

223. Решите уравнение, используя зависимости между компонентами действий:

а) $5\frac{1}{3} \cdot x - 1 = 1\frac{2}{9}$;

г) $4\frac{1}{15} - 1\frac{14}{15} \cdot x = 1\frac{1}{6}$;

б) $4\frac{4}{9} \cdot x + 1 = 2\frac{17}{18}$;

д) $\frac{3}{7} \cdot x - 2\frac{1}{6} = 5\frac{1}{3}$;

в) $4\frac{1}{12} - 1\frac{5}{6} \cdot x = 2\frac{17}{24}$;

е) $\frac{2}{3} \cdot x + 4\frac{1}{6} = 5\frac{2}{3}$.



Исследуем

Представьте дробь $\frac{17}{4620}$ в виде суммы двух дробей с меньшими знаменателями. Придумайте аналогичный пример и предложите его друзьям.

§ 10. Задачи на применение дробей

Мы уже знакомы с основными задачами на применение дробей. С помощью действий умножения и деления можно упростить выражения, полученные при решении этих задач.



1. Нахождение дроби (части) от числа

Задача 1. В парке 120 деревьев, $\frac{2}{3}$ из них — ели. Сколько елей в парке?

Решение. $120 : 3 \cdot 2 = 80$ (елей).

Получим другую запись выражения для этого решения:

$$120 : 3 \cdot 2 = \frac{120}{3} \cdot 2 = \frac{120 \cdot 2}{3} = 120 \cdot \frac{2}{3} = 80 \text{ (елей).}$$



Правило: чтобы найти дробь от числа, нужно это число умножить на эту дробь.



2. Нахождение числа по его дроби (части), соответствующей заданному числу

Задача 2. Из всех участников шахматного турнира $\frac{2}{5}$ имеют первый разряд. Определите число участников турнира, если перворазрядников 10.

Решение. $10 : 2 \cdot 5 = 25$ (всего участников турнира).

Получим другую запись выражения для этого решения:

$10 : 2 \cdot 5 = \frac{10}{2} \cdot 5 = \frac{10 \cdot 5}{2} = 10 : \frac{2}{5} = 10 \cdot \frac{5}{2} = 25$ (участников турнира).



Правило: чтобы найти число по его дроби, нужно соответствующее дроби число разделить на эту дробь.



3. Нахождение дробного отношения чисел (какую часть одно число составляет от другого)

Задача 3. На итоговом уроке по теме «Дроби» 20 мин учащиеся повторяли основные алгоритмы и правила, а остальное время выполняли самостоятельную работу. Какую часть урока заняло повторение?

Решение. $20 : 45 = \frac{20 : 5}{45 : 5} = \frac{4}{9}$ (урока заняло повторение).



Правило: чтобы найти, какую часть одно число (первое) составляет от другого (второго), нужно записать дробь, в числителе которой — первое число, а в знаменателе — второе.

Рассмотренные задачи — это три ключевые задачи на дроби (рис. 11): a — значение величины, b — часть значения, m — дробь.

1. Нахождение дроби (части) (m) от заданного числа (a): $b = a \cdot m$.

2. Нахождение числа (a) по его дроби (части) (m), соответствующей заданному числу (b): $a = b : m$.

3. Нахождение дробного отношения чисел (какую часть одно число (b) составляет от другого (a)): $m = \frac{b}{a}$.

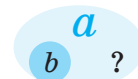
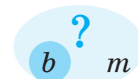


Рис. 11

Чтобы отнести задачу к одному из видов, можно воспользоваться алгоритмом (рис. 12).

