

106. Сравните числа:

а) $1\frac{3}{4}$ и $1\frac{11}{12}$; б) $2\frac{4}{5}$ и $2\frac{7}{15}$; в) $3\frac{1}{6}$ и $3\frac{13}{24}$; г) $4\frac{3}{7}$ и $4\frac{45}{56}$.

107. Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

а) $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{18}$, $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{4}$; в) $\frac{4}{7}$ и $\frac{5}{12}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{1}{15}$, $\frac{2}{9}$ и $\frac{7}{12}$;

б) $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{16}$ и $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{12}$ и $\frac{3}{10}$; г) $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{11}$, $\frac{2}{7}$ и $\frac{10}{21}$, $\frac{19}{60}$ и $\frac{9}{80}$.

108. Сравните дроби с разными знаменателями:

а) $\frac{2}{3}$ и $\frac{7}{10}$; б) $\frac{3}{8}$ и $\frac{15}{32}$; в) $\frac{5}{18}$ и $\frac{7}{12}$.



Исследуем

Сравните дроби $\frac{373}{777}$ и $\frac{37}{77}$. Выполните задание несколькими способами.

§ 5. Сложение и вычитание обыкновенных дробей

Задача 1. До обеда было отремонтировано $\frac{3}{8}$ прямолинейной беговой дорожки, а после обеда — $\frac{2}{8}$ дорожки (рис. 10). Какую часть дорожки отремонтировали за день?

Решение. Сложим все части дорожки, которые были отремонтированы: $3 + 2$. Каждая из этих частей равна одной восьмой всей дорожки, значит, результат сложения есть дробь $\frac{5}{8}$. Её числитель равен сумме числителей данных дробей, а знаменатель равен знаменателю данных дробей, т. е. $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8} = \frac{5}{8}$.

	1	$\frac{3}{8}$
	2	
	3	
	4	$\frac{2}{8}$
	5	
	6	
	7	
	8	

Рис. 10



Правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями

При сложении дробей с одинаковыми знаменателями числители дробей складывают, а знаменатель оставляют тем же, т. е. для сложения дробей нужно:

1) сложить числители данных дробей и сумму записать в числитель новой дроби;

2) в знаменатель новой дроби записать прежний знаменатель;

3) если можно:

- сократить полученную дробь;
- выделить целую и дробную части из неправильной дроби.

Пример 1. Сложите дроби: а) $\frac{2}{9}$ и $\frac{5}{9}$; б) $\frac{1}{15}$, $\frac{2}{15}$ и $\frac{5}{15}$.

Решение.

$$\text{а) } \frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{7}{9}; \quad \text{б) } \frac{1}{15} + \frac{2}{15} + \frac{5}{15} = \frac{1+2+5}{15} = \frac{8}{15}.$$

Задача 2. Обед пятиклассника содержит $\frac{5}{8}$ от суточной нормы витамина С, а ужин — на $\frac{3}{8}$ суточной нормы витамина С меньше, чем обед. Какую часть суточной нормы витамина С содержит ужин пятиклассника?

Решение. Для решения задачи нужно из числа $\frac{5}{8}$ вычесть число $\frac{3}{8}$. Если из пяти одинаковых частей вычесть три такие же части, останутся две части. Каждая из этих частей есть одна восьмая, значит, результат вычитания равен дроби $\frac{2}{8}$. Её числитель равен разности числителей уменьшаемого и вычитаемого, а знаменатель равен знаменателю данных дробей, т. е. $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.



Правило вычитания дробей с одинаковыми знаменателями

При вычитании дробей с одинаковыми знаменателями из числителя уменьшаемого вычитают числитель вычитаемого, а знаменатель оставляют тем же, т. е. для вычитания дробей нужно:

- 1) вычесть из числителя уменьшаемого числитель вычитаемого и разность записать в числитель новой дроби;
- 2) в знаменатель новой дроби записать прежний знаменатель;
- 3) если можно:
 - сократить полученную дробь;
 - выделить целую и дробную части из неправильной дроби.

Пример 2. Выполните вычитание: $\frac{9}{20} - \frac{7}{20}$.

Решение. $\frac{9}{20} - \frac{7}{20} = \frac{9-7}{20} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.



