

§ 8. Деление дробных чисел

Рассмотрим дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{6}{5}$. Числитель и знаменатель этих чисел поменяли местами. Такие числа называются **взаимно обратными**.

Число $\frac{5}{6}$ обратно числу $\frac{6}{5}$ и, наоборот, число $\frac{6}{5}$ обратно числу $\frac{5}{6}$.

Для того чтобы найти число, обратное числу $2\frac{4}{7}$, запишем его в виде неправильной дроби:

$$2\frac{4}{7} = \frac{18}{7}; \text{ число, обратное числу } \frac{18}{7}, \text{ равно } \frac{7}{18}.$$

Число, обратное числу 3, равно $\frac{1}{3}$; действительно, представим число 3 в виде дроби, получим $\frac{3}{1}$, обратное ему число будет равно $\frac{1}{3}$.



Произведение взаимно обратных чисел равно единице.

$$\text{Действительно, например, } \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} = \frac{5 \cdot 6}{6 \cdot 5} = 1.$$

Задача. Пешеход прошёл $\frac{1}{10}$ км за $\frac{1}{24}$ ч. Найдите скорость пешехода.

Решение.

По формуле, выражающей зависимость между скоростью, временем и расстоянием, получим:

$$\frac{1}{24} \cdot v = \frac{1}{10}, \quad v = \frac{1}{10} : \frac{1}{24}. \text{ Как выполнить деление}$$

дробей? Можно заметить, что если произведение $\frac{1}{24} \cdot v$ умножить на $\frac{24}{1}$, т. е. если левую часть равенства умножить на число $\frac{24}{1}$, получим $\frac{1}{24} \cdot \frac{24}{1} \cdot v = v$. А так как $\frac{1}{24} \cdot v = \frac{1}{10}$, то для определения скорости v нужно и правую часть равенства умножить на $\frac{24}{1}$, тогда деление заменится умножением: $v = \frac{1}{10} : \frac{1}{24} = \frac{1}{10} \cdot \frac{24}{1}$.

$$v = \frac{1}{10} \cdot \frac{24}{1} = \frac{1 \cdot 24}{10 \cdot 1} = \frac{1 \cdot 12}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} \text{ (км/ч)}.$$



Получаем правило деления обыкновенных дробей: **чтобы разделить одну обыкновенную дробь на другую, нужно делимое умножить на число, обратное делителю.**

Примеры:

$$\frac{3}{5} : \frac{9}{25} = \frac{3}{5} \cdot \frac{25}{9} = \frac{3 \cdot 25}{5 \cdot 9} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3};$$

$$\frac{2}{5} : 3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{2}{15};$$

$$10\frac{2}{3} : 2\frac{2}{3} = \frac{32}{3} : \frac{8}{3} = \frac{32}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{32 \cdot 3}{3 \cdot 8} = \frac{4}{1} = 4.$$



194. Запишите число, обратное данному числу:

а) $\frac{5}{9}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{5}$;

б) $\frac{7}{11}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{23}{5}$, $\frac{4}{5}$;

в) $4, \frac{2}{1}, 5, 3\frac{2}{7}, 5;$

г) $\frac{a}{b}, a \neq 0, b \neq 0; \frac{1}{a}, a \neq 0.$

195. Выполните деление дробей и смешанных чисел:

а) $\frac{1}{3} : \frac{1}{5}, \frac{5}{16} : \frac{5}{12}, \frac{7}{8} : 2\frac{1}{5};$

б) $\frac{1}{4} : \frac{1}{7}, \frac{3}{5} : \frac{9}{25}, \frac{2}{5} : 3\frac{11}{15};$

в) $\frac{3}{8} : \frac{2}{7}, \frac{7}{12} : \frac{21}{16}, \frac{3}{8} : 3\frac{3}{7};$

г) $\frac{25}{72} : \frac{75}{96}, 1 : \frac{1}{7}, 3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{3};$

д) $\frac{35}{48} : \frac{21}{32}, 1 : \frac{3}{5}, 1\frac{2}{3} : 2\frac{1}{2};$

е) $\frac{15}{28} : \frac{40}{49}, 7 : \frac{1}{2}, 10\frac{2}{3} : 2\frac{2}{3}.$

196. Выполните деление, используя запись натурального числа в виде дроби:

а) $\frac{1}{7} : 4, \frac{4}{5} : 2, \frac{9}{20} : 5, \frac{15}{16} : 3;$

б) $\frac{3}{11} : 2, \frac{8}{9} : 4, 1\frac{1}{2} : 2, 4\frac{2}{3} : 2;$

в) $\frac{7}{10} : 5, \frac{8}{11} : 2, 1\frac{1}{2} : 3, 6\frac{4}{5} : 2;$

г) $\frac{11}{16} : 4, \frac{5}{9} : 5, 1\frac{2}{3} : 2, 3\frac{4}{5} : 3;$

д) $\frac{8}{15} : 3, \frac{12}{25} : 4, 12\frac{6}{7} : 3, 8\frac{4}{9} : 4.$

197. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{4} \cdot x = \frac{1}{8}$, $5 \cdot x = \frac{1}{5}$, $x \cdot \frac{1}{2} = 6$,

$x \cdot 2\frac{1}{2} = 1$, $\frac{7}{12} \cdot x = 2\frac{1}{3}$;

б) $\frac{1}{6} \cdot x = \frac{1}{2}$, $6 \cdot x = \frac{1}{4}$, $x \cdot \frac{1}{5} = 10$,

$x \cdot 3\frac{1}{4} = 1$, $\frac{8}{15} \cdot x = 3\frac{1}{5}$;

в) $x \cdot 6 = 4$, $10 \cdot x = \frac{5}{12}$, $x \cdot \frac{2}{3} = 9$,

$x \cdot \frac{2}{9} = 1$, $1\frac{3}{16} \cdot x = 2\frac{8}{15}$, $\frac{1}{5} \cdot x = 5$.

