



Мастер должен в ванной уложить плиткой пол, имеющий форму прямоугольника размерами $2,6 \text{ м} \times 3,2 \text{ м}$, с помощью квадратных плиток со стороной 20 см .

а) Постройте план, в котором 1 см на плане представляет 20 см в реальности.

б) Ответьте, сколько нужно плиток, чтобы покрыть весь пол.

в) Плитки продаются в ящиках по 30 штук. Сколько потребуется ящиков?

г) Цена одного ящика $41,6 \text{ р.}$ Какова стоимость всех необходимых ящиков?

§ 2. Основные задачи на проценты

Для решения задач на проценты нужно понимать, что 1% — это сотая часть числа, а несколько процентов — несколько сотых частей числа, т. е. проценты — это дроби. Значит, чтобы решать задачи на проценты, нужно уметь решать задачи на дроби.

Задача 1. В парке 120 деревьев, 15% из них — ели. Сколько елей в парке?

Решение:

Первый способ. Запишем число процентов в виде дроби:

$$15 \% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}.$$

Тогда задача сводится к задаче нахождения части (дроби) от числа:

$$120 \cdot \frac{15}{100} = 120 \cdot \frac{3}{20} = \frac{120 \cdot 3}{20} = 18 \text{ (елей).}$$

Ответ: 18 елей в парке.

Получили первый способ решения задачи: записать процент в виде дроби и найти эту часть (дробь) от данного числа.

Второй способ. В данной задаче, чтобы найти 15 % от 120, можно записать решение в виде:

$$\frac{120}{100 \%} \cdot 15 \% = 18 \text{ (елей)}.$$

Действием деления узнаём, сколько деревьев приходится на 1 %, а затем умножаем на число процентов.

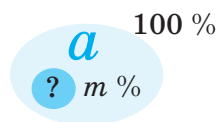


Получили правило нахождения процента от числа:

Чтобы найти процент от числа, нужно это число разделить на 100 и умножить на число процентов:

1) нахождение процента (m) от числа (a):

$$b = \frac{a}{100} \cdot m \%;$$



Задача 2. Из всех участников шахматного турнира 40 % имеют первый разряд. Сколько всего участников турнира, если перворазрядников — 10?

Решение:

Первый способ. Запишем число процентов в виде дроби:

$$40 \% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}.$$

Тогда задача свелась к задаче по нахождению числа по его части:

$$10 : \frac{2}{5} = 10 \cdot \frac{5}{2} = \frac{10 \cdot 5}{2} = 25 \text{ (участников)}.$$

Ответ: 25 участников турнира.

Второй способ. Чтобы найти число всех участников турнира по проценту перворазрядников (40 %) и числу перворазрядников (10 человек), можно записать решение в виде: $\frac{10}{40 \%} \cdot 100 \% = 25$ (участников турнира). Действием деления находим, сколько участников приходится на 1 %, а затем умножаем на 100 %.

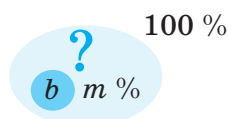


Получили правило нахождения числа по его проценту.

Чтобы найти всё число по его проценту, нужно данное число разделить на число соответствующих ему процентов и умножить на сто.

2) нахождение числа (a) по его проценту (m):

$$a = \frac{b}{m \%} \cdot 100 \%$$



Задача 3. На итоговом уроке по теме «Проценты» учащиеся 18 мин повторяли основные алгоритмы и правила, а остальное время выполняли самостоятельную работу. Сколько процентов урока заняло повторение?

Решение: применим правило нахождения дробного отношения двух чисел, т. е. найдём, какую часть одно число составляет от другого числа:

$$18 : 45 = \frac{18}{45} = \frac{2}{5} \text{ (урока заняло повторение).}$$

Полученную дробь запишем в виде числа процентов:

$$\frac{2}{5} \cdot 100 \% \text{ или } \frac{18}{45} \cdot 100 \% = 40 \%$$

Ответ: 40 %.

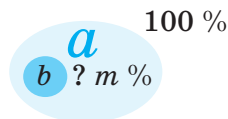


Получили правило нахождения процентного отношения чисел.

Чтобы найти, сколько процентов одно число (первое) составляет от другого (второго), нужно первое число разделить на второе и умножить на 100 %.

