

§ 9. Умножение и деление натуральных чисел

В таблице 4 указаны компоненты действий умножения и деления и зависимости между ними.

Таблица 4

Компонент действия	Компонент действия	Результат действия	Нахождение неизвестного компонента
Умножение			
Множитель a	Множитель b	Произведение $a \cdot b = c$ (c — произведение)	Чтобы найти неизвестный множитель, нужно произведение разделить на известный множитель
Деление			
Делимое a	Делитель b	Частное $a : b = c$ (c — частное)	1. Чтобы найти неизвестное делимое, нужно делитель умножить на частное. 2. Чтобы найти неизвестный делитель, нужно делимое разделить на частное

Произведением двух чисел a и b называется сумма b слагаемых, каждое из которых равно a .

Пример 1. Произведение $6 \cdot 8$ — это сумма восьми слагаемых, каждое из которых равно шести:

$$6 \cdot 8 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6.$$



Законы умножения

1. Переместительный закон умножения:

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

От перемены мест множителей произведение не меняется.

2. Сочетательный закон умножения:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

Чтобы произведение двух чисел умножить на третье, можно первое число умножить на произведение второго и третьего.

От изменения расстановки скобок произведение не меняется.

3. Распределительный закон умножения относительно:

а) **сложения:** чтобы умножить сумму на число, можно каждое слагаемое умножить на это число и полученные произведения сложить:

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c;$$

б) **вычитания:** чтобы умножить разность на число, можно уменьшаемое и вычитаемое умножить на это число и из первого произведения вычесть второе:

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c.$$



Для любого числа верны равенства:

$a \cdot 1 = a.$ | Произведение числа и единицы равно этому числу.

$a \cdot 0 = 0.$ | Произведение числа и нуля равно нулю.

Законы умножения применяются при упрощении вычислений. Множители в произведении можно менять местами и заключать в скобки произвольным образом.

Пример 2. Найдите произведение:

$$4 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 25.$$

$$4 \cdot 25 = 100$$

$$8 \cdot 125 = 1000$$

Решение. $4 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 25 = (4 \cdot 25) \cdot (8 \cdot 11) = 100 \cdot 88 = 8800.$

Пример 3. Вычислите удобным способом: $61 \cdot 23.$

Решение. $61 \cdot 23 = (60 + 1) \cdot 23 = 60 \cdot 23 + 1 \cdot 23 = 1380 + 23 = 1403.$

Пример 4. Вычислите: $((45 + 67) \cdot 78 + 56) \cdot 0.$

Решение. По свойству $a \cdot 0 = 0$ получим:
 $((45 + 67) \cdot 78 + 56) \cdot 0 = 0.$

Частным двух чисел a и b называется такое число c , которое при умножении на b даёт a .

$$a : b = c \rightarrow c \cdot b = a$$

Так, разделить число 450 на число 50 — это значит найти такое число (9), которое при умножении на 50 даст число 450. Действительно, $450 : 50 = 9$, так как $9 \cdot 50 = 450$.



Для любого числа верны равенства:

$$a : 1 = a.$$

Частное какого-то числа и 1 равно этому числу.

$$a : a = 1.$$

Частное двух равных натуральных чисел равно 1.

$$0 : a = 0.$$

Частное нуля и натурального числа равно нулю.



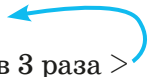
Деление числа на ноль не выполняется, так как не имеет смысла. Например, разделить число 5 на 0 — значит найти такое число a , которое при умножении на 0 даёт 5. Но при умножении числа a на 0 получается 0, а не 5.

С помощью рассмотренных действий с числами и их свойств решаются задачи нового вида — «на части».

Задача 1. В двух рулонах 1080 м ткани. В одном из них в 3 раза больше ткани, чем в другом. Сколько метров ткани в каждом рулоне?



Решение.