Правило сложения (вычитания) дробей с разными знаменателями

Чтобы выполнить сложение (вычитание) дробей с разными знаменателями, нужно привести их к общему знаменателю, а затем применить правило сложения (вычитания) дробей с одинаковыми знаменателями.

Пример 3. Выполните действия: а) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$; б) $\frac{3}{14} - \frac{2}{21}$.

Решение. а) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10+9}{15} = \frac{19}{15} = 1 \frac{4}{15}$;

б) $\frac{3}{14} - \frac{2}{21} = \frac{3 \cdot 3}{14 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 2}{21 \cdot 2} = \frac{9-4}{42} = \frac{5}{42}$.



Решаем вместе

109. Выполните действия, применив правила сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями:

а) $\frac{1}{7} + \frac{3}{7}, \frac{7}{20} + \frac{7}{20}, \frac{8}{15} - \frac{2}{15}, \frac{19}{40} - \frac{3}{40};$

б) $\frac{4}{10} + \frac{3}{10}, \frac{5}{12} + \frac{1}{12}, \frac{7}{9} - \frac{1}{9}, \frac{14}{25} - \frac{4}{25};$

в) $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}, \frac{2}{15} + \frac{7}{15}, \frac{7}{12} - \frac{5}{12}, \frac{23}{60} - \frac{13}{60}.$

110. Выполните действия, используя правила сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями:

а) $\frac{5}{18} + \frac{3}{18} + \frac{1}{18}, \frac{9}{13} - \frac{3}{13} - \frac{4}{13};$

б) $\frac{4}{25} + \frac{2}{25} + \frac{9}{25}, \frac{10}{17} - \frac{1}{17} - \frac{2}{17}.$

111. Выполните действия, применив правила сложения и вычитания дробей с разными знаменателями:

а) $\frac{1}{3} + \frac{2}{7}, \frac{7}{10} - \frac{3}{5}, \frac{3}{8} + \frac{9}{20};$

д) $\frac{5}{9} + \frac{2}{7}, \frac{6}{7} - \frac{14}{49}, \frac{5}{6} - \frac{8}{15};$

б) $\frac{4}{9} + \frac{1}{5}, \frac{5}{6} - \frac{1}{2}, \frac{11}{20} + \frac{7}{15};$

е) $\frac{5}{6} + \frac{4}{5}, \frac{19}{60} - \frac{3}{20}, \frac{13}{15} - \frac{13}{20};$

в) $\frac{2}{3} - \frac{2}{5}, \frac{1}{2} + \frac{5}{8}, \frac{5}{9} - \frac{5}{12};$

ж) $\frac{5}{7} + \frac{7}{9}, \frac{29}{60} - \frac{7}{30}, \frac{5}{42} + \frac{10}{63};$

г) $\frac{3}{5} - \frac{4}{7}, \frac{4}{9} + \frac{4}{27}, \frac{7}{12} - \frac{3}{20};$

з) $\frac{3}{4} + \frac{5}{9}, \frac{7}{8} - \frac{5}{24}, \frac{7}{24} + \frac{11}{40}.$

112. Найдите значение числового выражения, используя правила сложения и вычитания дробей:

а) $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12};$

в) $\frac{5}{6} - \frac{3}{16} + \frac{5}{12};$

д) $\frac{7}{15} + \frac{2}{5} - \frac{2}{3};$

б) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{2}{5};$

г) $\frac{2}{3} - \frac{2}{5} + \frac{1}{4};$

е) $\frac{1}{4} + \frac{5}{6} - \frac{5}{12}.$

113. Найдите значения числовых выражений:

- а) $\left(\frac{7}{20} + \frac{3}{10}\right) - \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{16}\right), \quad \frac{3}{10} + \frac{11}{100} - \frac{1}{5};$
б) $\frac{11}{18} - \frac{3}{24} - \left(\frac{5}{36} + \frac{1}{12}\right), \quad \frac{79}{100} - \frac{11}{100} - \frac{2}{25}.$

114. Определите, значение какого выражения больше:

- а) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ или $\frac{1}{2} + \frac{1}{4};$ б) $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$ или $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}.$

115. Решите уравнение, используя зависимости между компонентами действий:

- а) $x + \frac{7}{18} = \frac{13}{24};$ в) $\frac{8}{15} - k = \frac{2}{9};$ д) $y - \frac{9}{20} = \frac{5}{8} - \frac{3}{10};$
б) $\frac{11}{16} + m = \frac{17}{20};$ г) $x - \frac{3}{5} = \frac{2}{9};$ е) $n + \frac{3}{20} = \frac{7}{12} + \frac{1}{9}.$

116. Найдите корень уравнения, используя алгоритм решения уравнения:

- а) $\frac{3}{4} - \left(\frac{7}{8} - a\right) = \frac{1}{8};$ в) $\frac{3}{4} - \left(x + \frac{1}{12}\right) = \frac{1}{5};$
б) $\left(\frac{5}{6} - n\right) - \frac{1}{3} = \frac{5}{12};$ г) $\frac{2}{3} - \left(x - \frac{1}{21}\right) = \frac{2}{7}.$

Решите задачи 117–124.

117. За каждый час первая труба наполняет $\frac{1}{4}$ бассейна, а вторая — $\frac{1}{3}$ бассейна. Какую часть бассейна наполняют обе трубы за 1 ч совместной работы?

118. В фермерском хозяйстве за первый день убран урожай с $\frac{1}{8}$ картофельного поля, а за второй — с $\frac{1}{6}$. С какой части картофельного поля убран урожай за два дня?

119. Занятие в кружке длится $\frac{3}{4}$ ч, перемена — $\frac{1}{6}$ ч. Какую часть часа длится занятие с переменой вместе?

120. Тракторная бригада в первый день вспахала $\frac{7}{30}$ участка, во второй день — $\frac{2}{5}$ участка, а в третий день — оставшиеся 220 га. Найдите площадь участка.

121. В одной коробке $\frac{1}{2}$ кг конфет, в другой — на $\frac{1}{4}$ кг меньше. Сколько килограммов конфет в двух коробках?

122. Во время жатвы один комбайнер может собрать урожай пшеницы с одного поля за 3 дня, а другой комбайнер с такого же поля уберёт пшеницу за 2 дня. С какой части поля уберут пшеницу за 1 день комбайнеры, работая вместе?

123. Такси двигалось до остановки $\frac{3}{5}$ ч, а оставшийся путь занял на $\frac{1}{20}$ ч меньше. Сколько времени занял весь маршрут, если на остановку такси потребовалось $\frac{1}{12}$ ч?

124. Туристы в пешем походе по озёрам Сорочанские и Голубые израсходовали за первые три дня $\frac{4}{15}$ запаса продуктов. За следующие четыре дня запас продуктов уменьшился на $\frac{1}{20}$ от первоначального количества. Какую часть продуктов туристы израсходовали за неделю путешествия?

Интересно знать. С группы Сорочанских озёр, которая включает 14 водоёмов, образованных в процессе таяния ледников, начинается Белорусское Поозерье.



Повторяем

125. Запишите, какую часть меньшая единица измерения составляет от большей:

а) 105 г = ... кг, 25 кг = ... ц, 7 кг = ... т;

б) $13 \text{ дм}^2 = \dots \text{ м}^2$, $100 \text{ см}^2 = \dots \text{ м}^2$, $7 \text{ м}^2 = \dots \text{ км}^2$.

Решите задачи 126–129.

126. В театральном кружке занимаются 28 человек. Число девочек составляет $\frac{4}{7}$ от числа всех участников кружка. Сколько мальчиков занимается в театральном кружке?

127. В первый день путешествия велосипедисты проехали $\frac{3}{5}$ всего пути, а во второй — оставшиеся 20 км. Чему равен весь путь?

128. Кусок бронзы массой 20 кг содержит 18 кг меди. Какую часть от массы этого куска составляет масса меди?

129. Следуя по маршруту, «Поезд Победы» прошёл $\frac{10}{19}$ всего пути, что составило 470 км. Каков весь путь поезда?

Интересно знать. В составе передвижного музея «Поезд Победы» 10 тематических вагонов, каждый из которых представляет собой интерактивную экспозицию, посвящённую определённому периоду Великой Отечественной войны.



Проверяем себя

Назовите пропущенные слова:

- а) При сложении дробей с одинаковыми знаменателями числители дробей ..., а знаменатель
- б) При вычитании дробей с одинаковыми знаменателями нужно:
 - 1) вычесть из числителя уменьшаемого числитель вычитаемого и ... записать в ... новой дроби;
 - 2) в знаменатель новой дроби записать ... знаменатель;
 - 3) если можно, ... полученную дробь,
- в) Чтобы выполнить сложение (вычитание) дробей с разными знаменателями, нужно привести их к общему ..., а затем применить правило сложения (вычитания) дробей с ... знаменателями.