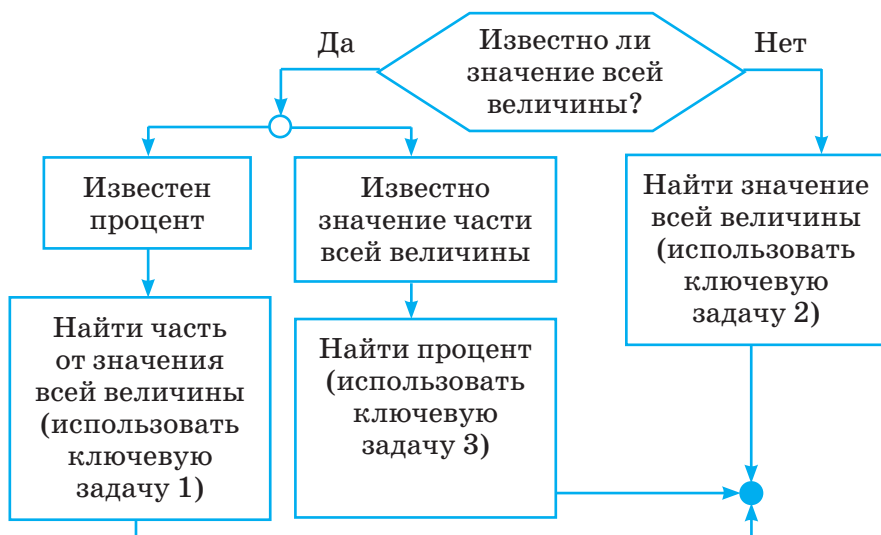
3) нахождение процентного отношения чисел (какой процент одно число (b) составляет от другого (a)):

$$m \% = \frac{b}{a} \cdot 100 \%$$



Так же как и при решении задач на дроби, при решении задач на проценты используют рассмотренные три ключевые задачи.

Чтобы отнести задачу к одному из трёх видов, можно воспользоваться алгоритмом:



Задача 4. В спортивном лагере тренируются 200 спортсменов. Из них 40 % занимаются лёгкой атлетикой. Сколько в лагере легкоатлетов?

Решение: по алгоритму: вся величина — это число всех спортсменов в лагере — 200. Это число известно (идём по стрелке «Да»). Далее: известен процент — 40 %. Значит, используем ключевую задачу 1.

$$\frac{200}{100} \cdot 40 = \frac{200 \cdot 40}{100} = 80 \text{ (спортсменов-легкоатлетов).}$$

Ответ: 80 спортсменов-легкоатлетов.

Задача 5. За два дня туристы преодолели 80 % всего маршрута. Сколько километров составляет весь маршрут, если за два дня они прошли 40 км?

Решение: по алгоритму: вся величина — это длина всего маршрута, она неизвестна. Значит, идём

по стрелке «Нет» и используем ключевую задачу 2.

$$\frac{40}{80} \cdot 100 = \frac{1}{2} \cdot 100 = 50 \text{ (км составляет весь маршрут).}$$

Ответ: 50 км.

Задача 6. В картинной галерее представлено 256 картин. Из них 64 — портреты. Какой процент всех картин галереи составляют портреты?

Решение: по алгоритму: вся величина — это число всех картин в галерее — 256. Это число известно, значит, идём по стрелке «Да». Далее, известно значение части числа всех картин — 64. Значит, используем ключевую задачу 3.

$$\frac{64}{256} \cdot 100 \% = \frac{1}{4} \cdot 100 \% = 25 \% \text{ всех картин составляют портреты.}$$

Ответ: 25 %.



21. Какое правило нужно применить, чтобы найти:

- а) 20 % от числа 80;
- б) 3,2 % от числа 6;
- в) 135 % от числа 13,5?

22. Какое правило нужно применить, чтобы найти число, если известно, что:

- а) 20 % его равны 80;
- б) 135 % его равны 13,5?

23. Примените правило нахождения процента от числа и найдите:

- а) 20 % от числа: 80; 5; 0,4;
- б) 10 % от числа: 7; 0,9; 120;
- в) 150 % от числа: 60; 4; 200;
- г) 240 % от числа: 8; 100; 0,3.

24. Примените правило нахождения процента от числа и найдите:

- а) 40 % от 200 р.;
- б) 60 % от 4 км;
- в) 25 % от 8 ч;
- г) 2 % от 80 т.