<p>Анализ условия задачи</p> <p>1. Выясним, о каких величинах идёт речь в задаче</p>	<p>1. В задаче идёт речь о количестве метров ткани в двух рулонах и в каждом по отдельности</p>
<p>2. Выясним, какие значения величин известны, а какие неизвестны</p>	<p>2. Известно значение суммы длин ткани в рулонах (1080 м). Известна зависимость между этими величинами — в одном рулоне в 3 раза больше ткани, чем в другом. Нужно найти, сколько метров ткани в каждом рулоне</p>
<p>3. Составим модель условия задачи в виде схемы</p>	<p>3. I р. — ?  } 1080 м II р. — ? в 3 раза ></p>
<p>План решения задачи</p> <p>1. Чтобы найти количество метров ткани в каждом рулоне, нужно определить части каждого слагаемого в сумме. Во втором рулоне 1 часть, в первом — 3 части. Всего — 4 части.</p> <p>2. Чтобы найти количество метров ткани, приходящихся на одну часть, значение суммы разделим на количество частей.</p> <p>3. Чтобы найти количество метров ткани в большем рулоне, увеличим количество метров, приходящихся на одну часть, в 3 раза</p>	<p>Решение</p> <p>1) $1 + 3 = 4$ (ч.) — число частей ткани в двух рулонах;</p> <p>2) $1080 : 4 = 270$ (м) — количество метров ткани в одном рулоне (одна часть);</p> <p>3) $270 \cdot 3 = 810$ (м) — количество метров ткани в другом рулоне.</p> <p>Ответ: 270 м ткани в одном рулоне, 810 м ткани в другом рулоне.</p>

К задачам такого типа относятся задачи, в которых известна сумма (разность) значений величины и указано, во сколько раз одно значение величины больше (меньше) другого. Иногда эти задачи называют задачами «на части».



Алгоритм решения задач «на части»

1. Выяснить, о какой величине идёт речь в задаче.
2. Назвать зависимость между значениями величины в задаче. Указать, какие значения величины необходимо найти.
3. Назвать сумму (разность) значений величины.
4. Определить части каждого слагаемого в сумме или уменьшаемого и вычитаемого в разности.
5. Найти сумму (разность) частей.
6. Найти, какое значение величины приходится на одну часть (сумму или разность разделить на количество частей).
7. Результат пункта 6 умножить на количество частей, приходящихся на каждое значение величины.

Задача 2. Мальчик для построения моделей фигур разрезал проволоку на две части так, что одна из них оказалась в 6 раз длиннее другой. Найдите первоначальную длину проволоки, если бóльшая часть на 35 см длиннее меньшей.

Решение.



Анализ условия задачи

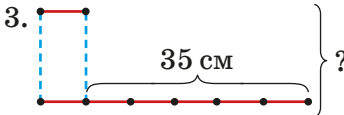
1. Выясним, о каких величинах идёт речь в задаче

1. В задаче идёт речь о длинах частей проволоки

2. Выясним, какие значения величин известны, а какие неизвестны

2. В задаче говорится о разности значений величины — больший кусок проволоки на 35 см длиннее меньшего. Известна зависимость между этими величинами — больший кусок проволоки в 6 раз длиннее меньшего. Необходимо определить первоначальную длину проволоки

Продолжение таблицы

<p>3. Представим модель условия задачи в виде схемы</p>	<p>3. </p>
<p>План решения задачи</p> <p>1. Чтобы найти количество сантиметров проволоки в каждом куске, нужно определить части компонентов в разности. Первый кусок проволоки (меньший, вычитаемое) — 1 часть, второй кусок проволоки (большой, уменьшаемое) — 6 частей.</p> <p>2. Чтобы найти количество сантиметров проволоки, приходящихся на одну часть, значение разности разделим на разность частей.</p> <p>3. Чтобы найти длину второго куска проволоки, умножим длину одной части на 6.</p> <p>4. Чтобы найти первоначальную длину проволоки, найдём сумму длин</p>	<p>Решение</p> <p>1) $6 - 1 = 5$ (ч.) — на столько частей один кусок проволоки длиннее другого;</p> <p>2) $35 : 5 = 7$ (см) — длина одной части;</p> <p>3) $7 \cdot 6 = 42$ (см) — длина второго куска проволоки;</p> <p>4) $42 + 7 = 49$ (см) — первоначальная длина проволоки. Ответ: 49 см.</p>



