

62. Количество рыб, пойманных сыном, составляет $\frac{2}{5}$ от количества рыб, пойманных отцом. Сколько рыб поймал сын, если отец поймал 15 рыб? Какую часть составляет количество рыб, пойманных сыном, от общего улова?

63. Запишите, какую часть меньшая единица измерения составляет от большей:

а) 3 мм = ... см, 9 см = ... м, 17 м = ... км;

б) 5 г = ... кг, 7 ц = ... т, 12 кг = ... ц.



Исследуем

Водные ресурсы Беларуси включают в себя многочисленные водоёмы: реки, озёра, болота и др. Для изучения биологического разнообразия озера выловили 80 рыб, их поместили и выпустили в озеро. На второй день выловили 150 рыб, среди которых оказалось 5 помеченных. Можно ли определить, сколько рыб в озере? Где ещё можно применить такой способ?

§ 3. Правильные и неправильные дроби. Смешанные числа

Дроби, как и натуральные числа, можно изображать точками на координатном луче. Например, чтобы изобразить дроби $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{8}{8}$ на луче:

1) выберем единичный отрезок (лучше взять его достаточно большим, например равным длине 8 клеток);

2) разделим его на 8 равных частей. Отметим дроби, соответствующие этим равным частям (рис. 7).



Рис. 7

Единице соответствует дробь $\frac{8}{8}$, числу 2 соответствует дробь $\frac{16}{8}$. Между числами 1 и 2 отмечены числа $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{8}$, Между числами 2 и 3 отмечают числа $\frac{17}{8}$, $\frac{18}{8}$,



У каждой из дробей $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$ **числитель меньше знаменателя**. Такие дроби называют **правильными**. Они расположены левее числа 1.

У дроби $\frac{8}{8}$ **числитель равен знаменателю**, а у каждой из дробей $\frac{11}{8}$, $\frac{16}{8}$ **числитель больше знаменателя**. Такие дроби называют **неправильными**. Они расположены правее числа 1 или совпадают с числом 1.



Правильные дроби меньше 1, а неправильные — больше или равны 1.

Заметим, что числа $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{8}$ больше 1, их можно представить в виде: $\frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$, $\frac{10}{8} = 1\frac{2}{8}$. Говорят: из неправильной дроби **выделили целую и дробную части**. Полученные числа $1\frac{1}{8}$, $1\frac{2}{8}$ называют **смешанными числами**.

Если мы числитель какой-либо неправильной дроби, например $\frac{19}{8}$, разделим на знаменатель с остатком, то найдём, сколько целых единиц содержится в этом числе — 2. Остаток 3 покажет, сколько останется в числе восьмых частей, значит, $\frac{19}{8} = 2\frac{3}{8}$. Получили смешанное число $2\frac{3}{8}$, равное неправильной дроби $\frac{19}{8}$.

Смешанное число состоит из целой и дробной частей. Например, у смешанного числа $1\frac{2}{3}$ число 1 называют **целой частью**, а число $\frac{2}{3}$ — **дробной частью** числа.



Из любой неправильной дроби можно выделить целую и дробную части.



Чтобы из неправильной дроби выделить целую и дробную части, нужно:

- 1) разделить с остатком числитель на знаменатель;
- 2) неполное частное записать целой частью смешанного числа, остаток — числителем дробной части смешанного числа, а делитель — знаменателем дробной части смешанного числа.

Пример 1. Выделите целую и дробную части из неправильной дроби: а) $\frac{9}{4}$; б) $\frac{29}{13}$.

Решение.

$$\text{а) } \frac{9}{4} = (9 : 4 = 2 \text{ (остаток } 1)) = 2\frac{1}{4};$$

$$\text{б) } \frac{29}{13} = (29 : 13 = 2 \text{ (остаток } 3)) = 2\frac{3}{13}.$$

Можно решить обратную задачу: смешанное число записать в виде неправильной дроби. Например, число $3\frac{2}{5}$ запишем в виде неправильной дроби. Для этого **определим числитель искомой дроби** — он равен делимому при делении с остатком. Частное 3 умножим на делитель 5 и прибавим остаток 2, получим 17 — числитель дроби, а **знаменатель оставим прежним**, т. е. 5. Получим

неправильную дробь: $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$.

$$\frac{\text{■} \triangle}{\text{●}} = \frac{\text{■} \cdot \text{●} + \triangle}{\text{●}}$$



Чтобы смешанное число записать в виде неправильной дроби, нужно:

- 1) умножить целую часть на знаменатель дробной части и к полученному произведению прибавить числитель дробной части;
- 2) записать полученное число в числитель дроби;
- 3) знаменатель дробной части оставить без изменения.