25. Укажите верные записи при нахождении 18 % от числа 160:
- а) $160 \cdot 0,18$; в) $\frac{160}{100} \cdot 18$;
- б) $\frac{160}{18} \cdot 100$; г) $160 : 0,18$.
26. В семенах сои содержится 20 % масла. Сколько килограммов масла содержится в 420 кг семян сои?
27. В избирательном округе 24 000 избирателей. В голосовании приняло участие 85 % всех избирателей. Сколько человек голосовало?
28. Примените правило нахождения числа по его проценту и найдите число, если известно, что:
- а) 30 % его равны: 24; 600;
- б) 120 % его равны: 24; 0,6.
29. Примените правило нахождения числа по его проценту и найдите число, если:
- а) 8 % его равны: 100 л; 2,4 т; 64 км^2 ; 0,4 ч;
- б) 25 % его равны: 8 кг; 0,5 га; 10 мин.
30. Укажите неверные записи при нахождении числа по его проценту, если известно, что его 12 % равны 60:
- а) $\frac{60}{12} \cdot 100$; б) $\frac{60}{100} \cdot 12$; в) $60 : 0,12$.
31. Сколько мест в зрительном зале, если 90 зрителей заполнили 18 % мест?
32. Примените правило нахождения процентного отношения чисел для ответа на вопрос, сколько процентов одно число составляет от другого:
- а) 1 от 5; в) 36 от 600;
- б) 12 от 25; г) 4 от 9.
33. Используйте правило нахождения процентного отношения чисел, чтобы найти, сколько процентов одно значение величины составляет от другого:
- а) 3 см от 4 дм; в) 12 мин от 2 ч;
- б) 3 м от 8 см; г) 2 ч от 12 мин.

- 34.** Используйте ключевую задачу и найдите процентное отношение следующих чисел:
а) 1 и 8; в) 0,3 и 10; д) 0,5 и 0,05;
б) 4 и 25; г) 12 и 5; е) 1 и 0,1.
- 35.** Продолжительность урока 45 мин. На самостоятельную работу ушло 27 мин. Сколько процентов времени ушло на самостоятельную работу?
- 36.** Сравните:
а) 30 % от 50 г и 50 % от 30 г;
б) 55 % от 200 м и 45 % от 2 км.
- 37.** Примените правило нахождения процента от числа и найдите:
а) 200 % от числа: 5; 50;
б) 300 % от числа: 8; 24.
Сделайте вывод.
- 38.** Больше половины составляют: 85 %; 28 %; 52 %; 40 % ?
- 39.** Найдите удобным (рациональным) способом:
а) 25 % числа: 8; 36; 0,4; 0,016;
б) 50 % числа: 4; 0,18; 50; 0,006.
- 40.** Используйте связь между числом процентов и его записью в виде дроби и найдите число, если:
а) его 25 % равны: 15; 200; 0,008;
б) его 50 % равны: 24; 100; 0,09;
в) его 20 % равны: 18; 0,2; 0,01.
- 41.** Что больше: 38 % от 65 или 215 % от 12?
- 42.** Что меньше: 52 % от 85 или 225 % от 18?
- 43.** Какое из чисел и на сколько больше: число, 5 % которого составляют 15, или число, 8 % которого составляют 16?
- 44.** Найдите 32 % числа, если 65 % его составляют 325.
- 45.** Найдите число, 20 % которого составляют 50 % от 400.

46. Среди всех лодок на пристани парусные лодки составляют 35 %, остальные — моторные. Сколько процентов всех лодок составляют моторные лодки?
47. У фермера 45 % всех посевных площадей занято зерновыми культурами, 32,5 % всех площадей занято картофелем, а остальные заняты кормовыми травами. Сколько процентов всех площадей занято кормовыми травами?

Решите задачи, используя алгоритм выбора типа задачи:

48. Никелевая руда содержит 1,3 % никеля. Сколько тонн этой руды надо переработать, чтобы добыть 21,45 т никеля?
49. Из 160 посеянных семян взошло 144. Какой процент семян дал всходы?
50. На тренировке в тире Петя в 85 % случаев попал в цель. Сколько промахов у Пети, если всего он произвёл 60 выстрелов?
51. Построено 82 % газопровода. Сколько километров газопровода осталось построить, если его проектная длина — 204,5 км?
52. Экскурсионный автобус проехал в первый день 480 км, что составило 15 % длины всего маршрута. Сколько километров осталось проехать?
53. Из всех посаженных в парке деревьев принялось 38, что составило 95 % посаженных деревьев. Сколько деревьев не принялось?
54. Число мальчиков в секции лёгкой атлетики составляет 48 % от числа девочек. Сколько девочек в секции лёгкой атлетики, если мальчиков 12? Сколько процентов составляют девочки от числа мальчиков?
55. Грушевые деревья составляют 35 % всех деревьев сада, остальные 130 деревьев — яблони. Сколько грушевых деревьев в саду?

