

§ 7. Умножение дробных чисел

Задача. Вычислите площадь прямоугольника, зная, что его длина равна $\frac{3}{5}$ м, а ширина — $\frac{1}{2}$ м.

Решение.

По формуле вычисления площади $S = a \cdot b$ прямоугольника нужно его длину $\frac{3}{5}$ м умножить на ширину $\frac{1}{2}$ м. Перейдём к более мелким единицам измерения длины: выразим длину и ширину прямоугольника в дециметрах.

$$\frac{3}{5} \text{ м} = 10 \text{ дм} : 5 \cdot 3 = 6 \text{ дм}, \quad \frac{1}{2} \text{ м} = 10 \text{ дм} : 2 = 5 \text{ дм}.$$

Найдём площадь прямоугольника в квадратных дециметрах: $S = 6 \cdot 5 = 30$ (дм²). Выразим площадь в квадратных метрах: $30 \text{ дм} : 100 = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$ м².

$$\text{Следовательно, } \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 2}.$$

В задаче на вычисление площади прямоугольника с другими данными (например, $\frac{7}{10}$ и $\frac{3}{5}$) получим результат, рассуждая, как в первом примере:

$$\frac{7}{10} \cdot \frac{3}{5} = \frac{21}{50} = \frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 5}.$$

В рассмотренных примерах в результате умножения дробей получается новая дробь, числитель которой равен произведению числителей данных дробей, а знаменатель равен произведению знаменателей данных дробей. Вообще для любых обыкновенных дробей справедливо следующее правило.

Правило умножения обыкновенных дробей

При умножении дробей нужно:

1. В числитель новой дроби записать произведение числителей данных дробей.
2. В знаменатель новой дроби записать произведение знаменателей данных дробей.
3. Если можно, сократить полученную дробь до вычисления произведений.

Пример:
$$\frac{16}{25} \cdot \frac{5}{8} = \frac{16 \cdot 5 : 8 : 5}{25 \cdot 8 : 8 : 5} = \frac{(16 : 8) \cdot (5 : 5)}{(25 : 5) \cdot (8 : 8)} = \frac{2}{5}$$

Умножение смешанных чисел

Чтобы умножить смешанные числа, нужно:

1. Записать каждый множитель в виде неправильной дроби.
2. Применить правило умножения обыкновенных дробей.

Пример:

$$2\frac{3}{5} \cdot 3\frac{3}{4} = \frac{13}{5} \cdot \frac{15}{4} = \frac{13 \cdot 15 : 5}{5 \cdot 4 : 5} = \frac{13 \cdot 3}{4} = \frac{39}{4} = 9\frac{3}{4}$$

Чтобы умножить обыкновенную дробь на целое число, можно представить целое число в виде неправильной дроби и выполнить умножение по правилу умножения **обыкновенных дробей**:

$$\frac{4}{15} \cdot 3 = \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{1} = \frac{4 \cdot 3}{15 \cdot 1} = \frac{4}{5}$$

Тот же результат получим, если на целое число умножим числитель дроби, а знаменатель оставим прежним:

$$\frac{4}{15} \cdot 3 = \frac{4 \cdot 3}{15} = \frac{4}{5}.$$

Для дробей, как и для натуральных чисел, выполняются **переместительный, сочетательный и распределительный** законы умножения. Они применяются для упрощения выражений с переменными и выполнения вычислений, как и для натуральных чисел.



169. Выполните умножение дробей:

а) $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7}$, $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10}$, $\frac{7}{8} \cdot \frac{24}{35}$, $\frac{12}{19} \cdot \frac{57}{64}$;

б) $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{9}$, $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{12}$, $\frac{16}{25} \cdot \frac{35}{48}$, $\frac{24}{91} \cdot \frac{39}{56}$;

в) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{8}$, $\frac{7}{15} \cdot \frac{5}{14}$, $\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6}$, $\frac{25}{91} \cdot \frac{42}{55}$.

170. Выполните умножение дробей и смешанных чисел:

а) $1\frac{12}{13} \cdot \frac{13}{15}$, $1\frac{2}{7} \cdot 4\frac{2}{3}$, $\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10}$;

б) $\frac{16}{15} \cdot 5\frac{5}{12}$, $1\frac{3}{4} \cdot 1\frac{5}{7}$, $\frac{7}{12} \cdot \frac{3}{14} \cdot 1\frac{3}{5}$;

в) $\frac{16}{81} \cdot 2\frac{27}{32}$, $4\frac{4}{11} \cdot 3\frac{7}{16}$, $2\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{19} \cdot 4\frac{3}{4}$.

