

1 НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

глава

§ 1. Как решать задачу

В условии текстовой задачи может говориться о различных величинах, их значениях и зависимостях между ними. Во многих науках и на практике человек встречается с такими величинами, как время, масса, площадь, длина, скорость. Каждая из них может принимать различные значения, тогда она называется переменной величиной, либо только одно значение, тогда она называется постоянной величиной.

I. Анализ условия задачи

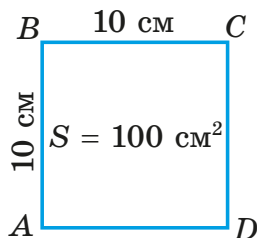


Для решения задачи нужно:

1. Выяснить, о каких величинах и значениях этих величин идёт речь в задаче.

В условии задачи может говориться:

- а) об одной величине, например о массе муки в пакете;
- б) о двух величинах, например о длине стороны квадрата и его площади;
- в) о трёх величинах, например о времени, пути и скорости движения поезда.



2. Выяснить, какие значения величин известны, а какие нужно найти.

3. Определить, какие зависимости между значениями величин описаны в условии задачи, а какие зависимости нужно найти.

4. В соответствии с п. 1–3 составить модель условия задачи (чертёж, схему или таблицу).

II. План решения задачи

 1. Выяснить, достаточно ли в условии значений величин и зависимостей между ними, чтобы ответить на главный вопрос задачи с помощью одного действия.

2. Если данных недостаточно, поставить вопрос к неизвестному компоненту действия.

3. Продолжать далее, пока не будут известны оба компонента действия.

III. Решение задачи

 1. Найти неизвестные промежуточные значения величин (табл. форзаца 1).

2. Найти искомые значения величин или зависимости между ними.

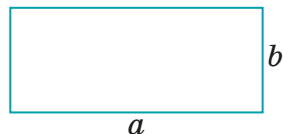
3. Записать ответ на главный вопрос задачи.

Задача 1. В первом ящике 7 кг груш, во втором — в 2 раза больше. Сколько килограммов груш в двух ящиках? Определите: а) о каких величинах идёт речь в задаче; б) известные и неизвестные значения величин и зависимости между ними.

Решение. а) 7 кг — это масса груш в первом ящике, во втором ящике масса груш в 2 раза больше. Значит, в задаче речь идёт о величине — массе груш.

б) Известное значение величины — масса груш в первом ящике. Известная зависимость между значениями величины: масса груш во втором ящике в 2 раза больше. Неизвестные значения величины — масса груш во втором ящике и в двух ящиках.

Задача 2. Длина комнаты прямоугольной формы на 6 м больше её ширины. Найдите площадь комнаты, если её ширина равна 3 м.



Решение.

Анализ условия задачи

1. Выясним, о каких величинах идёт речь в задаче

1. В условии задачи говорится о *площади комнаты S , её длине a и ширине b*

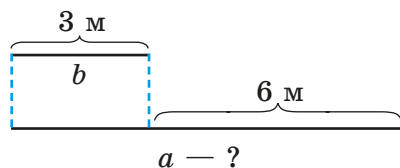
2. Выясним, какие значения величин известны, а какие неизвестны

2. Известное значение: *ширина комнаты $b = 3$ м.*
Неизвестные значения: *длина комнаты a и площадь комнаты S*

3. Определим, какие зависимости между значениями величин описаны в условии задачи

3. Известные зависимости: *длина комнаты на 6 м больше её ширины*

4. Представим модель условия задачи в виде чертежа



План решения задачи

1. Чтобы найти площадь комнаты (прямоугольника), нужно знать её длину и ширину (п. 4 таблицы форзаца 1). Известна только ширина.
2. Чтобы найти длину комнаты, нужно увеличить ширину на 6 м.
3. Чтобы найти площадь S , нужно длину комнаты умножить на её ширину: $S = a \cdot b$.

Решение

1) $3 + 6 = 9$ (м) — длина комнаты;

2) $9 \cdot 3 = 27$ (м²) — площадь комнаты.

Ответ: 27 м².

Задача 3. В ботаническом саду за первый день волонтеры посадили 16 кустов роз, за второй — в два раза больше, а за третий — столько, сколько за первый и второй дни вместе. Сколько всего кустов роз посадили волонтеры за три дня?



Центральный
ботанический сад
в г. Минске

Решение.

