

§ 17. Прямоугольный параллелепипед. Куб

Многие предметы окружающего мира имеют схожую форму (рис. 43).



Рис. 43

На рисунке 44 изображён брусок, который так же, как и другие предметы на рисунке 43, имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Его поверхность состоит из прямоугольников, каждый из которых называют **гранью** параллелепипеда. Противоположные грани параллелепипеда равны. У прямоугольного параллелепипеда 6 граней. Стороны прямоугольников называют **рёбрами**, их 12, а вершины прямоугольников — **вершинами** параллелепипеда, их 8.

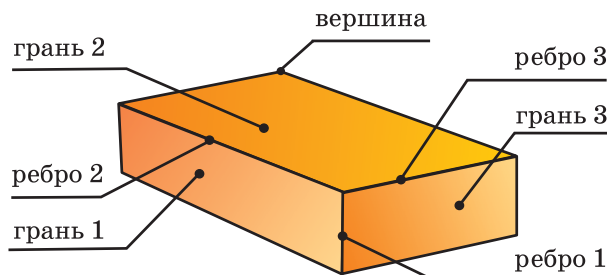


Рис. 44

В каждой вершине прямоугольного параллелепипеда сходятся три ребра. Их длины называют **измерениями** параллелепипеда: **длиной**, **шириной** и **высотой** (рис. 45).

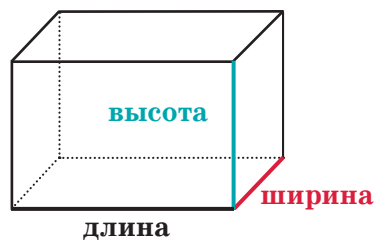


Рис. 45

На практике и при решении задач часто используется прямоугольный параллелепипед, у которого все **измерения равны**. Он называется **кубом**. Грани куба — это квадраты.

Задача 1. Из проволоки сделали каркас прямоугольного параллелепипеда. Вычислите, сколько дециметров проволоки было израсходовано, если измерения параллелепипеда следующие: 12 дм, 8 дм, 5 дм.

Решение. Длина проволоки для каркаса складывается из длин рёбер прямоугольного параллелепипеда. Найти сумму длин всех рёбер параллелепипеда (обозначим её l) можно, используя выражение

$$l = 4 \cdot a + 4 \cdot b + 4 \cdot c, \text{ или } l = 4 \cdot (a + b + c),$$

где a , b и c — длины рёбер.

$$l = 4 \cdot (a + b + c) = 4 \cdot (12 + 8 + 5) = 4 \cdot (20 + 5) = 100 \text{ (дм)}.$$

Ответ: 100 дм.

Задача 2. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, если его измерения — 8 см, 6 см и 5 см (рис. 46).

Решение. Поверхность прямоугольного параллелепипеда складывается из 6 граней, каждая из которых — прямоугольник. Площади противоположных граней параллелепипеда равны.

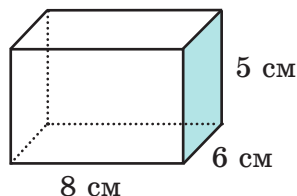


Рис. 46

1) $8 \cdot 6 = 48 \text{ (см}^2\text{)}$ — площадь нижней грани (основания);

2) $8 \cdot 5 = 40$ (см²) — площадь передней грани;

3) $6 \cdot 5 = 30$ (см²) — площадь боковой грани;

4) $2 \cdot (48 + 40 + 30) = 236$ (см²) — площадь всей поверхности.

Ответ: 236 см².



Решаем вместе

363. Длины рёбер прямоугольного параллелепипеда (рис. 47) следующие: $MN = 9$ см, $NK = 6$ см, $NF = 4$ см.

а) Запишите длины всех рёбер данного параллелепипеда.

б) Найдите площадь грани $TKGH$ и грани $NKGF$.

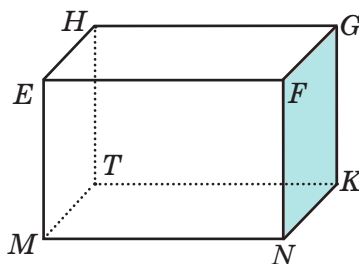


Рис. 47

364. Из проволоки сделали каркас прямоугольного параллелепипеда. Вычислите, сколько сантиметров проволоки было израсходовано, если параллелепипед имеет следующие измерения:

а) 14 см, 20 см, 9 см; б) 120 мм, 18 см, 3 дм.