171. Выполните умножение дроби и натурального числа:

а) $\frac{1}{8} \cdot 8$, $\frac{1}{8} \cdot 16$, $\frac{1}{8} \cdot 2$, $\frac{1}{8} \cdot 4$, $\frac{1}{8} \cdot 24$;

$$\text{б) } \frac{1}{7} \cdot 4, \quad \frac{1}{13} \cdot 5, \quad 4 \cdot \frac{3}{20}, \quad \frac{3}{11} \cdot 4, \quad 1\frac{3}{7} \cdot 5;$$

$$\text{в) } \frac{7}{10} \cdot 3, \quad \frac{3}{11} \cdot 2, \quad 5 \cdot \frac{7}{40}, \quad \frac{2}{9} \cdot 5, \quad 4\frac{3}{5} \cdot 5.$$

172. Выполните умножение смешанного и натурального чисел:

$$\text{а) } 1\frac{1}{4} \cdot 3, \quad 2 \cdot 1\frac{3}{5}; \quad \text{в) } 3 \cdot 6\frac{2}{3}, \quad 2 \cdot 5\frac{5}{24};$$

$$\text{б) } 2 \cdot 2\frac{1}{3}, \quad 3\frac{4}{7} \cdot 2; \quad \text{г) } 7 \cdot 1\frac{2}{3}, \quad 4\frac{3}{20} \cdot 5.$$

173. Перейдите от большей единицы измерения к меньшей:

Образец: $\frac{2}{5}$ кг = $\frac{2}{5} \cdot 1000$ г = 400 г.

$$\text{а) } \frac{2}{3} \text{ ч} = \dots \text{ мин}, \quad \text{в) } \frac{2}{5} \text{ ч} = \dots \text{ мин},$$

$$\frac{7}{10} \text{ км} = \dots \text{ м}, \quad \frac{11}{20} \text{ км} = \dots \text{ м},$$

$$\frac{3}{4} \text{ ц} = \dots \text{ кг}; \quad \frac{3}{5} \text{ ц} = \dots \text{ кг};$$

$$\text{б) } \frac{3}{4} \text{ ч} = \dots \text{ мин}, \quad \text{г) } \frac{2}{15} \text{ мин} = \dots \text{ с},$$

$$\frac{4}{5} \text{ км} = \dots \text{ м}, \quad \frac{4}{5} \text{ см} = \dots \text{ мм},$$

$$\frac{7}{20} \text{ ц} = \dots \text{ кг}; \quad \frac{3}{20} \text{ кг} = \dots \text{ г}.$$

174. Найдите значение числового выражения, используя законы умножения:

$$\text{а) } \frac{17}{18} \cdot \left(\frac{7}{35} \cdot \frac{18}{34} \right); \quad \text{б) } \frac{12}{19} \cdot \frac{57}{64} \cdot \frac{16}{15};$$

в) $\frac{1}{7} \cdot 9 \cdot 21 \cdot \frac{1}{9}$;

ж) $\frac{24}{41} \cdot \frac{9}{56} \cdot \frac{14}{27}$;

г) $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10}$;

з) $\frac{5}{8} \cdot \frac{42}{55} \cdot \frac{1}{7}$;

д) $\frac{3}{10} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{12} \right)$;

и) $\frac{3}{4} \cdot \frac{28}{33} \cdot \frac{22}{35}$;

е) $\frac{4}{15} \cdot \frac{2}{7} + \frac{4}{15} \cdot \frac{5}{7} + \left(\frac{11}{15} \cdot 5 - \frac{11}{15} \cdot 4 \right)$;

175. Выполните умножение двух правильных дробей. Какая дробь получилась в ответе? Сравните результат с каждой из данных дробей.

176. Выполните умножение двух неправильных дробей. Какая дробь получилась в ответе? Сравните результат с каждой из данных дробей.

Решите задачи.

177. Длина стороны квадрата $\frac{5}{9}$ м. Найдите его площадь.

178. Ширина прямоугольника $\frac{3}{5}$ см, а его длина на $\frac{1}{3}$ см больше. Чему равна площадь прямоугольника?

179. Автомобиль движется со скоростью $\frac{3}{4}$ км/мин. Какой путь пройдёт автомобиль за $\frac{1}{9}$ мин?

180. Сколько километров пройдёт пешеход со скоростью 5 км/ч за $\frac{2}{3}$ ч?

181. Сколько часов делятся три урока, если один урок длится $\frac{3}{4}$ ч?

182. Токарь работает $7\frac{1}{2}$ ч в день. Сколько часов он работает при пятидневной рабочей неделе?



183. Решите уравнение:

а) $x - \frac{3}{20} = \frac{4}{5} - \frac{1}{2}$, $\frac{2}{3} - \left(x - \frac{1}{21}\right) = \frac{2}{7}$;

б) $1\frac{12}{19} - \left(x + \frac{7}{57}\right) = 1$, $1\frac{12}{19} - \left(x - \frac{7}{57}\right) = 1$;

в) $2\frac{1}{6} - \left(x + 1\frac{1}{12}\right) = 4\frac{3}{4}$, $\frac{12}{19} + \left(x - \frac{7}{57}\right) = 2$;

г) $4\frac{3}{4} - \left(x + 2\frac{3}{8}\right) = 1\frac{1}{6}$, $1\frac{12}{19} + \left(x + \frac{7}{57}\right) = 2$.