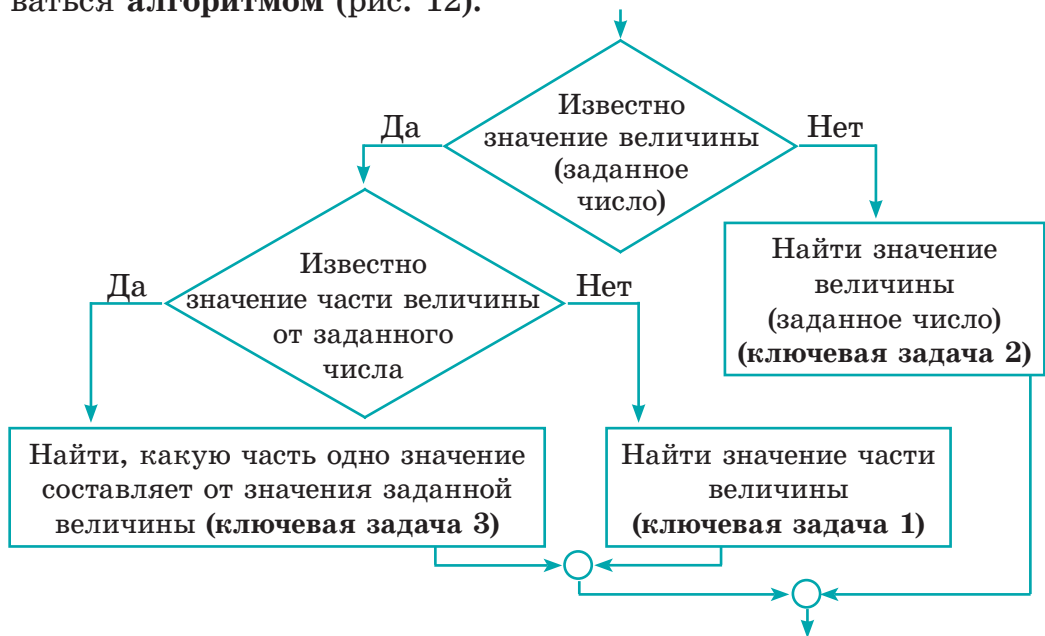


Рис. 12

Задача 4. В летней олимпиаде разыгрывается 306 медалей. В смешанных видах спорта разыгрывается $\frac{1}{34}$ всех медалей. Сколько медалей разыгрывается в смешанных видах спорта?

Решение. В задаче речь идёт о количестве медалей: всех и в смешанных видах спорта. Число всех медалей известно (в схеме выбираем направление по стрелке «Да»), а число части всех медалей (в смешанных видах) неизвестно (далее — по стрелке «Нет»). Для решения задачи используем ключевую задачу 1 нахождение дроби $\left(\frac{1}{34}\right)$ от заданного числа (306).

$306 \cdot \frac{1}{34} = 9$ (медалей разыгрывается в смешанных видах спорта).

Ответ: 9 медалей.

Задача 5. За два дня туристы преодолели $\frac{2}{5}$ всего маршрута. Сколько километров составляет весь маршрут, если за два дня они прошли 40 км?

Решение. В задаче речь идёт о длине всего маршрута и его части, пройденной за два дня. Длина всего маршрута неизвестна, значит, в схеме выбираем направление по стрелке «Нет». Для решения задачи используем ключевую задачу 2 на нахождение числа (длины всего маршрута) по его части $\left(\frac{2}{5}\right)$, которая составляет 40 км.

$$40 : \frac{2}{5} = 100 \text{ (км)} \text{ — длина всего маршрута туристов.}$$

Ответ: 100 км.

Задача 6. В картинной галерее экспонируется 256 картин. Из них 64 — портреты. Какую часть от общего числа картин составляют портреты?

Решение. В задаче речь идёт о количестве картин: всех и портретов. Общее число картин известно, значит, в схеме выбираем направление по стрелке «Да». Количество части от общего числа картин (портретов) известно, значит, далее выбираем направление по стрелке «Да». Для решения задачи используем ключевую задачу 3 на нахождение дробного отношения чисел.

$$64 : 256 = \frac{64}{256} = \frac{1}{4} \text{ (от общего числа картин составляют портреты).}$$

Ответ: $\frac{1}{4}$.