56. От ленты отрезали 40 % её длины. Какова была длина всей ленты, если осталось 60 м?
57. За неделю продано 62,5 % поставленных магазину телевизоров, после чего осталось 72 телевизора. Сколько телевизоров получено магазином?
58. Длина прямоугольника равна 40 см, а ширина составляет 80 % длины. Найдите периметр и площадь прямоугольника.
59. В классе 20 учащихся. В школьной олимпиаде по математике участвовали 30 % учащихся, по истории — 45 %, а остальные участвовали в олимпиаде по химии. Сколько было участников олимпиады по химии?
60. Сумма трёх чисел равна 680. Первое число составляет 15 % суммы, второе — 45 %. Найдите третье число.
61. Книга, купленная Машей, стоит 25 % имевшихся у неё денег, журнал — 12 % оставшихся денег. Сколько денег осталось у Маши после покупки книги и журнала, если у неё было 40 р.?
62. За три часа автомобиль проехал 240 км. За первый час — 45 % всего пути, а за второй — 75 % того, что проехал за первый час. Сколько километров проехал автомобиль за третий час?
63. Первое число равно 48 и составляет 15 % второго числа. Третье число составляет 65 % второго. Найдите второе и третье числа.
64. На покупку спортивной формы истратили 62,5 % от 960 р., а на спортивный инвентарь — 40 % стоимости спортивной формы. Сколько денег осталось?
65. На школьной ярмарке в первый день продали 40 % всех тетрадей, во второй — 25 %, а в третий день — остальные 1400 тетрадей. Сколько тетрадей продано в первый день?

66. Экологи подсчитали, что в настоящее время в моря и океаны ежегодно попадает около 11 млн тонн пластиковых отходов, к 2040 году эта цифра возрастёт до 30 млн тонн в год, если оставить всё как есть. На сколько процентов увеличится тогда количество тонн пластиковых отходов в океане?
67. Для школьного кабинета информатики приобрели компьютеры, сканер и компьютерный стол. Стоимость компьютеров составила 75 % стоимости всей покупки, а стоимость сканера — 30 % стоимости компьютеров. Компьютерный стол стоил 160 р. Сколько стоила вся покупка?
68. Весь книжный фонд библиотеки разместили следующим образом: 55 % расположили на стеллажах, 60 % остатка — в шкафах, а оставшиеся книги — в хранилище. Сколько процентов всех книг оказалось в хранилище?
69. В первый день выпуска новой газеты было раскуплено 25 % тиража, причём 64 % тиража продано утром этого дня. Сколько процентов всего тиража продано утром?
70. Детская литература составляет 80 % продукции издательства, 60 % из них — книги для дошкольников, причём 50 % книг для дошкольников составляют сказки. Какой процент всей продукции составляют сказки?
71. В первую неделю Маша прочитала 40 % страниц книги, за вторую неделю — 60 % оставшихся страниц книги, а за третью неделю — остальные 72 страницы книги. Сколько всего страниц в книге?
72. Три фирмы изготовили некоторое число приборов для лаборатории. Первая фирма изготовила 30 % всех приборов, вторая — 60 % остатка, а третья — остальные 84 прибора. Сколько всего приборов изготовили фирмы?

- 73.** В настоящее время население Земли составляет свыше 7,3 млрд человек. По прогнозам ООН, к 2050 году оно может достигнуть 9,7 млрд, а к 2100 году предположительно превысит 11 млрд. На сколько процентов увеличится тогда население Земли в эти годы по сравнению с настоящим временем?
- 74.** Спонсоры купили для школы видеокамеру. Один из них оплатил 36 % её стоимости, а второй — остальную сумму, причём первый заплатил на 630 р. меньше, чем второй. Сколько стоила видеокамера?
- 75.** Чёрные лебеди составляют 30 % общего числа белых и чёрных лебедей, живущих в заповеднике. Сколько чёрных лебедей живёт в заповеднике, если число белых лебедей на 12 больше числа чёрных?
- 76.** Сумма числа и его пятнадцати процентов равна 23. Найдите это число.
- 77.** Найдите число, если разность этого числа и его 82 % равны 891,18.
- 78.** Стоимость коробки для упаковки игрушки составляет 5 % стоимости игрушки. Упакованная игрушка стоит 63 р. Найдите стоимость игрушки.



79. Установите порядок действий и выполните действия с десятичными дробями:

$$3,42 : 0,57 \cdot (9,5 - 1,1) : ((4,8 - 1,6) \cdot (3,1 + 0,05)).$$

- 80.** Выполните анализ компонентов действий, установите порядок действий и найдите значение числового выражения:

а) $8\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} : \left(2\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4}\right) \cdot 2\frac{3}{7};$

б) $\left(5\frac{5}{6} : 4 + 7 : 5\frac{1}{11}\right) : \frac{7}{9} - \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}.$

81. Примените правило выражения обыкновенных дробей в процентах для следующих чисел:

а) $\frac{3}{4}$; в) $1\frac{9}{25}$; д) $\frac{5}{7}$;

б) $\frac{7}{20}$; г) $\frac{2}{3}$; е) $2\frac{1}{9}$.