Анализ условия задачи 1. Выясним, о каких величинах идёт речь в задаче	1. В условии задачи говорится о <i>количествах кустов роз, посаженных волонтерами в разные дни</i>
2. Выясним, какие значения величин известны, а какие неизвестны	2. Известное значение величины: <i>количество кустов роз, посаженных за первый день (16)</i>. Неизвестные значения: <i>количество кустов роз, посаженных за второй день, за третий день, количество кустов роз, посаженных за три дня</i>
3. Определим, какие зависимости между значениями величин описаны в условии задачи	3. Известные зависимости: <i>за второй день посажено в 2 раза больше кустов роз, чем за первый; за третий — столько же, сколько за первый и второй дни вместе</i>
4. Представим модель условия задачи в виде схемы	4. Количество кустов роз в I д. — 16 к. во II д. — ? в 2 раза > в III д. — ?
План решения задачи 1. Чтобы найти количество кустов роз, посаженных за второй день, нужно увеличить число кустов роз, посаженных за первый день, в два раза.	Решение 1) $16 \cdot 2 = 32$ (к.) — посажено за 2-й день;

Окончание таблицы

2. Чтобы найти количество кустов роз, посаженных за третий день, нужно сложить количество кустов роз, посаженных за первый и второй дни.

3. Чтобы найти количество кустов роз, посаженных за три дня, нужно найти сумму количества кустов роз, посаженных за первый, второй и третий дни.

2) $32 + 16 = 48$ (к.) — посажено за 1-й и 2-й дни вместе (за 3-й день);

3) $16 + 32 + 48 = 96$ (к.) — посажено за три дня.

Ответ: 96 кустов роз.

Задача 4. Первая группа туристов проплыла на байдарках по озеру 28 км за 4 ч. Вторая группа шла по берегу озера. Какова скорость туристов второй группы, если она на 3 км/ч меньше скорости туристов первой группы?

**Решение.****Анализ условия задачи**

1. Выясним, о каких величинах идёт речь в задаче

1. В условии задачи говорится о *скоростях движения туристов, времени движения каждой группы и пути, который туристы преодолели*

Окончание таблицы

2. Выясним, какие значения величин известны, а какие неизвестны	2. Известные значения величин: <i>путь, преодоленный первой группой туристов (28 км), время движения первой группы (4 ч)</i> Неизвестные значения величин: <i>скорость туристов второй и первой групп</i>												
3. Определим, какие зависимости между значениями величин описаны в условии задачи	3. Известные зависимости: <i>скорость туристов второй группы на 3 км/ч меньше скорости туристов первой группы</i>												
4. Представим модель условия задачи в виде таблицы	4. <table><tr><td>Процесс движения</td><td>v</td><td>t</td><td>S</td></tr><tr><td>1-я группа туристов</td><td>$v_1 - ?$</td><td>4 ч</td><td>28 км</td></tr><tr><td>2-я группа туристов</td><td>$v_2 - ?$ на 3 км/ч <</td><td>—</td><td>—</td></tr></table>	Процесс движения	v	t	S	1-я группа туристов	$v_1 - ?$	4 ч	28 км	2-я группа туристов	$v_2 - ?$ на 3 км/ч <	—	—
Процесс движения	v	t	S										
1-я группа туристов	$v_1 - ?$	4 ч	28 км										
2-я группа туристов	$v_2 - ?$ на 3 км/ч <	—	—										
План решения задачи 1. Чтобы найти скорость туристов первой группы, нужно пройденный путь разделить на время. Значения этих величин известны. 2. Чтобы найти скорость туристов второй группы, нужно скорость туристов первой группы уменьшить на 3.	Решение 1) $28 : 4 = 7$ (км/ч) — скорость туристов первой группы; 2) $7 - 3 = 4$ (км/ч) — скорость туристов второй группы. Ответ: 4 км/ч.												

**Решаем вместе**

Для задач 1–9 определите: а) о каких величинах идёт речь в условии; б) известные и неизвестные значения величин и зависимости между ними.

1. В первый день было продано 14 холодильников, во второй — в 2 раза больше. Сколько холодильников продано за два дня?

2. Бабушка купила 2 кг яблок по 2 р. за килограмм и 1 кг винограда за 3 р. Сколько денег бабушка заплатила за покупку?

3. Теплоход за 6 ч прошёл 210 км, а поезд за 4 ч преодолел 420 км. Во сколько раз скорость поезда больше скорости теплохода?

