

Решите задачи 165–168.

165. Турист преодолел весь путь за два дня. В первый день он прошёл $\frac{4}{7}$ пути. Какую часть пути турист прошёл во второй день?

166. От мотка длиной $10\frac{1}{2}$ м отрезали $3\frac{1}{6}$ м провода. Сколько метров провода осталось?

167. Теплоход «Белая Русь» из Бреста в Мозырь шёл по Днепровско-Бугскому каналу и реке Припять. Путь из Бреста в Пинск составляет $\frac{5}{12}$ от всего маршрута, из Пинска в Туров — $\frac{1}{3}$ от всего маршрута. Какую часть всего маршрута составляет путь из Турова в Мозырь?

168. Найдите сумму чисел: первое число $5\frac{5}{6}$, второе — на 7 больше, чем первое, а третье — на $4\frac{3}{10}$ меньше, чем второе.

**Исследуем**

Как от куска материи длиной $\frac{2}{3}$ м отрезать полметра, если под рукой нет измерительных инструментов? А как отрезать полметра от куска материи длиной $\frac{8}{15}$ м?

§ 7. Умножение дробных чисел

Задача. Вычислите площадь прямоугольника, зная, что его длина равна $\frac{3}{5}$ м, а ширина — $\frac{1}{2}$ м.

Решение. По формуле вычисления площади $S = a \cdot b$ прямоугольника нужно его длину $\left(\frac{3}{5} \text{ м}\right)$ умножить на ширину $\left(\frac{1}{2} \text{ м}\right)$. Перейдём к более мелким единицам измерения длины: выразим длину и ширину прямоугольника в дециметрах.

$$\frac{3}{5} \text{ м} = 10 \text{ дм} : 5 \cdot 3 = 6 \text{ дм}, \quad \frac{1}{2} \text{ м} = 10 \text{ дм} : 2 = 5 \text{ дм}.$$

Найдём площадь прямоугольника в квадратных дециметрах: $S = 6 \cdot 5 = 30$ (дм²). Выразим площадь в квадратных метрах: $30 \text{ дм}^2 : 100 = \frac{30}{100} \text{ м}^2 = \frac{3}{10} \text{ м}^2$.

Следовательно, $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 2}$.

В задаче на вычисление площади прямоугольника с другими данными (например, $\frac{7}{10}$ и $\frac{3}{5}$) получим результат, рассуждая аналогично: $\frac{7}{10} \cdot \frac{3}{5} = \frac{21}{50} = \frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 5}$.

В рассмотренных примерах в результате умножения дробей была получена новая дробь, числитель которой равен произведению числителей данных дробей, а знаменатель — произведению знаменателей данных дробей. Вообще для любых обыкновенных дробей справедливо приведённое ниже правило.



Правило умножения обыкновенных дробей

При умножении дробей нужно:

- 1) в числитель новой дроби записать произведение числителей данных дробей;
- 2) в знаменатель новой дроби записать произведение знаменателей данных дробей;
- 3) если можно, сократить полученную дробь до вычисления произведений.

Пример 1. Выполните умножение: $\frac{16}{25} \cdot \frac{5}{8}$.

Решение. $\frac{16}{25} \cdot \frac{5}{8} = \frac{16 \cdot 5 : 8 : 5}{25 \cdot 8 : 8 : 5} = \frac{(16 : 8) \cdot (5 : 5)}{(25 : 5) \cdot (8 : 8)} = \frac{2}{5}$.



Правило умножения смешанных чисел

Чтобы умножить смешанные числа, нужно:

- 1) записать каждый множитель в виде неправильной дроби;
- 2) применить правило умножения обыкновенных дробей.

Пример 2. Выполните умножение: $2\frac{3}{5} \cdot 3\frac{3}{4}$.

Решение. $2\frac{3}{5} \cdot 3\frac{3}{4} = \frac{13}{5} \cdot \frac{15}{4} = \frac{13 \cdot 15 : 5}{5 \cdot 4 : 5} = \frac{13 \cdot 3}{4} = \frac{39}{4} = 9\frac{3}{4}$.



