

258. Для транспортировки 75 696 яиц Солигорской птицефабрики потребовались лотки. В наличии имеются лотки с десятью ячейками. Сколько таких лотков потребуется?

259. Учащихся класса построили в колонну по 4 человека в ряд. Получилось 6 полных рядов и один неполный ряд из двух человек. Сколько учащихся в классе?



Исследуем

При делении 500 000 000 на 13 получили несколько цифр числа в неполном частном: 38 461 53... . Какой будет следующая цифра в частном? Сколько ещё цифр в частном можно записать, не выполняя деление?

§ 12. Делители числа. Кратные числа.

Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел



Практические задачи приводят к необходимости находить число, на которое данное число делится без остатка. Например, какого вида упаковки можно использовать для транспортировки 100 новогодних шариков, если в каждой упаковке должно быть одинаковое число шариков?

Ясно, что упаковки могут содержать: 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100 шариков, так как число 100 делится на эти числа без остатка. Числа 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100 называются делителями числа 100.

Делителем числа a называется число, на которое делится данное число a без остатка.

Например, число 24 имеет восемь различных делителей: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. У числа 17 только два различных делителя: 1 и 17.

Задача 1. Какое наибольшее число одинаковых наборов можно составить из 12 карандашей и 18 фломастеров?

Решение. Каждое из чисел 12 и 18 должно делиться на число наборов, т. е. число наборов должно быть делителем каждого из этих чисел. Запишем все делители чисел 12 и 18.

Делители числа 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Делители числа 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

Числа 12 и 18 делятся одновременно на 1, 2, 3 и 6.

Каждый набор может содержать 12 карандашей и 18 фломастеров (1 набор), или 6 карандашей и 9 фломастеров (2 набора), или 4 карандаша и 6 фломастеров (3 набора), или 2 карандаша и 3 фломастера (6 наборов).

Числа 1, 2, 3, 6 называются общими делителями чисел 12 и 18, а число 6 — наибольшим общим делителем этих чисел.

Ответ: 6 наборов.

Общим делителем чисел a и b называется число, на которое делятся два данных числа a и b без остатка.

Наибольшим общим делителем чисел a и b (НОД (a ; b)) называется наибольшее число, на которое делятся два данных числа a и b без остатка.

Задача 2. Между портами A и B курсируют два теплохода. Первый из них тратит на рейс туда и обратно 12 суток, а второй — 18 суток. Через сколько суток оба теплохода снова будут в порту A , если они вышли из порта A одновременно?

Решение. Первый теплоход прибудет в порт A через 12, 24, 36, 48, 60, 72 и т. д. суток. Числа 12, 24, 36, 48, 60, 72 называют кратными числа 12. Второй теплоход прибудет в порт A через 18, 36, 54, 72 и т. д. суток. Эти числа называют кратными числа 18.

Число суток, через которое оба теплохода одновременно окажутся в порту A , должно делиться и на 12, и на 18, т. е.

быть кратным этим числам. Такими числами являются 36, 72... Их называют общими кратными чисел 12 и 18, а число 36 — наименьшим общим кратным чисел 12 и 18.

Ответ: теплоходы прибудут в порт А через 36 (72...) суток.

Кратным числа a называется число, которое делится на данное число a без остатка. Например, 56 кратно 7 и 8, 72 кратно 9 и 8.

Общим кратным чисел a и b называется число, которое делится на числа a и b без остатка. Например, общими кратными чисел 56 и 72 являются числа 504, 1008 и т. д.

Наименьшим общим кратным натуральных чисел a и b (НОК (a ; b)) называется наименьшее натуральное число, которое делится на два данных числа a и b без остатка. Наименьшим общим кратным чисел 56 и 72 является число 504.

Если одно число делится на другое без остатка, иногда используется знак «:». Тогда схематически для чисел 12 и 18 можем записать:

$$\underbrace{\dots, 48, 36, 24, 12}_{\text{кратные}} : 12 : \underbrace{1, 2, 3, 4, 6, 12}_{\text{делители}}$$

$$\underbrace{\dots, 72, 54, 36, 18}_{\text{кратные}} : 18 : \underbrace{1, 2, 3, 6, 9, 18}_{\text{делители}}$$

Делителей данного числа всегда конечное число, а кратных данного числа бесконечно много.



Решаем вместе

260. Запишите:

1) один из делителей числа, а затем все делители данного числа;

2) одно число, кратное данному числу, а затем несколько кратных данного числа:

а) 16; б) 48; в) 50; г) 72.

261. Запишите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное данных чисел:

а) 6 и 15; в) 24 и 40; д) 15 и 40; ж) 30 и 45;
б) 15 и 20; г) 40 и 60; е) 28 и 35; з) 64 и 96.

262. Запишите наибольший общий делитель чисел:

а) 18, 27 и 45; б) 12, 36 и 60; в) 40, 100 и 160.

Решите задачи 263–267.

263. Для участия в эстафете нужно разделить 36 мальчиков и 24 девочки на команды с одинаковым количеством участников. Какое наибольшее число команд с одинаковым количеством мальчиков и одинаковым количеством девочек можно получить?