Пример 2. Запишите смешанное число в виде неправильной дроби: а) $1\frac{2}{3}$; б) $4\frac{1}{2}$; в) $3\frac{3}{4}$.

Решение.

$$\text{а) } 1\frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{5}{3}; \quad \text{б) } 4\frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{9}{2}; \quad \text{в) } 3\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{15}{4}.$$



Решаем вместе

64. Начертите координатный луч с единичным отрезком, равным длине 9 клеток. Изобразите точки с координатами: $\frac{1}{9}, \frac{4}{9}, \frac{7}{9}, \frac{9}{9}, \frac{13}{9}, \frac{14}{9}, \frac{18}{9}, \frac{16}{9}$.

65. Выберите единичный отрезок и отметьте на координатном луче точки, координаты которых равны:

$$\text{а) } \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{4}{6}, \frac{6}{6}, \frac{9}{6}; \quad \text{б) } \frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{5}{5}, \frac{7}{5}, \frac{10}{5}.$$

66. Напишите несколько правильных и несколько неправильных дробей, а затем запишите:

- а) все правильные дроби со знаменателем 7;
б) все неправильные дроби с числителем 8.

67. Определите, при каких значениях m дробь:

$$\text{а) } \frac{m}{10} \text{ будет правильной;} \quad \text{б) } \frac{12}{m} \text{ будет неправильной.}$$

68. Выделите целую и дробную части из неправильной дроби и запишите смешанное число:

$$\text{а) } \frac{7}{2}, \frac{29}{10}, \frac{303}{100}, \frac{20}{3}, \frac{20}{7}, \frac{20}{9}, \frac{20}{11};$$

$$\text{б) } \frac{9}{5}, \frac{13}{10}, \frac{411}{100}, \frac{200}{3}, \frac{200}{7}, \frac{200}{9}, \frac{200}{11};$$

$$\text{в) } \frac{5}{4}, \frac{39}{10}, \frac{127}{100}, \frac{200}{30}, \frac{200}{70}, \frac{200}{90}, \frac{200}{110}.$$

69. Запишите частное в виде смешанного числа:

- а) $7 : 3$, $30 : 7$, $73 : 10$; в) $15 : 4$, $20 : 11$, $99 : 30$;
 б) $10 : 7$, $25 : 6$, $103 : 20$; г) $17 : 2$, $40 : 9$, $509 : 100$.

70. Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:

- а) $1\frac{5}{6}$, $2\frac{3}{4}$, $5\frac{2}{9}$, $7\frac{7}{10}$, $1\frac{3}{7}$, $2\frac{5}{7}$, $1\frac{3}{8}$, $2\frac{5}{8}$;
 б) $1\frac{7}{8}$, $3\frac{2}{3}$, $7\frac{3}{5}$, $2\frac{11}{100}$, $1\frac{3}{11}$, $2\frac{5}{11}$, $3\frac{3}{11}$, $4\frac{5}{8}$;
 в) $2\frac{1}{5}$, $5\frac{3}{10}$, $10\frac{7}{9}$, $20\frac{2}{7}$, $4\frac{3}{5}$, $2\frac{5}{6}$, $3\frac{3}{4}$, $4\frac{5}{7}$;
 г) $1\frac{3}{4}$, $2\frac{5}{6}$, $5\frac{4}{9}$, $7\frac{3}{10}$, $10\frac{1}{7}$, $2\frac{17}{100}$, $6\frac{4}{15}$, $13\frac{7}{22}$.