Чтобы умножить обыкновенную дробь на целое число, можно представить целое число в виде неправильной дроби и выполнить умножение по правилу умножения обыкновенных дробей:

$$\frac{4}{15} \cdot 3 = \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{1} = \frac{4 \cdot 3 : 3}{15 \cdot 1 : 3} = \frac{4}{5}.$$

Тот же результат получим, если на целое число умножим числитель дроби, а знаменатель оставим прежним:

$$\frac{4}{15} \cdot 3 = \frac{4 \cdot 3 : 3}{15 : 3} = \frac{4}{5}.$$

Для дробей, как и для натуральных чисел, выполняются переместительный, сочетательный и распределительный законы умножения. Они применяются для упрощения выражений с переменными и выполнения вычислений.



Решаем вместе

169. Выполните умножение дробей:

- а) $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7}$, $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10}$, $\frac{7}{8} \cdot \frac{24}{35}$, $\frac{12}{19} \cdot \frac{57}{64}$,
- б) $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{9}$, $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{12}$, $\frac{16}{25} \cdot \frac{35}{48}$, $\frac{24}{91} \cdot \frac{39}{56}$,
- в) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{8}$, $\frac{7}{15} \cdot \frac{5}{14}$, $\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6}$, $\frac{25}{91} \cdot \frac{42}{55}$.

170. Выполните умножение дробей и смешанных чисел:

- а) $1\frac{12}{13} \cdot \frac{13}{15}$, $1\frac{2}{7} \cdot 4\frac{2}{3}$, $\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10}$;
б) $\frac{16}{15} \cdot 5\frac{5}{12}$, $1\frac{3}{4} \cdot 1\frac{5}{7}$, $\frac{7}{12} \cdot \frac{3}{14} \cdot 1\frac{3}{5}$;
в) $\frac{16}{81} \cdot 2\frac{27}{32}$, $4\frac{4}{11} \cdot 3\frac{7}{16}$, $2\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{19} \cdot 4\frac{3}{4}$.

171. Выполните умножение:

- а) $\frac{1}{8} \cdot 8$, $\frac{1}{8} \cdot 16$, $\frac{1}{8} \cdot 2$, $\frac{1}{8} \cdot 4$, $\frac{1}{8} \cdot 24$;
б) $\frac{1}{7} \cdot 4$, $\frac{1}{13} \cdot 5$, $4 \cdot \frac{3}{20}$, $\frac{3}{11} \cdot 4$, $1\frac{3}{7} \cdot 5$;
в) $\frac{7}{10} \cdot 3$, $\frac{3}{11} \cdot 2$, $5 \cdot \frac{7}{40}$, $\frac{2}{9} \cdot 5$, $4\frac{3}{5} \cdot 5$.

172. Выполните умножение:

- а) $1\frac{1}{4} \cdot 3$, $2 \cdot 1\frac{3}{5}$; в) $3 \cdot 6\frac{2}{3}$, $2 \cdot 5\frac{5}{24}$;
б) $2 \cdot 2\frac{1}{3}$, $3\frac{4}{7} \cdot 2$; г) $7 \cdot 1\frac{2}{3}$, $4\frac{3}{20} \cdot 5$.

173. Перейдите от большей единицы измерения к меньшей.

Образец: $\frac{2}{5}$ кг = $\frac{2}{5} \cdot 1000$ г = 400 г.

- а) $\frac{2}{3}$ ч = ... мин, $\frac{7}{10}$ км = ... м, $\frac{3}{4}$ ц = ... кг;
б) $\frac{3}{4}$ ч = ... мин, $\frac{4}{5}$ км = ... м, $\frac{7}{20}$ ц = ... кг;
в) $\frac{2}{5}$ ч = ... мин, $\frac{11}{20}$ км = ... м, $\frac{3}{5}$ ц = ... кг;
г) $\frac{2}{15}$ мин = ... с, $\frac{4}{5}$ см = ... мм, $\frac{3}{20}$ кг = ... г.