4. Найдите периметр бассейна, имеющего форму квадрата со стороной 12 м.

5. В первом из двух заказанных для экскурсии автобусов было 38 детей, а во втором — на 3 меньше. Сколько детей во втором автобусе?

6. Первый переводчик за день переводит 6 страниц текста, второй — 8 страниц. Определите, сколько страниц текста будет переведено двумя переводчиками за 3 дня.

7. Площадь пола прямоугольной комнаты равна 15 м^2 . Найдите длину комнаты, если её ширина равна 3 м.

8. Вертолёт пролетел первую половину пути за 3 ч со скоростью 240 км/ч, а вторую — со скоростью 180 км/ч. Сколько времени вертолёт находился в полёте?

9. Пятиклассник за первую неделю прочитал 178 страниц книги, а за вторую — 156 страниц. Ему осталось прочитать 34 страницы. Сколько страниц в книге?

10. Определите зависимости между значениями величины и представьте модель условия задачи в виде схемы:

- а) в первой тарелке на 10 вишен больше, чем во второй;
- б) 5 «А» и 5 «Б» классы собрали вместе 600 кг макулатуры;
- в) в первый шкаф повесили столько же пальто, сколько во второй;
- г) упаковка керамогранита дороже упаковки плитки на 52 р.;
- д) река Березина на 1640 км короче реки Днепр.

11. Определите зависимости между значениями величины, составьте модель условия задачи и решите её:

- а) на первой полке стоит на 7 чашек меньше, чем на второй;
- б) щука в 3 раза тяжелее окуня;
- в) на трёх стоянках было 200 машин;
- г) в первой коробке столько же тетрадей, сколько и во второй.

Получите модель условия задачи, составьте план её решения и решите задачи 12–42.

12. Река Неман протекает по территории трёх стран: Беларуси, Литвы и России. Протяжённость реки на территории Беларуси — 459 км, что на 352 км больше, чем на территории России. Определите длину части реки Неман на территории России.

13. Учащиеся двух школ отправили на республиканский конкурс детского рисунка «Нам мир завещано беречь» 75 рисунков. Сколько рисунков отправили на конкурс учащиеся первой школы, если учащиеся второй школы отправили 35 рисунков?

14. Ленту разрезали на две части, одна часть оказалась в 2 раза длиннее другой, равной 5 м. Какова длина большей части ленты?

15. Первая автостоянка, рассчитанная на 240 автомобилей, вмещает в 3 раза больше автомобилей, чем вторая. Сколько парковочных мест на второй автостоянке?

16. После того как мальчик прочитал 26 страниц, ему осталось прочитать ещё 78 страниц. Во сколько раз число прочитанных страниц меньше числа всех страниц книги?

17. В центре площади Государственного флага в г. Минске находится гранитный постамент, на котором размещён Государственный герб и флагшток с Государственным флагом. Полотнище флага имеет прямоугольную форму. Найдите периметр полотнища, если его длина равна 14 м, а ширина в два раза меньше длины.

Интересно знать. Каждый год во второе воскресенье мая отмечается День Государственного флага, Государственного герба и Государственного гимна Республики Беларусь.



18. В теплице ко Дню матери вырастили 3000 тюльпанов, 9000 гвоздик и 5000 хризантем. На сколько меньше вырастили тюльпанов, чем хризантем? Во сколько раз больше вырастили гвоздик, чем тюльпанов?

19. У Пети в коллекции 278 марок, а у его сестры Тани — на 96 марок больше. Сколько всего марок у Пети и Тани?

20. Для школ к учебному году закупили 276 волейбольных мячей, а баскетбольных — в 3 раза меньше. Сколько всего мячей закупили для школ?

21. Поле прямоугольной формы имеет длину 27 м, его ширина в 3 раза меньше длины. Определите периметр поля.

22. В соревнованиях участвовали 36 конькобежцев, а лыжников — в 3 раза больше. На сколько больше было лыжников, чем конькобежцев?

23. В типографии было 8000 кг бумаги. В первый месяц израсходовали 2700 кг, во второй — на 240 кг меньше. Сколько килограммов бумаги осталось?

24. В трёх одинаковых автобусах марки МАЗ-203 всего 78 посадочных мест. Сколько посадочных мест в шести таких автобусах?

25. В двух ящиках 120 кг чая. Если из первого ящика выложить 32 кг чая, а во второй добавить 18 кг, то в двух ящиках будет чая поровну. Сколько килограммов чая в каждом ящике?