Решаем вместе

181. Выполните умножение, используя правила умножения в столбик или свойства умножения:

- а) $92 \cdot 68$, $346 \cdot 27$, $417 \cdot 0$;
 б) $786 \cdot 36$, $2429 \cdot 58$, $6219 \cdot 1$;
 в) $409 \cdot 683$, $370 \cdot 908$, $0 \cdot 782$;
 г) $32\ 876 \cdot 48$, $3289 \cdot 162$, $203 \cdot 8040$;
 д) $20\ 508 \cdot 94$, $307 \cdot 4060$, $610 \cdot 75\ 200$;
 е) $500\ 029 \cdot 64$, $906 \cdot 470$, $920 \cdot 25\ 800$.

182. Выполните деление, используя правило деления уголком или свойства деления:

- а) $576 : 16$, $888 : 37$, $45 : 1$;
 б) $722 : 19$, $912 : 38$, $781 : 781$;
 в) $93\ 870 : 42$, $131\ 364 : 41$, $61\ 563 : 61\ 563$;
 г) $227\ 974 : 31$, $555\ 300 : 75$;
 д) $348\ 290 : 58$, $70\ 280 : 35$;
 е) $978 : 163$, $230\ 388 : 438$;
 ж) $1092 : 156$, $162\ 192 : 372$;
 з) $263\ 344 : 436$, $565\ 020 : 657$;
 и) $86\ 275 : 425$, $321\ 280 : 502$.

183. Найдите неизвестные компоненты действий:

- а) $m \cdot 45 = 3690$, $60\ 630 : k = 705$, $a : 37 = 74$;
 б) $92 \cdot b = 8004$, $x : 38 = 525$, $2070 : n = 45$;
 в) $x \cdot 75 = 47\ 100$, $2100 : d = 84$, $z : 606 = 606$;
 г) $1225 : x = 35$, $625 : x = 25$, $24 \cdot x = 576$.

184. Проверьте, правильно ли выполнено деление, используя определение действия деления:

- а) $21\ 176 : 8 = 2647$, $20\ 160 : 45 = 448$;
 б) $227\ 094 : 6 = 37\ 849$, $92\ 450 : 86 = 1075$;
 в) $118\ 424 : 8 = 14\ 803$, $109\ 344 : 204 = 536$.

185. Вычислите, используя свойства умножения:

- а) $50 \cdot (2 \cdot 674)$, $25 \cdot (4 \cdot 393)$, $80 \cdot 25 \cdot 73$;
 б) $5 \cdot 739 \cdot 2$, $4 \cdot 333 \cdot 25$, $8 \cdot 507 \cdot 125$;
 в) $22 \cdot 125 \cdot 3 \cdot 8$, $125 \cdot 58 \cdot 8$, $40 \cdot 57 \cdot 25$;
 г) $24 \cdot 125 \cdot 4 \cdot 8$, $57 \cdot 25 \cdot 4 \cdot 2$, $4 \cdot 36 \cdot 250$.

186. Вычислите, представив оба числа в виде произведения множителей.

Например: $125 \cdot 36 = (25 \cdot 5) \cdot (4 \cdot 9) = (25 \cdot 4) \cdot (5 \cdot 9) = 100 \cdot 45 = 4500$.

- а) $16 \cdot 25$; в) $16 \cdot 125$; д) $32 \cdot 75$; ж) $150 \cdot 22$;
 б) $25 \cdot 36$; г) $125 \cdot 48$; е) $75 \cdot 24$; з) $12 \cdot 350$.