174. Найдите значение числового выражения, используя законы умножения:

а) $\frac{17}{18} \cdot \left(\frac{7}{35} \cdot \frac{18}{34} \right)$; г) $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10}$; ж) $\frac{24}{41} \cdot \frac{9}{56} \cdot \frac{14}{27}$;

б) $\frac{12}{19} \cdot \frac{57}{64} \cdot \frac{16}{15}$; д) $\frac{3}{10} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{12} \right)$; з) $\frac{5}{8} \cdot \frac{42}{55} \cdot \frac{1}{7}$;

в) $\frac{1}{7} \cdot 9 \cdot 21 \cdot \frac{1}{9}$; е) $\frac{4}{15} \cdot \frac{2}{7} + \frac{4}{15} \cdot \frac{5}{7}$; и) $\frac{3}{4} \cdot \frac{28}{33} \cdot \frac{22}{35}$.

175. Выполните умножение двух правильных дробей. Какая дробь получилась в ответе? Сравните результат с каждой из данных дробей.

176. Выполните умножение двух неправильных дробей. Какая дробь получилась в ответе? Сравните результат с каждой из данных дробей.

Решите задачи 177–182.

177. Длина стороны квадрата $\frac{5}{9}$ м. Найдите его площадь.

178. Ширина прямоугольника $\frac{3}{5}$ см, а его длина на $\frac{1}{3}$ см больше. Чему равна площадь прямоугольника?

179. Автомобиль движется со скоростью $\frac{3}{4}$ км/мин. Какой путь пройдёт автомобиль за $\frac{1}{9}$ мин?

180. Сколько километров за $\frac{2}{3}$ ч пройдёт пешеход со скоростью 5 км/ч?

181. Сколько часов длятся три урока, если один урок длится $\frac{3}{4}$ ч?

182. Ученик токаря работает $7\frac{1}{2}$ ч в день. Сколько часов он отработает за пятидневную рабочую неделю?

**Повторяем**

183. Решите уравнения:

а) $x - \frac{3}{20} = \frac{4}{5} - \frac{1}{2}, \quad \frac{2}{3} - \left(x - \frac{1}{21}\right) = \frac{2}{7};$

б) $1\frac{12}{19} - \left(x + \frac{7}{57}\right) = 1, \quad 1\frac{12}{19} - \left(x - \frac{7}{57}\right) = 1;$

в) $6\frac{1}{6} - \left(x + 1\frac{1}{12}\right) = 4\frac{3}{4}, \quad \frac{12}{19} + \left(x - \frac{7}{57}\right) = 2;$

г) $4\frac{3}{4} - \left(x + 2\frac{3}{8}\right) = 1\frac{1}{6}, \quad 1\frac{12}{19} + \left(x + \frac{7}{57}\right) = 2.$

Решите задачи 184, 185.

184. Одна поливочная машина может полить поле площадью 30 га за 5 ч, другая — за 6 ч. За какое время, работая одновременно, обе машины смогут полить поле площадью 55 га?

185. За один час мастер облицовывает плиткой $\frac{1}{4}$ стены, а практикант — $\frac{1}{6}$ стены. Какую часть стены облицуют плиткой мастер и практикант за 1 ч совместной работы?

**Проверяем себя**

Назовите пропущенные слова:

а) При умножении дробей нужно:

1) в числитель новой дроби записать ... числителей данных дробей;

2) в знаменатель новой дроби записать ... знаменателей данных дробей;

3) если можно, ... полученную дробь до вычисления произведений.

б) Чтобы умножить смешанные числа, нужно:

1) записать каждый множитель в виде ... дроби;

2) применить правило умножения ... дробей.

в) Чтобы умножить обыкновенную дробь на целое число, можно на целое число умножить ... дроби, а ... оставить прежним.