26. В шахматной секции занимались мальчики и девочки, причём мальчиков было на 5 меньше, чем девочек. После того как 8 девочек и несколько мальчиков перешли в секцию по плаванию, в шахматной секции осталось 7 девочек и 6 мальчиков. Сколько мальчиков ушло в секцию по плаванию?

27. Папа с сыном принесли с рыбалки 37 рыб: щук, карасей и окуней. Окуней было на 13 больше, чем щук, а карасей и окуней вместе — 29. Сколько рыб каждого вида принесли отец и сын?

28. Сумма трёх чисел равна 55. Сумма первого и второго чисел равна 32, а разность третьего и первого чисел равна 8. Найдите эти числа.

29. Школьники в новом парке в течение четырёх дней сажали по 75 деревьев ежедневно, а в течение следующих трёх дней — по 80 деревьев. Сколько всего деревьев посадили школьники за семь дней?

30. Для кружка «Школа рукоделия» Минского государственного дворца детей и молодёжи купили 13 катушек белых ниток и 8 катушек чёрных ниток. За всю покупку заплатили 12 р. 84 к. Цена одной катушки белых ниток 60 к. Сколько стоит катушка чёрных ниток?

31. В торговом центре «Першы Нацыянальны гандлёвы дом» за день продали 26 смартфонов и 5 планшетов по одинаковой цене. За смартфоны получено на 18 900 р. больше, чем за планшеты. Сколько денег получено за смартфоны и планшеты в отдельности?

32. Один курьер доставляет за день 35 заказов, по 5 заказов в час. Сколько заказов за это же время доставит другой курьер, если он развозит 7 заказов в час?

33. Первый покупатель заплатил за 3 кг винограда на 16 р. меньше, чем второй за 5 кг такого же винограда. Сколько заплатил за виноград первый покупатель?

34. На верхней полке на 9 книг меньше, чем на средней, и на 13 книг больше, чем на нижней. Сколько книг на трёх полках, если на средней полке 32 книги?

35. Несколько ящиков яблок и столько же ящиков груш были расфасованы по пакетам. Каждый ящик с яблоками весил на 4 кг больше, чем ящик с грушами. Всего было расфасовано на 360 кг яблок больше, чем груш. Сколько всего расфасовали ящиков яблок и груш?

36. На овощном рынке фермером в течение дня было продано 35 кг свёклы, моркови на 10 кг больше, чем свёклы, лука — в 5 раз меньше, чем свёклы, а картофеля — на 9 кг меньше, чем моркови и лука вместе. Сколько всего килограммов овощей было продано?

37. Чтобы выкачать воду из резервуара, ставят насос, выкачивающий 30 л в минуту; через 50 мин включают другой насос, выкачивающий 70 л в минуту, и насосы работают вместе 45 мин. За какое время могла бы быть выкачана вода, если бы с самого начала работали оба насоса вместе?

38. Таксист за месяц проехал 6000 км. Пусть цена 1 л бензина 2 р. 44 к. Средний расход бензина на 100 км составляет 9 л. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

39. Автотуристы в первый день были в пути 6 ч, а во второй — 4 ч. За это время они преодолели 800 км. Какое расстояние проезжали автотуристы за каждый из этих дней, если они ехали с одинаковой скоростью?

40. Расстояние от Минска до Бреста по железной дороге равно 348 км. Поезд Минск — Брест отправляется в 22:00, а прибывает в 2:00 на следующий день. С какой скоростью движется поезд (считайте, что скорость постоянная на всём пути следования)?

41. Товарный поезд за 9 ч прошёл 450 км, его скорость меньше скорости пассажирского поезда на 15 км/ч. Сколько километров пройдёт пассажирский поезд за 8 ч?

42. Велосипедист и всадник отправились со спортивной базы в лагерь отдыха разными дорогами. Скорость велосипедиста равна 18 км/ч. Путь от спортивной базы до лагеря отдыха он преодолел за 3 ч. Скорость всадника на 3 км/ч меньше скорости велосипедиста. Он выбрал дорогу, которая короче на 9 км. Кто из них раньше прибыл в лагерь отдыха?



Проверяем себя

1. Если число m больше числа n на 7, то:

- а) $m - n = 7$; б) $m = n + 7$; в) $m - 7 = n$; г) $m + 7 = n$.