При решении более сложных задач ключевые задачи используются для решения одной из частей предложенной задачи.

Задача 7. В классе число отсутствующих учащихся равно $\frac{3}{13}$ числа присутствующих. Сколько учащихся в классе, если присутствует на 20 человек больше, чем отсутствует?

Решение. Для решения нужно найти дробь, которая соответствует числу 20. Поскольку число отсутствующих учащихся составляет $\frac{3}{13}$ числа присутствующих, принимаемых за единицу (неизвестное число — число присутствующих), то разность $1 - \frac{3}{13} = \frac{10}{13}$ соответствует числу 20. Далее по ключевой задаче 2 найдём число присутствующих: $20 : \frac{10}{13} = 26$; по ключевой задаче 1 найдём число отсутствующих: $26 \cdot \frac{3}{13} = 6$. Всего учащихся в классе $26 + 6 = 32$.

Ответ: 32 учащихся.

Задача 8. Город делится на три района. В первом районе проживает $\frac{2}{5}$ всего населения города. Число жителей второго района составляет $\frac{5}{6}$ от числа жителей первого района, а оставшаяся часть жителей проживает в третьем районе. Сколько всего жителей в городе, если во втором районе на 5000 человек больше, чем в третьем?

Решение. Нужно найти дробь (часть всех жителей), которая соответствует числу 5000. Рассмотрим модель условия задачи (рис. 13): число жителей всего города изображается прямо-

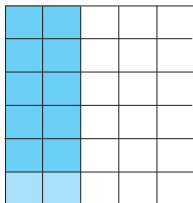


Рис. 13

угольником, в котором 30 клеток, $\frac{2}{5}$ от всего населения города — число жителей первого района — это 12 клеток из 30; $\frac{5}{6}$ от 12 клеток — это 10 клеток, что соответствует числу жителей второго района. От 30 клеток (весь город) 10 клеток

составляют $\frac{1}{3}$ часть, значит, число жителей второго района — это $\frac{1}{3}$ от числа жителей всего города.

Запишем выражение, с помощью которого можно найти, какую часть число жителей второго района составляет от числа жителей всего города:

1) $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$ (часть от числа жителей всего города составляет число жителей второго района).

Найдём, какая часть жителей всего города проживает в третьем районе:

$$2) 1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{15}.$$

Найдём, на сколько первая найденная часть больше второй:

$$3) \frac{1}{3} - \frac{4}{15} = \frac{1}{15}.$$

Для следующего действия используем ключевую задачу 2 на нахождение числа (числа всех жителей) по его части $\left(\frac{1}{15}\right)$, которая составляет 5000 жителей.

$$4) 5000 : \frac{1}{15} = 75\,000 \text{ (жителей).}$$

Ответ: 75 000 жителей.



Решаем вместе

Решите задачи 224–243.

224. Ежегодно 15 мая в Беларуси отмечается День семьи. При подготовке к этому празднику волонтеры в две коробки разложили 20 кг конфет. В первую положили $\frac{2}{5}$ всех конфет. Сколько килограммов конфет положили в первую коробку? Сколько во вторую? Какую часть конфет положили во вторую коробку?

225. Для Дома ветеранов куплено 18 кг груш. На приготовление варенья израсходовали $\frac{2}{3}$ купленных груш. Сколько килограммов груш было израсходовано на варенье? Сколько килограммов груш осталось?

226. В спортландии участвовало 150 учащихся, причём $\frac{3}{5}$ этих учащихся были из начальных классов, а остальные — из старших. Сколько учащихся старших классов участвовало в соревнованиях?

227. В Музее авиации и космонавтики (г. Минск) было 25 летательных аппаратов, а сейчас в музее 52 экспоната. Какую часть новые экспонаты составляют от всех имеющихся в музее?

228. Копирайтер набрал 45 страниц текста, выполнив $\frac{3}{5}$ всей работы. Сколько страниц текста осталось набрать копирайтеру?