Решите задачи.

198. В одну банку помещается $1\frac{4}{5}$ л берёзового сока. Сколько понадобится таких же банок, чтобы разлить 9 л сока?

199. Площадь прямоугольного стола для школьника $\frac{25}{48}$ м². Найдите периметр стола, если его ширина $\frac{5}{8}$ м.

200. За $1\frac{2}{5}$ кг конфет заплатили 14 р. Сколько стоит 1 кг таких конфет?

201. За $\frac{5}{6}$ ч грузовик преодолел путь $50\frac{3}{5}$ км. Найдите скорость грузовика.

202. Бревно, длина которого $7\frac{3}{5}$ м, распилили на 6 равных частей. Какова длина каждой части?

- 203.** В кружке по кулинарии тесто массой $4\frac{3}{4}$ кг разделили на 19 одинаковых порций. Какова масса одной порции?
- 204.** Какое время Алексей тратит на путь от школы до дома в $3\frac{1}{2}$ км, если он идёт со скоростью 2 км/ч?
- 205.** Мастер может выполнить весь заказ за 3 ч, а практикант — за 6 ч. Какую часть заказа выполнит мастер за 1 ч? Какую часть заказа выполнит практикант за 1 ч? Какую часть заказа они выполняют за 1 ч, работая вместе?



206. Выполните действие:

а) $2\frac{5}{6} + 1\frac{5}{12}$, $6\frac{1}{2} - 3\frac{3}{7}$, $3\frac{5}{9} + 2\frac{1}{6}$;

б) $2\frac{1}{3} + 4\frac{3}{5}$, $4\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$, $1\frac{11}{18} + 2\frac{5}{12}$;

в) $1\frac{1}{32} - \frac{7}{64}$, $2\frac{4}{7} - 1\frac{7}{6}$, $5\frac{14}{15} - 1\frac{15}{16}$;

г) $\frac{1}{3} + \frac{5}{6}$, $5\frac{3}{7} - 2\frac{2}{9}$, $8\frac{1}{3} - 4\frac{3}{4}$.

207. Решите уравнение:

а) $x + \frac{5}{24} = \frac{2}{3} + \frac{7}{12}$;

в) $\left(8\frac{1}{3} - x\right) + 4 = 4\frac{3}{4}$;

б) $\frac{3}{4} - \left(x + \frac{1}{20}\right) = \frac{1}{5}$;

г) $\left(9\frac{2}{3} - x\right) - 3 = 4\frac{3}{4}$.

Решите задачи.

- 208.** Рабочий может выполнить весь заказ за 5 ч, а ученик — за 7 ч. Какую часть заказа

выполнит рабочий за 1 ч? Какую часть заказа выполнит ученик за 1 ч? Какую часть заказа они выполняют за 1 ч, работая вместе?

- 209.** Дизайнер одежды может выполнить заказ за 4 дня, а практикант — за 6 дней. Какую часть заказа они могут выполнить за один день, работая вместе?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1, 2).

1. Произведение чисел равно единице.

2. Чтобы разделить одну обыкновенную дробь на другую, нужно делимое умножить на число, ... делителю.



210. Запишите число, обратное данному числу:

а) $\frac{3}{10}$; в) $\frac{1}{9}$; д) 8; ж) $4\frac{3}{4}$;

б) $\frac{18}{7}$; г) $5\frac{1}{2}$; е) 100; з) $3\frac{4}{5}$.

211. Выполните деление:

а) $\frac{4}{5} : \frac{3}{7}$, $\frac{15}{16} : \frac{3}{10}$, $8 : \frac{4}{5}$;

б) $\frac{5}{72} : \frac{5}{96}$, $1 : \frac{2}{3}$, $2\frac{1}{3} : 1\frac{1}{4}$;

в) $\frac{16}{27} : \frac{2}{9}$, $2 : \frac{1}{4}$, $\frac{8}{3} : \frac{2}{3}$;

г) $\frac{3}{25} : \frac{4}{5}$, $4 : \frac{4}{9}$, $11\frac{1}{4} : 1\frac{2}{7}$.

212. Выполните деление:

а) $\frac{4}{9} : 3$; г) $\frac{9}{10} : 3$; ж) $3\frac{3}{4} : 3$;
б) $\frac{3}{8} : 4$; д) $\frac{6}{7} : 6$; з) $6\frac{6}{7} : 6$;
в) $1\frac{1}{3} : 3$; е) $4\frac{3}{4} : 4$; и) $5\frac{5}{11} : 5$.

213. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{9} \cdot x = \frac{1}{3}$; г) $x \cdot 2\frac{1}{2} = 1$;
б) $4 \cdot x = \frac{1}{16}$; д) $\frac{3}{10} \cdot x = 1\frac{1}{9}$;
в) $x \cdot \frac{1}{3} = 12$; е) $3 \cdot x = 5$.

Решите задачи.

214. Периметр квадратной площадки $20\frac{1}{2}$ м.

Чему равна длина стороны площадки?

215. В первый день в фермерском хозяйстве было собрано $3\frac{3}{8}$ т огурцов, во второй — в $1\frac{4}{5}$ раза меньше. Сколько тонн огурцов собрано за два дня?



Определите, верно ли утверждение.

Если вода при замерзании увеличивается на $\frac{1}{9}$ своего объёма, то на $\frac{1}{9}$ своего объёма уменьшается лёд при превращении в воду. Проверьте на практике.

