

80. Выделите целую и дробную части из дроби, разделив числитель на знаменатель с остатком:

а) $\frac{20}{7}$; б) $\frac{43}{10}$; в) $\frac{209}{100}$; г) $\frac{16}{3}$.

81. Запишите частное в виде смешанного числа:

а) $9 : 4$; б) $24 : 11$; в) $54 : 5$; г) $105 : 9$.

82. Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:

а) $3\frac{1}{6}$; б) $9\frac{3}{4}$; в) $5\frac{8}{9}$; г) $1\frac{19}{100}$.

83. Сократите дроби и выделите из них целую и дробную части: $\frac{10}{8}$, $\frac{30}{20}$, $\frac{45}{25}$.

Решите задачи 84, 85.

84. Три килограмма фруктовых батончиков расфасовали поровну в 8 одинаковых пакетов. Найдите массу фруктовых батончиков в каждом пакете.

85. Велосипедист, скорость которого 15 км/ч, и пешеход, скорость которого в 3 раза меньше, отправились одновременно из одного пункта в противоположных направлениях. Какое расстояние будет между ними через 2 ч?



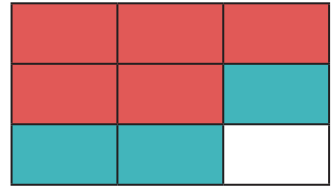
Исследуем

К числителю дроби $\frac{2}{3}$ несколько раз прибавили число 2026, а к знаменателю — 2027. Может ли после сокращения получиться дробь, равная $\frac{3}{5}$?

§ 4. Сравнение дробных чисел

С помощью координатного луча мы установили, что любая неправильная дробь больше правильной дроби, так как неправильная дробь больше или равна 1, а правильная — меньше 1.

1. Сравним дроби с одинаковыми знаменателями, например $\frac{8}{9}$ и $\frac{5}{9}$ (рис. 8). Ясно, что 8 равных частей составляют большую часть прямоугольника, чем 5.



$$\frac{8}{9} > \frac{5}{9}$$

Рис. 8



Из двух дробей с одинаковыми знаменателями **больше** та, у которой **числитель больше**, и **меньше** та, у которой **числитель меньше**.

2. Сравним дроби с одинаковыми числителями, например, $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{4}$ (рис. 9).

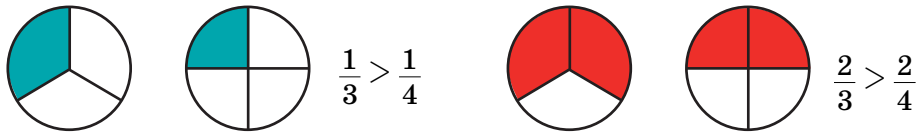


Рис. 9



Из двух дробей с одинаковыми числителями **больше** та, у которой **знаменатель меньше**, и **меньше** та, у которой **знаменатель больше**.

3. Сравним дроби с разными числителями и знаменателями: $\frac{4}{7}$ и $\frac{5}{8}$.

Воспользуемся основным свойством дроби: числитель и знаменатель первой дроби умножим на 8, а числитель и знаменатель второй дроби — на 7. Получим две дроби, соответственно равные данным дробям, с равными знаменателями:

$$\frac{4}{7} = \frac{32}{56}, \quad \frac{5}{8} = \frac{35}{56}.$$

По правилу сравнения дробей с равными знаменателями определяем: $\frac{32}{56} < \frac{35}{56}$, т. е. $\frac{4}{7} < \frac{5}{8}$.

Таким образом, чтобы сравнить две дроби с разными знаменателями, нужно, воспользовавшись основным свойством дроби, заменить их соответственно равными им дробями с равными знаменателями; говорят: **привести дроби к общему знаменателю**.

Число, на которое умножают числитель и знаменатель первой дроби, называют **дополнительным множителем для первой дроби**, а число, на которое умножают числитель и знаменатель второй дроби, называют **дополнительным множителем для второй дроби**.



Правила приведения дробей к общему знаменателю

1. Если знаменатели дробей — взаимно простые числа, то числитель и знаменатель первой дроби нужно умножить на знаменатель второй дроби, числитель и знаменатель второй дроби нужно умножить на знаменатель первой дроби.

Пример 1. Приведите к общему знаменателю дроби $\frac{1}{6}$ и $\frac{2}{25}$.

