

103. Найдите число, если сумма этого числа и его 56 % равны 1092.



Мастер должен уложить плиткой пол ванной комнаты, имеющий форму прямоугольника размером 2,6 м × 3,2 м, с помощью квадратных плиток со стороной 20 см. Для укладки плиток нужен клей, который продаётся в пакетах по 5 кг. Одного пакета хватает на 2 м² укладки плитки. Каждый пакет стоит 15,75 р. Вычислите расходы на клей, необходимый для укладки плитки.

§ 3. Пропорция и её свойства

Чтобы узнать, во сколько раз одно число больше другого, выполняют деление большего числа на меньшее.

Например: в шестых классах гимназии учатся 120 человек, а в десятых — 40. Во сколько раз шестиклассников больше?

Полученное при решении задачи частное $120 : 40$ можно записать в виде дроби $\frac{120}{40}$. Дробь получается и при вычислении дробного отношения двух чисел. Таким образом, результат деления двух чисел a и b можно прочитать:

$a : b$ — частное чисел a и b ;

$\frac{a}{b}$ — дробь с числителем a и знаменателем b ;

$\frac{a}{b}$ — дробное отношение чисел a и b (кратко: **отношение чисел a и b или отношение a к b**).

Отношение чисел используется не только для определения, какую часть одно число составляет от другого, но и для решения различных задач.

Задача. За 1,2 кг яблок заплатили 1,56 р. Сколько стоит 2 кг яблок?

Решение:

Чтобы найти цену 1 кг яблок, нужно разделить стоимость всех купленных яблок на массу яблок, т. е. найти отношение 1,56 р. к 1,2 кг. Если стоимость двух килограммов яблок обозначить через x , то цена 1 кг яблок будет также равна $x : 2 = \frac{x}{2}$ (р.). Можно записать равенство отношений: $\frac{1,56}{1,2} = \frac{x}{2}$ (р.).

Такое равенство называется пропорцией.



Верное равенство двух отношений называется пропорцией.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ есть пропорция. Она может быть прочитана так: отношение a к b равно отношению c к d или так: a относится к b так же, как c относится к d .

Пропорция может быть записана в виде:

$$a : b = c : d.$$



Числа a , b , c , d называются членами пропорции: a и d — крайние члены пропорции, b и c — средние члены пропорции.

средние члены

$$a : b = c : d$$

крайние члены

средние члены

крайние члены

Например, в пропорции $\frac{2}{5} = \frac{x}{3}$ числа 2 и 3 — это крайние члены пропорции, 5 и x — это средние члены пропорции. Рассмотрим пропорцию $\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$. Найдём произведение её крайних членов: $2 \cdot 25 = 50$ и

произведение её средних членов: $5 \cdot 10 = 50$. Эти произведения равны.



Основное свойство пропорции

Произведение крайних членов пропорции равно произведению средних членов пропорции. Можно использовать такую запись:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies a \cdot d = b \cdot c$$

Докажем это свойство.

1. Запишем пропорцию в виде: $a : b = c : d$.

2. По правилу нахождения неизвестного делимого a запишем:

$$a = (c : d) \cdot b, \text{ или } a = \frac{c}{d} b, \text{ или } a = \frac{c \cdot b}{d}.$$

3. Запишем последнее равенство в виде:

$$a = (c \cdot b) : d.$$

4. По правилу нахождения неизвестного делимого $c \cdot b$ запишем:

$$c \cdot b = a \cdot d.$$

Доказательство закончено.



Из равенства двух произведений можно составить пропорцию.

$$\text{Например, } 3 \cdot 4 = 2 \cdot 6 \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{6}{4};$$
$$x \cdot 7 = 2,1 \cdot 9 \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{2,1}{7}.$$



Средние и крайние члены пропорции можно менять местами.

Из одной пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ получаются следующие пропорции: $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$; $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$; $\frac{c}{a} = \frac{d}{b}$. Члены пропорции могут быть как известными числами, так и

неизвестными переменными величинами. С помощью основного свойства пропорции можно находить её неизвестные члены. Вернёмся к первой задаче.

В пропорции $\frac{1,56}{1,2} = \frac{x}{2}$ нужно найти x — средний член пропорции. Запишем основное свойство пропорции: $x \cdot 1,2 = 1,56 \cdot 2$. Получим уравнение, которое решим, разделив произведение в его правой части на известный множитель: $x = \frac{1,56 \cdot 2}{1,2} = \frac{15,6}{6} = 2,6$.

Ответ задачи: 2 кг яблок стоят 2,6 р.