Решаем самостоятельно

130. Выполните действия, используя правило сложения (вычитания) дробей с одинаковыми знаменателями:

а) $\frac{6}{25} + \frac{9}{25}$, $\frac{21}{100} + \frac{29}{100}$; б) $\frac{17}{20} - \frac{9}{20}$, $\frac{39}{50} - \frac{9}{50}$.

131. Выполните действия, применив правило сложения (вычитания) дробей с разными знаменателями:

а) $\frac{2}{7} - \frac{1}{8}, \quad \frac{7}{36} + \frac{1}{6};$

в) $\frac{6}{35} - \frac{2}{49}, \quad \frac{19}{45} - \frac{7}{60};$

б) $\frac{3}{4} - \frac{2}{7}, \quad \frac{8}{9} + \frac{2}{3};$

г) $\frac{4}{121} + \frac{4}{77}, \quad \frac{15}{36} - \frac{7}{60}.$

132. Найдите значение числового выражения:

а) $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} + \frac{3}{10};$

в) $\frac{7}{24} - \frac{7}{60} + \frac{7}{36};$

б) $\frac{5}{18} - \frac{1}{6} + \frac{1}{3};$

г) $\frac{8}{33} + \frac{7}{44} - \frac{6}{55}.$

133. Решите уравнение:

а) $x + \frac{7}{12} = \frac{17}{20};$

в) $\frac{5}{6} - n = \frac{3}{8};$

б) $\frac{11}{25} + m = \frac{19}{30};$

г) $y - \frac{7}{24} = \frac{5}{9} + \frac{1}{12}.$

Решите задачи 134–139.

134. В бассейне оздоровительного комплекса ежемесячно полностью сливают воду. После очистки две трубы за час наполняют $\frac{1}{8}$ бассейна. Через первую трубу за час наполняется $\frac{1}{12}$ бассейна. Какая часть бассейна наполняется за час через вторую трубу?

135. Цистерна может быть заполнена бензином одним насосом за 4 ч, а вторым — за 2 ч. Какая часть цистерны заполнится, если оба насоса будут работать одновременно 1 ч?

136. В рамках школьной акции «Собери макулатуру — сохрани дерево» один класс собрал $\frac{9}{50}$ т макулатуры, а другой — на $\frac{1}{20}$ т больше. Сколько тонн макулатуры собрали оба класса вместе?

Интересно знать. Переработка 1 т макулатуры сохраняет 10 деревьев, экономит 20 000 л воды и 1000 кВт электроэнергии.

137. Два комбайнера за 1 день совместной работы убрали урожай с $\frac{2}{3}$ поля. Первый комбайнер убрал урожай с $\frac{1}{2}$ поля. С какой части поля убрал урожай второй комбайнер?

138. В первый день каникул Дима прочитал $\frac{3}{8}$ всей книги, а во второй — $\frac{1}{3}$ всей книги. Прочитал ли Дима всю книгу за два дня? Ответ поясните.

139. Из заработанных летом денег студент $\frac{5}{14}$ истратил на покупку смартфона, а $\frac{3}{7}$ — на покупку велосипеда. Сколько денег заработал студент, если смартфон дешевле велосипеда на 280 р.?



Исследуем

Решите задачу Пифагора.

Говорят, что на вопрос о том, сколько у него учеников, древнегреческий математик Пифагор ответил так: «Половина моих учеников изучает математику; четверть изучает природу, седьмая часть проводит время в молчаливом размышлении, остальную часть составляют 3 девы». Сколько учеников было у Пифагора?

§ 6. Сложение и вычитание смешанных чисел

При сложении (вычитании) смешанных чисел целые и дробные части складываются (вычитаются) отдельно. Рассмотрим различные примеры и выделим особые случаи (табл. 1).

Таблица 1

Сложение и вычитание смешанных чисел	Примеры сложения и вычитания смешанных чисел
1. Сумму целого числа и правильной дроби записывают в виде смешанного числа	$3 + \frac{5}{7} = 3\frac{5}{7}$