229. В составе товарного поезда, прибывшего на станцию, было 12 цистерн, что составляет $\frac{6}{11}$ всех вагонов. Сколько всего вагонов в составе поезда?

230. Фермер собрал урожай моркови и уложил овощи в ящики. В школьную столовую он отправил $\frac{2}{3}$ всех ящиков, а остальные 30 ящиков — в магазин. Сколько ящиков моркови собрал фермер? Сколько ящиков моркови он отправил в школьную столовую?

231. Среди выступавших на концерте, посвящённом Дню матери, было 10 девочек, мальчики составляли $\frac{3}{5}$ всех выступавших. Сколько всего детей приняло участие в концерте? Сколько мальчиков выступало на концерте?

232. В Минске 700 м экотропы в «Городе птиц» стали домом для самой маленькой птицы Европы — желтоголового короля — и составили $\frac{7}{15}$ всей тропы. Какова длина всей тропы?

233. Алёша сделал в тире 60 выстрелов. Точными оказались $\frac{17}{20}$ всех выстрелов. Сколько промахов допустил Алёша?

234. На тренировке по стрельбе $\frac{9}{10}$ всех выстрелов были результативными. Сколько было сделано выстрелов, если в цель попало 180 пуль?

235. За 3 дня турист проехал 160 км. В первый день он проехал $\frac{2}{5}$, а во второй — $\frac{1}{3}$ всего пути. Сколько километров проехал турист в третий день?

236. Для ремонта спортивного зала школа получила 420 кг краски. Белила составляют $\frac{1}{7}$ всей полученной краски, а голубая краска — $\frac{3}{20}$ остатка. Сколько получено килограммов белил? Голубой краски?

237. Груши составляют $\frac{7}{20}$ всех деревьев сада, остальные 130 деревьев — яблони. Сколько груш в саду?

238. Длина прямоугольника равна 50 м, что составляет $\frac{5}{2}$ его ширины. Ширина прямоугольника составляет $\frac{5}{2}$ стороны некоторого квадрата. На сколько квадратных метров площадь прямоугольника больше площади квадрата?

239. В военном параде, посвящённом 80-й годовщине Победы советского народа в Великой Отечественной войне, в городе Минске в составе воздушного эшелона приняло участие 39 воздушных судов, 12 из которых — вертолёты, а остальные — самолёты. Какую часть составляют самолёты от воздушного эшелона на параде?

240. Одна бригада может выполнить работу по очистке лесного участка после урагана за 12 дней, а другая — за 6 дней. За сколько дней бригады выполнят эту работу вместе?

241. Из двух городов одновременно навстречу друг другу по одной дороге выехали автобус и легковая машина. Легковая машина проезжает весь путь за 6 ч, а автобус — за 12 ч. Через сколько часов они встретятся?

242. Заготовленной древесины хватит для работы двух пилорам в течение 10 дней или только первой пилорамы в течение 15 дней. На сколько дней хватило бы заготовленной древесины для работы только второй пилорамы?

243. Через первую трубу можно наполнить водоём для развода рыбы за 4 ч, через вторую — за 8 ч, а через третью — за 16 ч. За сколько часов наполнится водоём, если открыть сразу три трубы?



Повторяем

244. Упростите выражение, используя законы умножения:

- а) $\frac{5}{12} \cdot 3 \cdot m \cdot \frac{2}{5}$; г) $2\frac{3}{8} \cdot 1\frac{16}{19} \cdot m \cdot 2\frac{2}{7}$; ж) $\frac{5}{6} \cdot a \cdot 12 \cdot \frac{2}{3}$;
 б) $\frac{5}{9} \cdot x \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{14}{15}$; д) $5\frac{5}{11} \cdot 5 \cdot a$; з) $\frac{5}{8} \cdot a + 2\frac{3}{8} \cdot a$;
 в) $1\frac{5}{7} \cdot a \cdot 1\frac{3}{4} \cdot 5\frac{1}{3}$; е) $5\frac{5}{6} \cdot a \cdot 12$; и) $7 \cdot a - 1\frac{2}{5} \cdot a$.