Решение. $\frac{1 \cdot 25}{6 \cdot 25} = \frac{25}{150}$; $\frac{2 \cdot 6}{25 \cdot 6} = \frac{12}{150}$.

2. Если знаменатели дробей — не взаимно простые числа, то нужно:

- 1) найти наименьшее общее кратное (НОК) знаменателей;
- 2) разделить НОК на знаменатель первой дроби (получим дополнительный множитель для первой дроби);
- 3) разделить НОК на знаменатель второй дроби (получим дополнительный множитель для второй дроби);
- 4) умножить числитель и знаменатель каждой дроби на соответствующий дополнительный множитель.

Пример 2. Приведите к общему знаменателю дроби $\frac{1}{6}$ и $\frac{2}{15}$.

Решение.

- 1) НОК (6; 15) = 30.
- 2) $30 : 6 = 5$ — дополнительный множитель для первой дроби.

3) $30 : 15 = 2$ — дополнительный множитель для второй дроби.

$$4) \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{5}{30}; \quad \frac{2}{15} = \frac{2 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{4}{30}.$$



Общее правило приведения дробей к общему знаменателю

Чтобы привести две дроби к общему знаменателю, нужно:

1) разложить знаменатель каждой дроби на простые множители;

2) умножить числитель и знаменатель первой дроби на недостающие множители из разложения знаменателя второй дроби;

3) умножить числитель и знаменатель второй дроби на недостающие множители из разложения знаменателя первой дроби.

Пример 3. Приведите к общему знаменателю дроби $\frac{5}{18}$ и $\frac{2}{15}$.

Решение.

1) Разложим знаменатели на простые множители:

$$18 = 3 \cdot 3 \cdot 2, \quad 15 = 3 \cdot 5.$$

2) Умножим числитель и знаменатель первой дроби на недостающий множитель 5 из разложения числа 15:

$$\frac{5}{18} = \frac{5 \cdot 5}{18 \cdot 5} = \frac{25}{90}.$$

3) Умножим числитель и знаменатель второй дроби на недостающие множители 2 и 3 из разложения числа 18:

$$\frac{2}{15} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{15 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{12}{90}.$$

Получили дроби с общим знаменателем 90.



Чтобы сравнить смешанные числа, нужно сравнить их целые части:

- 1) бóльшим будет то число, у которого целая часть больше;
 2) если целые части равны, бóльшим будет то число, у которого дробная часть больше.

Пример 4. Сравните числа: а) $3\frac{5}{7}$ и $1\frac{12}{13}$; б) $3\frac{1}{4}$ и $3\frac{1}{3}$.

Решение. а) Так как целая часть первого числа (3) больше целой части второго числа (1), то $3\frac{5}{7} > 1\frac{12}{13}$.

б) Целые части смешанных чисел равны, сравним дробные: $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$, следовательно, $3\frac{1}{4} < 3\frac{1}{3}$.



Решаем вместе

86. Сравните дроби:

- а) $\frac{3}{10}$ и $\frac{7}{10}$, $\frac{1}{11}$ и $\frac{4}{11}$, $\frac{8}{8}$ и $\frac{9}{8}$, $\frac{5}{5}$ и $\frac{10}{10}$;
 б) $\frac{13}{19}$ и $\frac{3}{19}$, $\frac{5}{7}$ и $\frac{2}{7}$, $\frac{9}{4}$ и $\frac{4}{4}$, $\frac{2}{2}$ и $\frac{9}{9}$;
 в) $\frac{11}{13}$ и $\frac{13}{13}$, $\frac{2}{9}$ и $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{6}$ и $\frac{7}{7}$, $\frac{3}{3}$ и $\frac{8}{3}$.

87. Расположите дроби в порядке возрастания:

$$\frac{5}{19}, \frac{7}{19}, \frac{3}{19}, \frac{12}{19}, \frac{9}{19}, \frac{19}{19}, \frac{4}{19}, \frac{18}{19}, \frac{15}{19}, \frac{1}{19}.$$

88. Расположите дроби в порядке убывания:

$$\frac{33}{100}, \frac{17}{100}, \frac{51}{100}, \frac{9}{100}, \frac{45}{100}, \frac{99}{100}, \frac{3}{100}, \frac{11}{100}.$$

89. Определите, какая из дробей больше:

- а) $\frac{1}{3}$ или $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{7}$ или $\frac{2}{3}$; в) $\frac{1}{11}$ или $\frac{1}{12}$, $\frac{3}{10}$ или $\frac{3}{100}$;
 б) $\frac{1}{7}$ или $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{9}$ или $\frac{5}{11}$; г) $\frac{7}{13}$ или $\frac{7}{15}$, $\frac{6}{8}$ или $\frac{6}{10}$.

