за 2 ч. Какая часть цистерны заполнится, если оба насоса будут работать одновременно 1 ч?

136. Один класс собрал $\frac{37}{250}$ т макулатуры, а другой — на $\frac{9}{125}$ т больше. Сколько тонн макулатуры собрали оба класса вместе?

137. Два комбайнера за 1 день совместной работы убрали $\frac{2}{3}$ поля. Первый комбайнер убрал

$\frac{1}{2}$ поля. Какую часть поля убрал второй комбайнер?

138. В первый день Дима прочитал $\frac{5}{8}$ всей книги. Какую часть книги Диме осталось прочитать во второй день?

139. Из заработанных летом денег студент $\frac{5}{14}$ истратил на покупку смартфона, а $\frac{3}{7}$ — на покупку велосипеда. Сколько денег заработал студент, если смартфон дешевле велосипеда на 280 р.?



Решите задачу Пифагора.

Говорят, что на вопрос о том, сколько у него учеников, древнегреческий математик Пифагор ответил так: «Половина моих учеников изучает математику; четверть изучает природу, седьмая часть проводит время в молчаливом размышлении, остальную часть составляют 3 девы». Сколько учеников было у Пифагора?



§ 6. Сложение и вычитание смешанных чисел

При сложении и вычитании смешанных чисел целые и дробные части складываются (вычитаются) отдельно. Рассмотрим различные примеры и выделим особые случаи (табл. 1).