245. Напишите:

- а) все правильные дроби со знаменателем 9;
 б) все неправильные дроби с числителем 9.

246. Определите, какую часть составляет:

- а) 2 от 7; б) 4 от 15; в) 20 от 100.

247. Сад имеет форму прямоугольника, его длина 80 м, а ширина 30 м. На каждом участке сада площадью 20 м² помещается по одному улью. Сколько мёда соберут со всех ульев, если каждый из них в среднем даёт 30 кг мёда?



Решаем самостоятельно

Решите задачи 248–259.

248. Стакан вмещает 210 г крупы. Крупой наполнили $\frac{3}{7}$ стакана. Сколько граммов крупы насыпали в стакан?

249. На озере отдыхали взрослые и дети — всего 20 человек. Сколько детей было на озере, если они составили $\frac{3}{5}$ всех отдыхающих?

250. Учащиеся за два дня посадили в школьном саду 260 кустов смородины. В первый день было посажено $\frac{13}{20}$ всего количества кустов. Сколько кустов смородины посадили учащиеся во второй день?

251. В театральной студии занимаются мальчики и девочки, всего 36 человек. Сколько мальчиков и сколько девочек занимается в театральной студии, если известно, что девочки составляют $\frac{2}{3}$ всех занимающихся? Какую часть всех занимающихся составляют мальчики?

252. На покупку овощей мама израсходовала 12 р., что составило $\frac{3}{5}$ имевшихся у неё денег. Сколько денег было у мамы? Сколько денег осталось? Какая часть всех денег осталась у мамы?

253. Два класса собрали 1200 кг макулатуры. На долю первого класса приходится $\frac{7}{20}$ всей массы собранной макулатуры. Сколько килограммов макулатуры собрал второй класс?

254. Из всех каштанов, посаженных в парке, принялось $\frac{6}{7}$. Сколько посадили каштанов, если принялось 84 дерева?

255. Сумма трёх чисел равна 68. Первое число составляет $\frac{3}{8}$ суммы, второе — $\frac{2}{5}$ суммы. Найдите третье число.

256. В доме 195 квартир. Из них $\frac{1}{5}$ — однокомнатные, двухкомнатные составляют $\frac{2}{3}$ остатка. Остальные квартиры — трёхкомнатные. Сколько трёхкомнатных квартир в доме?

257. За две четверти Аня использовала $\frac{2}{5}$ купленных в начале года тетрадей, после чего у неё осталось 30 тетрадей. Сколько тетрадей было у Ани в начале учебного года?

258. На птицеферму привезли корм, которого хватило бы уткам на 30 дней, а гусям — на 45 дней. На сколько дней хватит привезённого корма уткам и гусям вместе?

259. Два комбайнера обработали поле за 6 ч совместной работы. Первый комбайнер мог бы один выполнить эту же работу за 10 ч. За сколько часов второй комбайнер может обработать $\frac{1}{3}$ всего поля?



Исследуем

Найдите на рисунке 14 все дроби, равные $\frac{1}{3}$.

Организуйте соревнование между друзьями — кто быстрее найдёт равные дроби на рисунке.

$\frac{10}{15}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{18}{12}$	$\frac{7}{21}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{20}{30}$	$\frac{100}{300}$	$\frac{21}{14}$
$\frac{40}{60}$	$\frac{30}{20}$	$\frac{8}{24}$	$\frac{12}{8}$	$\frac{20}{60}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{15}{10}$	$\frac{8}{1}$	$\frac{10}{8}$
$\frac{12}{15}$	$\frac{12}{18}$	$\frac{24}{16}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{10}{4}$	$\frac{8}{1}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{9}{27}$	$\frac{16}{9}$
$\frac{11}{33}$	$\frac{15}{9}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{15}{45}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{5}{15}$	$\frac{10}{6}$	$\frac{9}{6}$

Рис. 14