90. Приведите дроби к общему знаменателю, используя правило приведения к общему знаменателю дробей со взаимно простыми знаменателями:

- а) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{3}$; г) $\frac{1}{10}$ и $\frac{7}{9}$; ж) $\frac{8}{11}$ и $\frac{2}{5}$;
 б) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{7}$; д) $\frac{3}{7}$ и $\frac{5}{6}$; з) $\frac{3}{13}$ и $\frac{3}{8}$;
 в) $\frac{3}{5}$ и $\frac{1}{8}$; е) $\frac{4}{9}$ и $\frac{3}{4}$; и) $\frac{11}{15}$ и $\frac{13}{16}$.

91. Приведите дроби к общему знаменателю и сравните их:

- а) $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{8}$; г) $\frac{1}{2}$ и $\frac{5}{12}$; ж) $\frac{17}{150}$ и $\frac{7}{30}$;
 б) $\frac{2}{9}$ и $\frac{1}{3}$; д) $\frac{7}{10}$ и $\frac{9}{40}$; з) $\frac{29}{180}$ и $\frac{5}{18}$;
 в) $\frac{2}{5}$ и $\frac{7}{20}$; е) $\frac{4}{25}$ и $\frac{8}{75}$; и) $\frac{2}{91}$ и $\frac{5}{182}$.

92. Приведите дроби к общему знаменателю, используя общее правило приведения дробей к общему знаменателю:

- а) $\frac{4}{9}$ и $\frac{1}{6}$; г) $\frac{9}{10}$ и $\frac{1}{15}$; ж) $\frac{9}{35}$ и $\frac{1}{42}$;
 б) $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{8}$; д) $\frac{2}{15}$ и $\frac{5}{9}$; з) $\frac{2}{55}$ и $\frac{3}{22}$;
 в) $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{10}$; е) $\frac{1}{30}$ и $\frac{3}{40}$; и) $\frac{5}{91}$ и $\frac{2}{39}$.

93. Сравните числа:

- а) $1\frac{4}{5}$ и $4\frac{7}{9}$, $2\frac{2}{3}$ и $1\frac{11}{12}$, $1\frac{3}{8}$ и $1\frac{5}{12}$;
 б) 5 и $\frac{17}{4}$, $\frac{31}{6}$ и $6\frac{1}{7}$, $\frac{15}{4}$ и $\frac{19}{6}$;
 в) $4\frac{2}{7}$ и $4\frac{3}{11}$, $2\frac{4}{25}$ и $2\frac{2}{5}$, $3\frac{3}{16}$ и $2\frac{5}{12}$;
 г) $3\frac{26}{27}$ и $5\frac{55}{63}$, $2\frac{3}{16}$ и $2\frac{9}{56}$, $3\frac{4}{121}$ и $3\frac{2}{99}$.

94. Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

- а) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$; в) $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{8}$ и $\frac{2}{9}$; д) $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{15}$;
 б) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{5}$; г) $\frac{3}{10}$, $\frac{2}{25}$ и $\frac{4}{15}$; е) $\frac{7}{24}$, $\frac{5}{36}$, $\frac{11}{48}$ и $\frac{13}{54}$.



Повторяем

95. Представьте натуральные числа в виде дробей несколькими способами:

- а) 2, 7, 1; б) 3, 9, 12.

96. Сократите дроби: $\frac{8}{20}$, $\frac{6}{15}$, $\frac{20}{35}$, $\frac{27}{45}$, $\frac{150}{180}$.

Решите задачи 97–100.

97. Какое наибольшее число одинаковых наборов цветной бумаги можно составить, используя 36 зелёных, 48 красных и 24 жёлтых листа?

98. Учащиеся двух школ собрали 15 750 кг макулатуры. На долю первой школы приходится $\frac{5}{9}$ собранной макулатуры. Сколько килограммов макулатуры собрали учащиеся второй школы?