Решите задачи 187–196, используя алгоритм решения задач «на части».

187. Магазин за день продал 18 ноутбуков и консолей, причём ноутбуков в 2 раза больше, чем консолей. Сколько продано консолей?

188. На кондитерской фабрике «Слодыч» (г. Минск) выпускают более 100 наименований различных видов печенья в различных упаковках. Масса двух разных пакетов овсяного печенья равна 1650 г, причём масса одного из них в 2 раза больше массы другого. Какова масса каждого пакета печенья? Ответ выразите в граммах.

189. В кружке по географии занимается в 3 раза меньше учащихся, чем в кружке по математике. Сколько всего учащихся занимается в этих кружках, если в кружке по географии на 16 учащихся меньше, чем в кружке по математике?

190. В оздоровительном палаточном лагере военно-патриотического профиля «Патриот» ребята проживают в комфортабельных двухместных и четырёхместных палатках. Двухместных палаток в 4 раза меньше, чем четырёхместных. Сколько было палаток каждого вида, если четырёхместных палаток было на 12 больше?

Интересно знать. В военно-патриотических клубах и лагерях учащиеся получают правовые знания, совершенствуют физическую и инженерную подготовку, принимают участие в акциях по благоустройству мемориалов и памятников воинской славы.

191. Для офиса купили 56 папок красного и зелёного цвета. Сколько купили папок красного цвета, если папок зелёного цвета в 6 раз меньше?

192. Одно число больше другого на 144. Меньшее из чисел в 13 раз меньше большего. Чему равно каждое из чисел?

193. В школьном лагере учащихся вторых классов в 3 раза больше, чем учащихся третьих классов. Сколько учащихся

вторых классов находится в школьном лагере, если всего в лагере отдыхает 116 человек?

194. Спортивные секции физкультурно-спортивного центра детей и молодёжи Партизанского района г. Минска посещают 108 учащихся. Карате занимаются в 3 раза больше учащихся, чем айкидо, а боксом — в 2 раза больше учащихся, чем айкидо. Сколько учащихся занимается каждым видом спорта?

195. На трёх книжных полках 44 книги расположили так, что на верхней полке книг вдвое больше, чем на нижней, а на средней полке их в 4 раза больше, чем на верхней. Сколько книг на каждой полке?

196. Турфирма продала путёвок в санатории в 3 раза меньше, чем на турбазы, но на 88 путёвок больше, чем в отели. Сколько всего было путёвок, если на турбазы было продано на 312 путёвок больше, чем в санатории?



Повторяем

197. Выполните действия:

- а) $78\ 045 + 64\ 780$, $89\ 716 - 9747$;
 б) $234\ 618 + 712\ 522$, $900\ 671 - 76\ 983$.

198. Найдите неизвестный компонент действия:

- а) $x - 67 = 999$; в) $76\ 451 - m = 6452$;
 б) $c + 3456 = 12\ 000$; г) $10\ 000 - m = 100$.

199. Вычислите, применяя законы сложения для упрощения вычислений:

- а) $73 + (8686 + 5927)$; в) $13\ 892 + (43\ 267 + 11\ 108) + 733$;
 б) $4 + (136 + 259)$; г) $6325 + (81 + 675) + 619$.

200. Через один кран бак вместимостью 600 л можно наполнить за 10 мин, а через второй — за 15 мин. За сколько минут наполняется бак через оба крана?

201. Плата за телефон составила 11 р. 50 к. в месяц. Сколько денег пришлось на звонки и абонентскую плату, если абонентская плата оказалась больше на 2 р. 70 к.?



Проверяем себя

1. Назовите пропущенные слова:

- а) Числа при умножении называют ..., а результат умножения чисел —
- б) Числа при делении называют ... и ..., а результат деления чисел —

2. Закончите предложение:

- а) Чтобы найти неизвестный множитель, нужно...
- б) Чтобы найти неизвестное делимое, нужно...
- в) Чтобы найти неизвестный делитель, нужно...
- г) От перемены мест множителей...
- д) Чтобы произведение двух чисел умножить на треть, можно...
- е) Частным двух чисел a и b называется такое число c , которое...

