

§ 17. Уравнение

Если в выражение с одной переменной, например, $2520 : y$ вместо переменной y подставить её значение, то после вычислений получится какое-то число. Например, при $y = 10$ получим $2520 : 10 = 252$.

Решим обратную задачу: известно, что при подстановке какого-то числа в выражение с переменной $2520 : y$ получается результат вычисления — число 360, т. е. $2520 : y = 360$. Поставим вопрос: при каком значении переменной y получился такой результат? В этом случае нужно решить уравнение $2520 : y = 360$.

Уравнением называется равенство, содержащее переменную.

Число, при подстановке которого в уравнение $2520 : y = 360$ равенство будет верным, можно найти по правилам нахождения неизвестного компонента действия деления:

$$y = 2520 : 360; y = 7.$$

Это значение переменной y называется корнем уравнения.

Корнем уравнения называется значение переменной (число), подстановка которого в уравнение даёт верное числовое равенство.

В рассмотренном случае: $2520 : 7 = 360$ — получаем верное числовое равенство.

Уравнения имеют две части — левую и правую. В приведённом примере левая часть — это выражение $2520 : y$, правая часть — число 360.

В дальнейшем при изучении математики вы познакомитесь с уравнениями, содержащими переменную в правой и левой частях уравнения.

Не все уравнения имеют один корень, бывает, что уравнение имеет несколько корней или вообще не имеет корней.

Например, уравнение $x - x = 0$ имеет бесчисленное количество корней. А уравнение $70 - a = 80$ не имеет корней среди натуральных чисел.

Решить уравнение — значит найти все его корни или доказать, что уравнение корней не имеет.

Пример 1. Решите уравнение $235 : x = 47$.

Решение. Найдём корень уравнения по правилу нахождения неизвестного делителя: $x = 235 : 47$; $x = 5$.

Ответ: 5.



Рассмотрим алгоритм решения уравнений, левая часть которых содержит несколько действий.

Чтобы решить уравнение (например, $2 \cdot (x - 5) : 10 = 3$), **нужно:**

1. Выделить левую и правую части уравнения (по одну сторону и по другую сторону от знака равенства)	$2 \cdot (x - 5) : 10 = 3$
2. Установить порядок выполнения действий в левой части уравнения и обозначить номера действий	$2^2 \cdot (x^1 - 5)^3 : 10 = 3$
3. Выделить последнее действие и подчеркнуть его компоненты (слева и справа от последнего действия)	$2^2 \cdot (x^1 - 5)^3 : 10 = 3$
4. Записать подчёркнутый компонент действия, содержащий переменную, и найти его. Можно использовать вспомогательный пример на деление: $\boxed{6 : 2 = 3} \longrightarrow \boxed{6 = 2 \cdot 3}$	$\underline{2 \cdot (x - 5)} : 10 = 3$ $2 \cdot (x - 5) = 30$

Окончание таблицы

5. Если неизвестное значение переменной нашли, то записать ответ, а если нет — вернуться к пунктам 1–4.

Для нахождения $(x - 5)$ используем вспомогательный пример:

$$2 \cdot 3 = 6 \longrightarrow 3 = 6 : 2$$

Получили уравнение с одним действием в левой части. Для его решения можно использовать вспомогательный пример:

$$5 - 2 = 3 \longrightarrow 5 = 3 + 2$$

$$1) 2 \cdot (x - 5) = 30$$

$$2) 2 \cdot (x - 5) = 30$$

$$3) 2 \cdot (x - 5) = 30$$

$$4) \underline{x - 5} = 30 : 2$$

$$x - 5 = 15$$

$$x = 15 + 5$$

$$x = 20$$

Ответ: 20.



Решаем вместе

362. Решите уравнения, используя зависимости между компонентами действий:

- а) $579 + x = 833$, $x - 485 = 485$, $x : 3 = 218$, $6 \cdot x = 726$;
 б) $x + 268 = 268$, $634 - x = 267$, $784 : x = 7$, $x \cdot 8 = 936$;
 в) $987 + x = 2000$, $x - 598 = 354$, $x \cdot 6 = 324$, $x : 6 = 156$;
 г) $y \cdot 25 = 625$, $961 : x = 31$, $13 \cdot x = 169$, $10\,000 : x = 100$.

363. Найдите корень уравнения с помощью алгоритма:

- а) $31\,752 + (968 + x) = 33\,015$; в) $14\,526 - (8479 - x) = 8479$;
 б) $327 + (x - 148) = 600$; г) $700 - (900 - m) = 233$.

364. Решите уравнение, используя алгоритм:

- а) $93 \cdot (x - 476) = 2697$; в) $38\,076 : (4003 - t) = 19$;
 б) $8150 : (m + 89) = 25$; г) $7308 : (m - 589) = 12$.

365. Примените законы арифметических действий и решите уравнение:

- а) $50 \cdot 30 \cdot x = 60\,000$; в) $26 \cdot (x \cdot 4) = 10\,920$;
 б) $30 \cdot k \cdot 10 \cdot 30 = 36\,000$; г) $26 \cdot (x - 600) = 14\,742$.

366. Решите уравнение, используя алгоритм:

а) $(y - 9) : 24 \cdot 40 = 480$; б) $222 - (560 : x + 27) = 188$.