71. Сократите дробь и выделите из неё целую и дробную части:

- а) $\frac{6}{4}$, $\frac{16}{12}$, $\frac{28}{21}$; в) $\frac{8}{6}$, $\frac{24}{20}$, $\frac{14}{4}$; д) $\frac{34}{16}$, $\frac{38}{6}$, $\frac{42}{8}$;
 б) $\frac{9}{6}$, $\frac{20}{8}$, $\frac{100}{75}$; г) $\frac{200}{36}$, $\frac{400}{28}$, $\frac{500}{90}$; е) $\frac{40}{30}$, $\frac{60}{21}$, $\frac{84}{26}$.



Повторяем

72. Выполните деление с остатком, записывая процесс деления уголком:

- а) $57 : 10$; в) $83 : 8$; д) $249 : 100$;
 б) $26 : 5$; г) $100 : 7$; е) $1043 : 100$.

73. Решите уравнение:

- а) $(x - 6) \cdot 9 = 171$; в) $1512 : (72 - y) = 36$;
 б) $n : 19 - 24 = 14$; г) $6 \cdot x + 2 \cdot x + 30 = 70$.

Решите задачи 74–77.

74. В детском парке на карусели катались дети. Через некоторое время пришли ещё 7 мальчиков, а 13 девочек ушли, и на карусели стали кататься 26 детей. Сколько детей катались на карусели первоначально?

75. Ленту длиной 7 м разрезали на 11 равных частей. Найдите длину каждой части ленты.

76. Теплоход за 3 ч прошёл вверх по реке 69 км. Собственная скорость теплохода 25 км/ч. Какова скорость течения реки?

77. Расстояние между Минском и Санкт-Петербургом равно 791 км. Одновременно навстречу друг другу вышли два автобуса и встретились через 7 ч. Определите скорость второго автобуса, если скорость первого равна 60 км/ч.



Проверяем себя

Назовите пропущенные слова:

- а) Правильные дроби ... 1, а неправильные — ... или ... 1.
- б) Чтобы из неправильной дроби выделить целую и дробную части, нужно:
 - 1) разделить с остатком ... на ...;
 - 2) неполное частное записать ... смешанного числа, остаток — ..., а делитель — ... дробной части смешанного числа.
- в) Чтобы смешанное число записать в виде неправильной дроби, нужно:
 - 1) умножить целую часть на ... дробной части и к полученному произведению прибавить ... дробной части;
 - 2) записать полученное число в ... дроби;
 - 3) знаменатель дробной части оставить



Решаем самостоятельно

78. Начертите координатный луч и отметьте точки с координатами: $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{12}{4}$.

79. Запишите:

- а) все правильные дроби со знаменателем 8;
- б) все неправильные дроби с числителем 7.

80. Выделите целую и дробную части из дроби, разделив числитель на знаменатель с остатком:

а) $\frac{20}{7}$; б) $\frac{43}{10}$; в) $\frac{209}{100}$; г) $\frac{16}{3}$.

81. Запишите частное в виде смешанного числа:

а) $9 : 4$; б) $24 : 11$; в) $54 : 5$; г) $105 : 9$.

82. Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:

а) $3\frac{1}{6}$; б) $9\frac{3}{4}$; в) $5\frac{8}{9}$; г) $1\frac{19}{100}$.

83. Сократите дроби и выделите из них целую и дробную части: $\frac{10}{8}$, $\frac{30}{20}$, $\frac{45}{25}$.

Решите задачи 84, 85.

84. Три килограмма фруктовых батончиков расфасовали поровну в 8 одинаковых пакетов. Найдите массу фруктовых батончиков в каждом пакете.

85. Велосипедист, скорость которого 15 км/ч, и пешеход, скорость которого в 3 раза меньше, отправились одновременно из одного пункта в противоположных направлениях. Какое расстояние будет между ними через 2 ч?



Исследуем

К числителю дроби $\frac{2}{3}$ несколько раз прибавили число 2026, а к знаменателю — 2027. Может ли после сокращения получиться дробь, равная $\frac{3}{5}$?

§ 4. Сравнение дробных чисел

С помощью координатного луча мы установили, что любая неправильная дробь больше правильной дроби, так как неправильная дробь больше или равна 1, а правильная — меньше 1.