264. Автобусы первого маршрута прибывают на остановку каждые 3 мин, второго — каждые 6 мин, третьего — каждые 10 мин. В 7:00 на остановке стояли все три автобуса. В какое ближайшее время на остановке снова будут стоять три автобуса? В какое ближайшее время на остановке окажутся одновременно два автобуса?

265. Пятиклассник хочет купить несколько тетрадей по 40 к., но у него есть только монеты номиналом 1 р., а у продавца нет сдачи. Какое наименьшее число тетрадей он может купить без сдачи?

266. О задуманном числе Катя сказала: «Это число меньше 40. Его называют при счёте пятёрками и семёрками». Какое число задумала Катя?

267. Некоторое количество яиц можно разложить в лотки, рассчитанные на 10 штук, или в лотки, рассчитанные на 6 штук. Сколько всего яиц, если известно, что их больше 80, но меньше 100 и все лотки заполнены?



Повторяем

268. Установите порядок действий и выполните вычисления: $408 \cdot (114 - 38) - 4899 + 197 \ 760 : 64$.

269. Вычислите:

- а) $(123 - 46) + (123 + 46)$; $(123 + 46) - (123 - 46)$;
б) $(220 - 24) + (220 + 24)$; $(220 + 24) - (220 - 24)$.

Решите задачи 270–271.

270. Когда хозяйка разложила в 6 банок для засолки по 13 огурцов, у неё осталось ещё 2 огурца. Сколько огурцов было у хозяйки?

271. В летнем лагере отдыха 245 детей и 29 воспитателей. Автобус рассчитан не более чем на 46 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?



Проверяем себя

1. Назовите пропущенные слова:

- а) Делитель числа a — это ..., на которое число a
б) Кратное числа a — это ..., которое ... на число a
в) Общий делитель чисел a и b — это число, на которое ... числа a и b
г) Общее кратное чисел a и b — это число, которое ... на числа a и b
д) Наибольший общий делитель чисел a и b — это ..., на которое
е) Наименьшее общее кратное чисел a и b — это ..., которое

2. Верно ли, что:

- а) 12 — делитель числа 4; в) 4 — делитель числа 12;
б) 12 — кратное числа 4; г) 4 — кратное числа 12?

3. Укажите пары чисел, в которых первое число есть делитель второго:

- а) 12 и 6; в) 3 и 30; д) 3 и 5; ж) 6 и 18;
б) 4 и 16; г) 3 и 9; е) 9 и 3; з) 5 и 15.

4. Укажите пары чисел, в которых первое число кратно второму:

- а) 15 и 3; в) 28 и 8; д) 30 и 5; ж) 6 и 2;
б) 32 и 4; г) 36 и 9; е) 6 и 48; з) 24 и 6.



Решаем самостоятельно

272. Используйте результаты каждого задания для выполнения следующего.

1) Запишите:

- а) все делители числа 20 и все делители числа 30;
б) общие делители чисел 20 и 30;
в) НОД (20; 30).

2) Найдите:

- а) несколько кратных чисел 20 и 30;
б) общие кратные чисел 20 и 30;
в) НОК (20; 30).

273. Даны числа: 16, 40, 84. Запишите:

- а) все общие делители данных чисел;
б) наибольший общий делитель данных чисел.

Решите задачи 274, 275.

274. Для поздравления ветеранов Великой Отечественной войны было куплено 60 роз и 80 гвоздик. Какое наибольшее число букетов с одинаковым числом роз и одинаковым числом гвоздик можно составить?

275. В морской порт теплоход «Беларусь» прибывает один раз в 12 дней, теплоход «Минск» — один раз в 20 дней, а теплоход «Алые паруса» — один раз в 18 дней. В прошлый вторник все три теплохода были в этом порту. В какой день недели они в следующий раз вместе придут в этот порт?



Исследуем

Совершенными называются числа, которые равны сумме всех своих делителей, кроме самого числа. Таким является число 6: $6 = 1 + 2 + 3$. Найдите ещё одно совершенное число.

Поищите информацию о «дружественных» числах.

§ 13. Признаки делимости

Для того чтобы узнать, делится ли одно натуральное число на другое без остатка, не всегда нужно выполнять деление. Существуют признаки (условия), позволяющие в некоторых случаях получить ответ на этот вопрос по самой записи числа.



Для получения признаков рассмотрим некоторые свойства.

1. Если каждое слагаемое суммы делится на некоторое число, то сумма тоже делится на это число.

2. Если один из множителей произведения делится на некоторое число, то и произведение делится на это число.

Признаки делимости на 2, 5, 10.

Запишем какое-либо натуральное число (например, 34 568) в виде суммы разрядных слагаемых:

$$34\ 568 = 3 \cdot 10\ 000 + 4 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 8.$$

Каждое из четырёх первых слагаемых суммы ($3 \cdot 10\ 000$; $4 \cdot 1000$; $5 \cdot 100$; $6 \cdot 10$) делится на 2, 5 и 10. Поэтому если последнее слагаемое делится на 2, 5 или 10, то данное число делится на 2, 5 или 10. Последнее слагаемое суммы соответству-