

275. В морской порт теплоход «Беларусь» прибывает один раз в 12 дней, теплоход «Минск» — один раз в 20 дней, а теплоход «Алые паруса» — один раз в 18 дней. В прошлый вторник все три теплохода были в этом порту. В какой день недели они в следующий раз вместе придут в этот порт?



Исследуем

Совершенными называются числа, которые равны сумме всех своих делителей, кроме самого числа. Таким является число 6: $6 = 1 + 2 + 3$. Найдите ещё одно совершенное число.

Поищите информацию о «дружественных» числах.

§ 13. Признаки делимости

Для того чтобы узнать, делится ли одно натуральное число на другое без остатка, не всегда нужно выполнять деление. Существуют признаки (условия), позволяющие в некоторых случаях получить ответ на этот вопрос по самой записи числа.



Для получения признаков рассмотрим некоторые свойства.

1. Если каждое слагаемое суммы делится на некоторое число, то сумма тоже делится на это число.

2. Если один из множителей произведения делится на некоторое число, то и произведение делится на это число.

Признаки делимости на 2, 5, 10.

Запишем какое-либо натуральное число (например, 34 568) в виде суммы разрядных слагаемых:

$$34\ 568 = 3 \cdot 10\ 000 + 4 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 8.$$

Каждое из четырёх первых слагаемых суммы ($3 \cdot 10\ 000$; $4 \cdot 1000$; $5 \cdot 100$; $6 \cdot 10$) делится на 2, 5 и 10. Поэтому если последнее слагаемое делится на 2, 5 или 10, то данное число делится на 2, 5 или 10. Последнее слагаемое суммы соответству-

ет последней цифре в записи числа, поэтому получаем следующие признаки делимости:



- если запись натурального числа оканчивается цифрой 2, 4, 6, 8 или 0, то это число делится на 2, все остальные натуральные числа на 2 не делятся;
- если запись натурального числа оканчивается цифрой 5 или 0, то это число делится на 5, все остальные натуральные числа на 5 не делятся;
- если запись натурального числа оканчивается цифрой 0, то это число делится на 10, все остальные натуральные числа на 10 не делятся.

Число 34 568 делится на 2, так как оканчивается цифрой 8, а число 34 567 не делится на 2; число 34 565 делится на 5, число 34 560 делится на 2, на 5 и на 10.

Признак делимости на 4.

Запишем число 34 528 в виде суммы:

$$34\ 528 = 3 \cdot 10\ 000 + 4 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 28.$$

Каждое из трёх первых слагаемых суммы ($3 \cdot 10\ 000$; $4 \cdot 1000$; $5 \cdot 100$) делится на 4. Поэтому если последнее слагаемое 28 делится на 4, то данное число делится на 4. Последнее слагаемое — это число, образованное последними двумя цифрами в записи данного числа. Получаем признак делимости на 4:



- если число, образованное последними двумя цифрами в записи данного числа, делится на 4, то данное число делится на 4, все остальные натуральные числа на 4 не делятся.

Число 34 528 делится на 4, так как число 28 делится на 4. Число 3754 не делится на 4, так как 54 не делится на 4.

Признак делимости на 9.

1. Запишем число 34 524 в виде суммы разрядных слагаемых:

$$34\ 524 = 3 \cdot 10\ 000 + 4 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 4.$$

2. Представим разрядные единицы в виде суммы:

$$34\ 524 = 3 \cdot (9999 + 1) + 4 \cdot (999 + 1) + 5 \cdot (99 + 1) + 2 \cdot (9 + 1) + 4.$$

3. Применим распределительный закон сложения:

$$34\ 524 = 3 \cdot 9999 + 3 + 4 \cdot 999 + 4 + 5 \cdot 99 + 5 + 2 \cdot 9 + 2 + 4.$$

4. Применим переместительный и сочетательный законы сложения:

$$34\ 524 = 3 \cdot 9999 + 4 \cdot 999 + 5 \cdot 99 + 2 \cdot 9 + (3 + 4 + 5 + 2 + 4).$$

Сумма $3 \cdot 9999 + 4 \cdot 999 + 5 \cdot 99 + 2 \cdot 9$ делится на 9, а сумма $3 + 4 + 5 + 2 + 4$ — это сумма цифр данного числа, она тоже делится на 9. Значит, данное число делится на 9. Получаем признак делимости на 9:



если сумма цифр данного числа делится на 9, то и число делится на 9, все остальные натуральные числа на 9 не делятся.

У числа 325 287 найдём сумму цифр $3 + 2 + 5 + 2 + 8 + 7 = 27$. Так как 27 делится на 9, то данное число делится на 9.