Какое из равенств неверное?

2. Если число m больше числа n в 4 раза, то:

- а) $m : n = 4$; б) $m = 4 \cdot n$; в) $m : 4 = n$; г) $m \cdot 4 = n$.

Какое из равенств неверное?

3. Назовите пропущенные слова:

а) Анализ условия задачи. Для решения задачи нужно:

- 1) выяснить, о каких ... и значениях ... идёт речь в задаче;
- 2) выяснить, какие значения ... известны, а какие нужно ...;
- 3) определить, какие ... между значениями величин описаны в условии задачи, а какие ... нужно найти;
- 4) составить ... условия задачи.

б) План решения задачи:

- 1) выяснить, достаточно ли в условии ... величин и зависимостей между ними, чтобы ответить на главный вопрос задачи с помощью одного действия;
- 2) если данных недостаточно, поставить вопрос к ... компоненту действия;
- 3) продолжать далее, пока не будут ... оба компонента действия.



Решаем самостоятельно

Для задач 43–48: а) определите, о каких величинах идёт речь в условии; б) укажите известные и неизвестные значения величин и зависимости между ними.

43. В спортзале было 18 учащихся. После того как несколько учащихся вышло, там осталось 7 учащихся. Сколько учащихся вышло из спортзала?

44. Турист прошёл 75 км, ему осталось пройти ещё 25 км. Во сколько раз весь путь больше той части пути, которую ему осталось пройти?

45. Футбольное поле имеет форму прямоугольника, длина которого равна 100 м, а ширина — на 36 м меньше. Определите периметр этого поля. Используя дополнительные источники информации, узнайте размеры футбольного поля Национального Олимпийского стадиона «Динамо» в г. Минске.

46. В одном контейнере 216 кг яблок, в другом — на 49 кг меньше. Сколько килограммов яблок в двух контейнерах?

47. Масса бочонка с мёдом равна 48 кг, а пустого бочонка — 5 кг. Найдите массу мёда в бочонке.

48. Вася решил подготовиться к сдаче нормативов физкультурно-оздоровительного комплекса «Готов к труду и обороне». Вначале он пробегал 60 м за 12 с. После месяца тренировок это время уменьшилось на 2 с. С какой скоростью теперь Вася пробегает 60 м?

Для задач 49–51 выполните анализ условия и составьте план решения.

49. В первой коробке в 3 раза меньше фломастеров, чем во второй, и в 2 раза больше, чем в третьей. Сколько фломастеров в трёх коробках, если в третьей их 12 штук?

50. По заказу кафе Добрушский фарфоровый завод отправил чашки в 12 коробках по 6 чашек и в 15 коробках по 5 чашек в каждой. Сколько всего чашек отправлено?

51. Самолёт за 3 ч пролетел 2700 км, а поезд за 8 ч прошёл 720 км. Во сколько раз самолёт двигался быстрее поезда?

Решите задачи 52–57, составив модели их условий.

52. За 2 кг акриловой краски заплатили 46 р. Сколько рублей заплатили за 2 кг масляной краски, цена 1 кг которой на 3 р. больше, чем акриловой.

53. В республиканском слёте юных спасателей-пожарных, который проводился в НДЦ «Зубрёнок», приняло участие 37 пятиклассников, на 14 больше шестиклассников, а семиклассников столько, сколько пятиклассников и шестиклассников вместе. Сколько семиклассников участвовало в слёте?

54. На первой станции третьей линии Минского метрополитена в поезд «Минск-2024» вошли 482 человека. На следующей станции часть пассажиров вышли и 94 человека вошли. Сколько пассажиров вышло, если в поезде стало 509 человек?

55. Скорость набора текста на клавиатуре у Васи 100 знаков в минуту, а у Пети — 150 знаков в минуту. Васе нужно набрать 2000 знаков, а Пете — 3600. Успеют ли они набрать текст за 25 мин?

56. Аня купила единый проездной билет на городской транспорт на 30 суток. За месяц она сделала 64 поездки. Сколько денег Аня сэкономила, если проездной билет стоил 51 р. 5 к., а разовая поездка — 85 к.?

57. Для посещения старейшего предприятия по производству стекла в Беларуси — стеклозавода «Нёман» — была собрана группа из 210 учащихся 5–7-х классов. Сколько автобусов МАЗ-251062 требуется заказать, если в автобусе не более 44 посадочных мест?