Решите задачи.

184. Одна поливочная машина может полить поле площадью 30 га за 5 ч, другая — за 6 ч. За какое время, работая одновременно, обе машины смогут полить поле площадью 55 га?

185. За один час мастер укладывает плиткой $\frac{1}{4}$ стены, а практикант — $\frac{1}{6}$ стены. Какую часть стены уложат плиткой мастер и практикант за 1 ч совместной работы?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1, 2).

1. При умножении дробей нужно:

а) в числитель новой дроби записать ... числителей данных дробей;

б) в знаменатель новой дроби записать ... знаменателей данных дробей.

2. Чтобы умножить смешанные числа, нужно:

а) записать каждый множитель в виде ... дроби;

- б) применить правило умножения ... дробей;
 в) чтобы умножить обыкновенную дробь на целое число, можно на целое число умножить ... дроби, а ... оставить прежним.



186. Выполните умножение дробей:

а) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}$, $\frac{7}{5} \cdot \frac{15}{14}$, $\frac{5}{21} \cdot \frac{28}{45}$, $\frac{8}{15} \cdot \frac{25}{28}$;

б) $\frac{16}{35} \cdot \frac{7}{64}$, $\frac{4}{45} \cdot \frac{9}{56}$, $\frac{42}{53} \cdot \frac{1}{7}$, $\frac{14}{15} \cdot \frac{5}{7}$.

187. Выполните умножение дробей и смешанных чисел:

а) $\frac{5}{12} \cdot \frac{16}{25}$, $1\frac{3}{5} \cdot 3\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8} \cdot 5\frac{1}{3}$, $3\frac{5}{9} \cdot 4\frac{7}{8}$;

б) $1\frac{1}{31} \cdot \frac{7}{64}$, $2\frac{4}{5} \cdot 1\frac{9}{56}$, $2\frac{14}{15} \cdot 3\frac{2}{11}$.

188. Выполните умножение дроби и натурального числа:

а) $\frac{2}{9} \cdot 4$, $2 \cdot \frac{9}{20}$, $\frac{4}{15} \cdot 8$, $3 \cdot \frac{5}{17}$;

б) $\frac{1}{48} \cdot 32$, $9 \cdot \frac{5}{18}$, $\frac{3}{8} \cdot 64$, $12 \cdot \frac{7}{30}$;

в) $\frac{9}{32} \cdot 8$, $\frac{7}{64} \cdot 8$, $\frac{7}{64} \cdot 16$, $\frac{7}{64} \cdot 64$.

189. Выполните умножение:

а) $2 \cdot \frac{7}{15}$, $\frac{3}{50} \cdot 15$, $12 \cdot \frac{11}{36}$, $\frac{2}{3} \cdot 3$;

б) $\frac{2}{3} \cdot 90$, $16 \cdot \frac{5}{36}$, $\frac{8}{25} \cdot 5$, $1\frac{2}{3} \cdot 3$;

в) $\frac{2}{9} \cdot 4$, $2 \cdot \frac{9}{20}$, $6 \cdot 2\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{3} \cdot 3\frac{3}{4}$.

190. Найдите значение числового выражения, используя законы умножения:

а) $\frac{11}{15} \cdot \left(\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{22} \right)$;

е) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} \cdot 3$;

б) $\frac{1}{10} \cdot 22 \cdot 30 \cdot \frac{1}{11}$;

ж) $\frac{5}{9} \cdot \frac{7}{12} \cdot 9 \cdot \frac{3}{7}$;

в) $\frac{11}{15} \cdot \frac{5}{26} + \frac{5}{26} \cdot \frac{2}{15}$;

з) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} + \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{3}$;

г) $\frac{5}{34} \cdot \frac{7}{9} - \frac{5}{34} \cdot \frac{4}{27}$;

и) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} - \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{3}$.

д) $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7} + \left(\frac{2}{3} \cdot 5 - \frac{2}{3} \cdot 2 \right)$;

Решите задачи.

191. Длина прямоугольника $2\frac{5}{8}$ дм, ширина — на $1\frac{5}{12}$ дм меньше. Чему равна площадь прямоугольника?

192. Скорость велосипедиста 16 км/ч. Какое расстояние он проедет за $\frac{3}{4}$ ч? за $1\frac{1}{2}$ ч?

193. Длина стороны квадрата $\frac{4}{9}$ м. Найдите периметр квадрата.



К числителю дроби $\frac{2}{3}$ прибавили несколько раз число 2019, а к знаменателю — 2017. Может ли после сокращения получиться

дробь, равная $\frac{3}{7}$?