82. Решите уравнение, используя зависимости между компонентами действий:

а) $(x - 0,25) + 3\frac{1}{12} = 7\frac{1}{3}$;

б) $4\frac{4}{9}x + 1 = 2\frac{17}{18}$.

83. Сколько тонн свёклы собрано с каждого поля, если с двух полей собрано 239,76 т свёклы, а с первого поля — в 1,7 раза больше, чем со второго?

84. В первый день на ярмарке продали в 1,3 раза овощей меньше, чем во второй. Сколько тонн овощей продали в первый день, если во второй день продали на 71,1 т больше, чем в первый?

85. Найдите два числа, если одно из них на 3,6 меньше другого, а среднее арифметическое двух этих чисел равно 9.

86. Ширина прямоугольного участка на 8,2 м меньше его длины. Найдите длину и ширину участка, если длина забора вокруг него равна 82,4 м.

87. В трёх сосудах 32 л сока. Объем сока во втором сосуде составляет 35 % объёма сока в первом сосуде, а объём сока в третьем сосуде составляет $\frac{5}{7}$ объёма сока во втором сосуде. Сколько литров сока в каждом сосуде?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Чтобы найти процент от числа, нужно это число ... на 100 и ... на число процентов.

2. Чтобы найти число по его проценту, нужно это число ... на число процентов и ... на 100.

3. Чтобы найти, сколько процентов одно число (первое) составляет от другого (второго), нужно ... число разделить на ... и умножить на 100 %.



88. Примените правило нахождения процента от числа и найдите:

- а) 5 % от числа: 300; 6; 25;
- б) 75 % от числа: 20; 400; 0,2;
- в) 120 % от числа: 80; 2; 100;
- г) 0,9 % от числа: 7; 60; 0,4.

89. Примените правило нахождения числа по его проценту и найдите число, если известно, что:

- а) его 20 % равны: 16; 8,4;
- б) его 45 % равны: 9; 180;
- в) его 110 % равны: 44; 5,5;
- г) его 1,5 % равны: 120; 2,25.

90. Примените правило нахождения процентного отношения чисел и найдите, сколько процентов составляет число:

- а) 2 от 5; б) 16 от 25; в) 7 от 3.

91. Найдите процентное отношение:

- а) 5 мин и 1 ч; в) 1 т и 6 ц;
- б) 20 м и 3 км; г) 2 а и 1 га.

92. Найдите удобным (рациональным) способом:

- а) 25 % числа: 12; 60; 0,16;
- б) число, если его 50 % равны: 10; 0,6; 250.

93. Из свежих слив получается 35 % сушёных. Сколько получится сушёных слив из 600 кг свежих?

94. В классе отсутствовали 3 человека, что составило 10 % всех учащихся класса. Сколько учащихся в классе? Составьте аналогичную задачу на один из дней текущей четверти для вашего класса.

95. На птицефабрике дневной рацион индейки — 300 г корма, в том числе зерна — 105 г. Сколько процентов составляет зерно от дневного рациона индейки?
96. На приготовление варенья израсходовали 75 % собранных слив. Сколько килограммов слив осталось, если их собрано 24 кг?
97. Средняя скорость движения легковой машины по трассе 96 км/ч, что составляет 12 % скорости самолёта. Какова скорость самолёта? Сколько процентов составляет скорость самолёта от скорости легковой машины?
98. За учебный год Аня израсходовала 40 % купленных на год тетрадей, и у неё осталось 30 тетрадей. Сколько тетрадей было у Ани в начале года?
99. В классе 24 учащихся. Из них 25 % занимаются плаванием, 37,5 % — лёгкой атлетикой, а остальные — волейболом. Сколько учащихся занимаются волейболом? Составьте аналогичную задачу для вашего класса.
100. Турист запланировал пройти 64 км. В первый день он прошёл 25 % всего пути, во второй — 50 % оставшегося пути. Какой путь ему осталось пройти?
101. На лодочной станции 150 лодок, из которых трёхместных — 14 %. Число трёхместных лодок составляет 87,5 % числа пятиместных лодок, остальные — четырёхместные. Сколько четырёхместных лодок на станции?
102. Гречневая крупа содержит 11 % белков, 64 % углеводов, остальное приходится на другие вещества. На сколько килограммов в крупе, купленной для школьного кафе, больше углеводов, чем белков, если других веществ в ней оказалось 2,8 кг?