Аналогично признаку делимости на 9 получаем признак делимости на 3:



если сумма цифр данного числа делится на 3, то и число делится на 3, все остальные натуральные числа на 3 не делятся.

У числа 325 284 найдём сумму цифр $3 + 2 + 5 + 2 + 8 + 4 = 24$. Так как 24 делится на 3, то данное число делится на 3.

**Решаем вместе**

276. Запишите какие-либо три многозначных числа, которые делятся на:

а) 10; б) 5; в) 2; г) 9; д) 3; е) 4.

277. Замените звёздочку цифрой так, чтобы полученное число делилось на 9:

а) $218*$; б) $*67$; в) $84*52$; г) $1*8$.

278. Из чисел 624, 7144, 926, 8078, 7040, 814, 1364 выберите те, которые делятся на 4.

279. Составьте четырёхзначные числа, кратные 5, используя цифры:

а) 8, 6, 5, 1; б) 0, 3, 4, 7 — по одному разу в каждом числе.

280. Определите, какие из данных произведений делятся нацело на 2, на 3, на 5, не выполняя действие умножения:

а) $6 \cdot 23 \cdot 75$; б) $55 \cdot 32 \cdot 27$; в) $64 \cdot 128 \cdot 32$; г) $177 \cdot 22 \cdot 13$.

Решите задачи 281–285.

281. Пятиклассник хотел купить 3 одинаковых блокнота. Когда продавец сказал, что за блокноты нужно заплатить 2 р. 51 к., мальчик удивился и попросил продавца посчитать ещё раз. Ошибся ли продавец?

282. На первой стоянке — 37 автомобилей, на второй — на 15 меньше, а на третьей — в 2 раза больше, чем на второй. Можно ли эти автомобили распределить по трём стоянкам поровну?

283. Один диспетчер такси принял за день 155 заявок, а второй — 126. Можно ли эти заявки распределить поровну между девятью таксистами?

284. Площадь прямоугольного участка равна $124\,884 \text{ м}^2$. Можно ли его разделить на 6 участков равной площади?

285. Когда Маша пошла в магазин за продуктами, у неё были только 2-рублёвые монеты и 5-рублёвые купюры. Сможет ли она рассчитаться ими без сдачи за:

- а) 4 шоколадки по цене 1 р. 25 к.;
- б) 3 кг яблок по 1 р. 60 к. за 1 кг и 1 л сока стоимостью 3 р. 20 к.?



Повторяем

286. Установите порядок действий и выполните их:

- а) $586 \cdot 908 - 31\,212 : 306$;
- б) $(3885 : 37 + 245) \cdot (3^4 - 4)$.

287. Запишите ряд чисел, который получится, если последовательно округлять число 59 208 637 до десятков, сотен, тысяч, десятков тысяч, сотен тысяч и миллионов.

288. На базу отдыха необходимо отвезти 180 человек. Какое наименьшее количество автобусов нужно заказать, если в автобусе 42 посадочных места?



Проверяем себя

1. Закончите предложение:

- а) Натуральное число делится на 10, если запись...
- б) Натуральное число делится на 5, если запись...
- в) Натуральное число делится на 2, если запись...

2. Закончите утверждение:

- а) Натуральное число делится на 9, если...
- б) Натуральное число делится на 3, если...

3. Назовите пропущенные слова:

Натуральное число делится на 4, если ..., образованное ... цифрами в записи данного числа, ... на 4.



Решаем самостоятельно

289. Запишите два каких-либо многозначных числа, которые делятся на:

а) 2; б) 10; в) 9; г) 5; д) 3; е) 6.

290. Закончите запись числа так, чтобы оно делилось на 2 (на 5, на 10, на 3): 77..., 876..., 300..., 24..., 61... .

291. Замените звёздочку цифрой так, чтобы число делилось на 3:

а) 238*; б) *47; в) 4*50.

292. Запишите два каких-либо многозначных числа, которые делятся:

а) на 2 и на 3;

б) на 5 и на 9;

в) на 10 и на 4;

г) на 5 и на 3, но не делятся на 2.

293. Определите, какой остаток получится от деления, не выполняя действия деления:

а) 654 на 10, 901 на 5, 453 на 2, 700 на 3;

б) 564 на 5, 784 на 9, 5566 на 4, 65 063 на 3.

294. Три подружки решили вместе купить подарок для одноклассницы и разделить его стоимость между собой поровну. Получится ли у них это, если выбранный подарок стоит:

а) 29 р. 32 к.; б) 29 р. 91 к.?



Исследуем

Найдите сумму пяти нечётных чисел. Делится ли она на 2, на 10? Сделайте вывод о чётности суммы:

а) нечётного числа слагаемых;

б) чётного числа слагаемых.