Решаем самостоятельно

186. Выполните умножение дробей:

а) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}$, $\frac{7}{5} \cdot \frac{15}{14}$, $\frac{5}{21} \cdot \frac{28}{45}$, $\frac{8}{15} \cdot \frac{25}{28}$;

б) $\frac{16}{35} \cdot \frac{7}{64}$, $\frac{4}{45} \cdot \frac{9}{56}$, $\frac{42}{53} \cdot \frac{1}{7}$, $\frac{14}{15} \cdot \frac{5}{7}$.

187. Выполните умножение дробей и смешанных чисел:

а) $\frac{5}{12} \cdot \frac{16}{25}$, $1\frac{3}{5} \cdot 3\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8} \cdot 5\frac{1}{3}$, $3\frac{5}{9} \cdot 4\frac{7}{8}$;

б) $1\frac{1}{31} \cdot \frac{7}{64}$, $2\frac{4}{5} \cdot 1\frac{9}{56}$, $2\frac{14}{15} \cdot 3\frac{2}{11}$, $5\frac{2}{5} \cdot 6\frac{2}{3}$.

188. Выполните умножение:

а) $\frac{2}{9} \cdot 4$, $2 \cdot \frac{9}{20}$, $\frac{4}{15} \cdot 8$, $3 \cdot \frac{5}{17}$;

б) $\frac{1}{48} \cdot 32$, $9 \cdot \frac{5}{18}$, $\frac{3}{8} \cdot 64$, $12 \cdot \frac{7}{30}$;

в) $\frac{9}{32} \cdot 8$, $\frac{7}{64} \cdot 8$, $\frac{7}{64} \cdot 16$, $\frac{7}{64} \cdot 64$.

189. Выполните умножение:

а) $2 \cdot \frac{7}{15}$, $\frac{3}{50} \cdot 15$, $12 \cdot \frac{11}{36}$, $\frac{2}{3} \cdot 3$;

б) $\frac{2}{3} \cdot 90$, $16 \cdot \frac{5}{36}$, $\frac{8}{25} \cdot 5$, $1\frac{2}{3} \cdot 3$;

в) $\frac{2}{9} \cdot 4$, $2 \cdot \frac{9}{20}$, $6 \cdot 2\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{3} \cdot 3\frac{3}{4}$.

190. Найдите значение числового выражения, используя законы умножения:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{11}{15} \cdot \left(\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{22} \right); & \text{г) } \frac{5}{9} \cdot \frac{7}{12} \cdot 9 \cdot \frac{3}{7}; & \text{ж) } \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} + \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{3}; \\ \text{б) } \frac{1}{10} \cdot 22 \cdot 30 \cdot \frac{1}{11}; & \text{д) } \frac{11}{15} \cdot \frac{5}{26} + \frac{5}{26} \cdot \frac{2}{15}; & \text{з) } \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} - \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{3}; \\ \text{в) } \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} \cdot 3; & \text{е) } \frac{5}{34} \cdot \frac{7}{9} - \frac{5}{34} \cdot \frac{4}{27}; & \text{и) } \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7}. \end{array}$$

Решите задачи 191–193.

191. Длина прямоугольника $2\frac{5}{8}$ дм, ширина — на $1\frac{5}{12}$ дм меньше. Чему равна площадь прямоугольника?

192. Скорость велосипедиста 16 км/ч. Какое расстояние он проедет за $\frac{3}{4}$ ч? За $1\frac{1}{2}$ ч?

193. Длина стороны квадрата $\frac{4}{9}$ м. Найдите периметр квадрата.



Исследуем

К числителю дроби $\frac{2}{3}$ несколько раз прибавили число 2029, а к знаменателю — 2027. Может ли после сокращения получиться дробь, равная $\frac{3}{7}$?

§ 8. Деление дробных чисел

Рассмотрим дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{6}{5}$. Если числитель и знаменатель числа $\frac{5}{6}$ поменять местами, то получится число $\frac{6}{5}$. Такие числа называются **взаимно обратными**.

Число $\frac{5}{6}$ обратно числу $\frac{6}{5}$ и, наоборот, число $\frac{6}{5}$ обратно числу $\frac{5}{6}$.