367. Можно ли, не решая уравнение, установить:

а) на сколько неизвестное слагаемое меньше суммы, если известно, что $x + 500 = 700$;

б) на сколько неизвестное уменьшаемое больше вычитаемого, если известно, что $x - 500 = 700$;

в) во сколько раз неизвестный множитель меньше произведения, если известно, что $x \cdot 4 = 120$;

г) во сколько раз неизвестное делимое больше делителя, если известно, что $x : 4 = 120$?



Повторяем

368. Найдите значение выражения:

а) $(65 + 1440 : 32) \cdot (419 - 383)$;

б) $(37\ 296 : 37 - 17\ 780 : 35) : 250$.

369. Какие из чисел 7144, 926, 7040, 814, 1364 делятся на 4?

370. В рамках республиканской акции «Сад надежды» на пришкольном садовом участке учащимися в первый день было собрано 7 ящиков яблок, а во второй — 9 таких же ящиков. Сколько килограммов яблок собрали за два дня, если в первый день собрали на 120 кг меньше, чем во второй?

Интересно знать. Ежегодно в Республике Беларусь проводится благотворительная акция «Сад надежды». Сады с плодовыми и ягодными растениями появились на пришкольных территориях уже более двух тысяч учреждений общего среднего образования страны.

371. Школьники отправились в лыжный тур «Хуторами писателей» в заказнике «Купаловский». Мальчиков было в 3 раза больше, чем девочек. Сколько мальчиков пошло в поход, если известно, что девочек было на 6 меньше?



Проверяем себя

Вставьте пропущенные слова:

- а) Уравнением называется ..., содержащее
- б) Корнем уравнения называется значение ..., подстановка которого в уравнение даёт ... равенство.
- в) Решить уравнение — значит найти ... или доказать, что



Решаем самостоятельно

372. Решите уравнения, используя правила нахождения неизвестных компонентов действий:

- а) $a + 5435 = 7002$, $x - 6308 = 698$, $1111 - m = 222$;
- б) $60\ 123 - c = 9321$, $315 - x = 315$, $n - 486 = 1518$;
- в) $x + 494 = 494$, $y - 975 = 0$, $41\ 010 - b = 1316$;
- г) $y - 100 = 1000$, $10\ 000 - y = 100$, $x + 10\ 000 = 10\ 000$.

373. Решите уравнения и сделайте проверку:

- а) $m \cdot 8 = 48\ 512$, $801\ 750 : k = 25$, $a : 17 = 408$;
- б) $9 \cdot b = 36\ 720$, $x : 208 = 52$, $77\ 132 : n = 22$;
- в) $x \cdot 6 = 96\ 120$, $37\ 365 : c = 53$, $z : 16 = 480$;
- г) $y \cdot 8 = 960$, $y : 8 = 125$, $400 : z = 16$.

374. Решите уравнения, используя правила нахождения неизвестных компонентов действий:

- а) $x + 8720 = 15\ 301$; $9430 : x = 46$; $x \cdot 7 = 22\ 995$;
- б) $7460 + x = 30\ 162$; $x : 45 = 309$; $9 \cdot x = 37\ 602$;
- в) $x - 3276 = 26\ 724$; $55 \cdot x = 44\ 440$; $30\ 591 : x = 309$;
- г) $40\ 302 - x = 5327$; $x \cdot 24 = 12\ 072$; $x : 36 = 7200$.

375. Решите уравнение, используя алгоритм:

- а) $(a - 6502) + 23\ 916 = 40\ 146$;
- б) $(y + 4509) - 949 = 8716$;
- в) $26 \cdot (x + 427) = 15\ 756$;
- г) $7308 : (m - 589) = 12$;
- д) $6 \cdot x + 27\ 665 = 30\ 533$;
- е) $23\ 154 - 4 \cdot x = 7518$;
- ж) $a : 140 - 564 = 8396$;
- з) $k : 270 + 476 = 5207$.

376. Поезд прошёл 280 км за 4 ч. Какое расстояние пройдёт за это время автомобиль, скорость которого в 2 раза больше?

377. В книге напечатаны три рассказа. Первый рассказ занимает 92 страницы, второй — на 24 страницы меньше, чем первый, а третий — столько страниц, сколько первый и второй рассказы вместе. Сколько всего страниц в книге?



Исследуем

Сколько корней имеет уравнение $x = x$? Составьте уравнение, которое имеет больше одного корня.

§ 18. Формулы

В задачах речь может идти о таких величинах, как время, скорость, путь (расстояние) при прямолинейном движении с постоянной скоростью. Зависимость между ними можно выразить словесно: чтобы найти путь, нужно скорость движения умножить на время движения. Эту же зависимость можно выразить с помощью формулы:

$$s = v \cdot t,$$

где s — путь (расстояние), v — скорость, t — время.

Эта формула позволяет найти:

- скорость, зная путь и время: $v = s : t$,
- время, зная путь и скорость: $t = s : v$.

С помощью формул решаются многие задачи на процесс движения.

Задача 1. Скорость моторной лодки в стоячей воде 16 км/ч. Какой путь пройдёт лодка за 3 ч при движении по озеру?

Решение. По условию задачи:

$$v = 16 \text{ км/ч}, t = 3 \text{ ч.}$$

$$s = 16 \cdot 3 = 48 \text{ (км)}.$$

Ответ: 48 км.



Задача 2. Скорость течения реки 3 км/ч. На сколько километров река отнесёт плот за 3 ч?