3. Назовите пропущенные слова:

- а) Чтобы умножить сумму на число, можно ... умножить на ... и полученные
- б) Чтобы умножить разность на число, можно ... и ... умножить на ... и из

4. Закончите предложение:

- а) Произведение числа и единицы равно...
- б) Частное какого-то числа и 1 равно...
- в) Произведение числа и нуля равно...
- г) Частное нуля и натурального числа равно...
- д) Частное двух равных натуральных чисел равно...

5. Закончите фразу:

- а) Разделить число 87 на 3 — это значит...
- б) Разделить число 150 на 5 — это значит...
- в) Разделить число 150 на число k — это значит...
- г) Разделить число 356 на число n — это значит...
- д) Разделить число c на число k — это значит...
- е) Разделить число t на число p — это значит...



Решаем самостоятельно

202. Используя правило умножения в столбик и свойства умножения, вычислите:

- а) $1547 \cdot 69$; г) $4356 \cdot 0$; ж) $123 \cdot 100$;
- б) $8600 \cdot 37$; д) $98 \cdot 1$; з) $12 \cdot 1000$;
- в) $416 \cdot 302$; е) $99 \cdot 0$; и) $15 \cdot 10\,000$.

203. Используйте правило деления уголком для выполнения деления:

- а) $91\,375 : 43$; в) $9664 : 32$;
- б) $20\,944 : 56$; г) $1024 : 32$.

204. Выполните деление и проверьте вычисления, используя определение действия деления:

- а) $9139 : 13$; б) $223\,168 : 352$.

205. Найдите неизвестные компоненты действий:

- а) $x \cdot 33 = 5940$, $11\,456 : a = 32$, $m : 23 = 621$;
- б) $21 \cdot c = 49\,245$, $x : 51 = 306$, $8320 : b = 160$.

206. Вычислите, используя свойства умножения:

- а) $3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7$, $31 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 4$, $(111 \cdot 2) \cdot 45$;
- б) $13 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2$, $5 \cdot 5 \cdot 19 \cdot 4$, $8 \cdot 4 \cdot 125 \cdot 25$.

Решите задачи 207–212, используя алгоритм решения задач «на части».

207. В первом отделении банка в 5 раз больше сотрудников, чем во втором. Сколько сотрудников работает в каждом отделении банка, если всего в банке 126 сотрудников?

208. С первого луга накосили в 6 раз, или на 155 ц сена больше, чем со второго. Сколько сена накосили с каждого луга?

209. На первой полке книг в 3 раза больше, чем на второй, а на двух полках вместе 120 книг. Сколько книг на каждой полке?

210. Учащийся пятого класса на уроке математики решил уравнений в 4 раза, или на 9 больше, чем задач. Сколько задач решил пятиклассник?

211. Курсы иностранных языков посещают 100 человек. Английский язык изучают в 2 раза больше человек, чем немецкий, а итальянский язык изучают в 3 раза меньше человек, чем немецкий. Сколько человек изучает каждый язык?

212. На трёх полках расставили 36 чашек. На верхней полке чашек вдвое больше, чем на нижней, а на средней — в 3 раза больше, чем на верхней. Сколько чашек на каждой полке?

**Исследуем**

Выполнено умножение $47 \cdot 54 = 2538$. Используя этот результат, найдите произведение: $47 \cdot 55$; $47 \cdot 53$; $46 \cdot 54$; $48 \cdot 55$; $46 \cdot 53$; $48 \cdot 53$.

§ 10. Степень числа с натуральным показателем

Известно, что сумма нескольких одинаковых слагаемых ($3 + 3 + 3 + 3$) — это произведение одного слагаемого на их количество ($3 \cdot 4$). Рассмотрим произведение нескольких одинаковых множителей (табл. 5).