365. Найдите сумму длин всех рёбер куба, если длина одного его ребра равна:

а) 25 мм; б) 64 см; в) 7 дм 8 см.

366. Найдите площадь поверхности куба, если его ребро равно:

а) 6 см; в) 12 дм; д) 2 м 50 см;

б) 8 см; г) 15 дм; е) 1 м 20 см.

367. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, если его измерения следующие:

а) 7 см, 9 см, 3 см; в) 1 м, 2 м 5 см, 5 м 20 см;

б) 3 дм, 17 см, 24 см; г) $1\frac{1}{2}$ м, $1\frac{2}{3}$ м, 2 м.

368. Деревянный куб с ребром 3 дм, окрашенный синей краской, распилили на кубики с ребром 1 дм. Сколько всего получилось кубиков? Сколько среди них кубиков, имеющих одну окрашенную грань; две окрашенные грани; три окрашенные грани? Есть ли неокрашенные кубики?



Повторяем

369. Решите уравнение:

а) $m + \frac{1}{2} = 3\frac{3}{4}$; б) $\frac{2}{15}a + \frac{1}{4} = \frac{5}{6}$.

370. Из резервуара с бензином отлили сначала $\frac{2}{5}$, потом $\frac{1}{3}$ всего бензина. После этого в резервуаре осталось 8 т бензина. Сколько тонн бензина было в резервуаре первоначально?



Проверяем себя

1. Приведите примеры из окружающего мира, которые дают представление о прямоугольном параллелепипеде (кубе).

2. Вставьте пропущенные слова:

- а) У прямоугольного параллелепипеда ... граней, ... рёбер, ... вершин.
 б) Каждый параллелепипед имеет ... измерения: ..., ... и
 в) Куб — это ..., у которого все измерения



Решаем самостоятельно

371. Из проволоки сделали каркас прямоугольного параллелепипеда. Вычислите, сколько дециметров проволоки было израсходовано, если измерения параллелепипеда следующие:

- а) 16 дм, 32 дм, 21 дм; б) 2 м, 11 дм, 405 см.

372. Найдите сумму длин всех рёбер куба, если длина одного ребра равна 2 м 6 см.

373. Найдите площадь поверхности куба, если длина его ребра равна 9 см.

374. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, если его измерения следующие: 4 дм, 5 дм, 6 дм.

375. Возьмите какую-нибудь коробку, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда. Проведите необходимые измерения и найдите площадь её поверхности.



Исследуем

Торт упакован в коробку с квадратным основанием. Высота коробки вдвое меньше стороны этого квадрата. Лентой длиной 156 см можно перевязать коробку и сделать бантик сверху. А чтобы перевязать её точно таким же бантиком сбоку, нужна лента длиной 178 см. Можно ли найти размеры коробки?

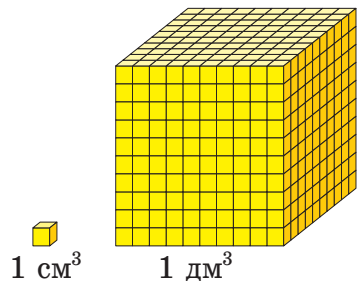


§ 18. Объём. Единицы измерения объёма. Объём прямоугольного параллелепипеда

Поиграв в кубики, дети складывают их в коробку рядами, слой за слоем. Если в коробке не остаётся места, значит, объём коробки равен объёму всех кубиков. Объёмы различных прямоугольных параллелепипедов и других фигур измеряют в специальных единицах. Например, кубический сантиметр (сокращённо 1 см^3) — объём куба с ребром один сантиметр.

Если в куб объёмом 1 дм^3 (рис. 48) поместить меньшие кубики объёмом 1 см^3 , то в одном слое уложится $10 \cdot 10$ кубиков, всего слоёв — 10. Значит,

$$1 \text{ дм}^3 = (10 \cdot 10 \cdot 10) \text{ см}^3 = 1000 \text{ см}^3.$$



1 см^3

1 дм^3

Рис. 48