99. Гречихой в фермерском хозяйстве засеяли $\frac{3}{5}$ поля, что составило 150 га. Найдите площадь всего поля.

100. В школьную студию пения записалось несколько учащихся, причём $\frac{3}{5}$ этих учащихся — из начальных классов, а 12 — из старших. Сколько учащихся записалось в студию?



Проверяем себя

Назовите пропущенные слова:

- а) Любая ... дробь больше ... дроби.
 б) Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, у которой ..., и меньше та, у которой

в) Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой ..., и меньше та, у которой

г) Чтобы сравнить смешанные числа, нужно сравнить их целые части:

1) бóльшим будет то число, у которого целая часть ...;

2) если целые части ..., бóльшим будет то число, у которого дробная часть

д) Чтобы привести две дроби к общему знаменателю, нужно:

1) разложить знаменатель каждой дроби на ... множители;

2) умножить числитель и знаменатель первой дроби на ... множители из разложения знаменателя ... дроби;

3) умножить числитель и знаменатель второй дроби на ... множители из разложения знаменателя ... дроби.



Решаем самостоятельно

101. Сравните дроби:

а) $\frac{5}{9}$ и $\frac{8}{9}$; б) $\frac{7}{10}$ и $\frac{3}{10}$; в) $\frac{8}{3}$ и $\frac{3}{3}$; г) $\frac{7}{7}$ и $\frac{4}{4}$.

102. Расположите дроби в порядке убывания:

$$\frac{33}{70}, \frac{17}{70}, \frac{51}{70}, \frac{9}{70}, \frac{45}{70}, \frac{69}{70}.$$

103. Определите, какая из дробей меньше:

а) $\frac{1}{9}$ или $\frac{1}{12}$; б) $\frac{2}{15}$ или $\frac{2}{5}$; в) $\frac{7}{3}$ или $\frac{7}{4}$; г) $\frac{16}{13}$ или $\frac{16}{15}$.

104. Сравните числа:

а) 4 и $\frac{15}{4}$; б) $\frac{19}{5}$ и $\frac{21}{5}$; в) $\frac{4}{3}$ и $\frac{5}{4}$; г) $\frac{24}{7}$ и $3\frac{2}{7}$.

105. Приведите дроби к общему знаменателю, используя правило приведения к общему знаменателю дробей со взаимно простыми знаменателями:

а) $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{4}$; б) $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{11}$; в) $\frac{4}{7}$ и $\frac{2}{3}$; г) $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{13}$.

106. Сравните числа:

а) $1\frac{3}{4}$ и $1\frac{11}{12}$; б) $2\frac{4}{5}$ и $2\frac{7}{15}$; в) $3\frac{1}{6}$ и $3\frac{13}{24}$; г) $4\frac{3}{7}$ и $4\frac{45}{56}$.

107. Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

а) $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{18}$, $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{4}$; в) $\frac{4}{7}$ и $\frac{5}{12}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{1}{15}$, $\frac{2}{9}$ и $\frac{7}{12}$;

б) $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{16}$ и $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{12}$ и $\frac{3}{10}$; г) $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{11}$, $\frac{2}{7}$ и $\frac{10}{21}$, $\frac{19}{60}$ и $\frac{9}{80}$.

108. Сравните дроби с разными знаменателями:

а) $\frac{2}{3}$ и $\frac{7}{10}$; б) $\frac{3}{8}$ и $\frac{15}{32}$; в) $\frac{5}{18}$ и $\frac{7}{12}$.



Исследуем

Сравните дроби $\frac{373}{777}$ и $\frac{37}{77}$. Выполните задание несколькими способами.

§ 5. Сложение и вычитание обыкновенных дробей

Задача 1. До обеда было отремонтировано $\frac{3}{8}$ прямолинейной беговой дорожки, а после обеда — $\frac{2}{8}$ дорожки (рис. 10). Какую часть дорожки отремонтировали за день?

Решение. Сложим все части дорожки, которые были отремонтированы: $3 + 2$. Каждая из этих частей равна одной восьмой всей дорожки, значит, результат сложения есть дробь $\frac{5}{8}$. Её числитель равен сумме числителей данных дробей, а знаменатель равен знаменателю данных дробей, т. е. $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8} = \frac{5}{8}$.

	1	$\frac{3}{8}$
	2	
	3	
	4	$\frac{2}{8}$
	5	
	6	
	7	
	8	

Рис. 10