Если требуется найти неизвестный член пропорции, то говорят, что нужно решить пропорцию. Например, решите пропорцию: $\frac{3}{x} = \frac{1,2}{0,6}$.

Решение:

$$\frac{3}{x} = \frac{1,2}{0,6} \Rightarrow x \cdot 1,2 = 3 \cdot 0,6 \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 0,6}{1,2} \Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1,5.$$



- 104.** Какое из выражений можно назвать отношением: $7 \cdot 3$; $7 - 3$; $7 : 3$; $7 + 3$; $7,3$?
- 105.** Запишите отношение, которое показывает: во сколько раз число 5 больше числа 2; какую часть число 3 составляет от числа 7.
- 106.** Прочитайте выражение разными способами:
а) $6 : 3$; б) $3 : \frac{2}{3}$; в) $\frac{0,5}{0,125}$.
- 107.** Запишите отношение данных чисел. Примените основное свойство частного (дроби) и замените полученное отношение равным отношением взаимно простых чисел: 5 и 20; 20 и 5; 7,2 и 1,8; 4 и $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{5}$ и $\frac{9}{20}$; $1\frac{2}{7}$ и $\frac{3}{14}$.
- 108.** Запишите отношение значений величин и замените его равным отношением: 21 дм к 5 см; 16 м^2 к 0,8 га; 0,36 т к 2,4 ц; 1,2 кг к 2 т.

- 109.** Проверьте, равны ли отношения:
 $\frac{3}{4}$ и $\frac{9}{12}$; $\frac{4}{9}$ и $\frac{8}{27}$; $15 : 5$ и $0,6 : 0,2$.
- 110.** Из чисел 8; 9; 24; 45; 1,5; 0,3; 0,2; 0,1 составьте отношение, равное:
 а) 5; в) $\frac{1}{3}$; д) 1,5;
 б) 2; г) 90; е) 0,0125.
- 111.** Найдите $\frac{b}{a}$, если известно, что $\frac{a}{b}$ равно:
 а) $\frac{3}{8}$; б) $\frac{15}{7}$; в) 0,125; г) 1,5.
- 112.** Миша из 20 бросков мяча в корзину имел 8 попаданий, а Лёша из 32 бросков — 10 попаданий. Чей результат попаданий лучше?
- 113.** Какие из данных равенств не являются пропорциями:
 а) $2,4 : 0,4 = 4 + 2$; в) $0,3 \cdot 20 = 2,4 : 0,4$;
 б) $2,4 : 0,4 = 18 : 3$; г) $2 \cdot 4 = 0,5 \cdot 8$?
- 114.** Запишите пропорцию и проверьте, вычислив отношения, верно ли она составлена:
 а) отношение 8 к 0,8 равно отношению 30 к 3;
 б) 0,25 так относится к 0,5, как 0,3 относится к 6;
 в) частное чисел $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{3}$ равно частному чисел 6 и 8;
 г) число 3 во столько раз больше числа 2, во сколько раз число 6 больше числа 4;
 д) число 20 составляет от числа 50 такую часть, какую 6 составляет от 15.
- 115.** Прочитайте пропорцию разными способами. Назовите крайние и средние члены пропорции:
 а) $12 : 3 = 20 : 5$; в) $\frac{4}{3} = \frac{20}{15}$;
 б) $6,3 : 0,9 = 2,8 : 0,4$; г) $\frac{1}{2} = \frac{0,5}{1}$.

116. Вычислите отношения и составьте из них верные пропорции:

$$20 : 4; 2\frac{1}{2} : 2; 6 : 0,6; 2 : \frac{2}{5}; \frac{1}{10} : \frac{1}{100}; 10 : 8.$$

117. Составьте две пропорции, в которых отношения равны:

а) 4; б) $\frac{1}{2}$; в) 0,3.

118. Определите, является ли равенство отношений пропорцией (используйте основное свойство пропорции):

а) $9 : 3 = 24 : 8$; д) $0,12 : 0,01 = 3,6 : 0,3$;

б) $1\frac{1}{2} : 3 = 2 : 4$; е) $50 : 10 = \frac{1}{2} : \frac{1}{10}$;

в) $16 : 4 = 0,4 : 0,1$; ж) $\frac{2}{3} : \frac{4}{9} = 6 : 9$;

г) $1,2 : 0,4 = 1 : \frac{1}{3}$.

119. Примените основное свойство пропорции и составьте пропорцию из равенства двух произведений:

а) $8 \cdot 6 = 24 \cdot 2$; б) $3 \cdot 2 = 1,5 \cdot 4$.

120. Составьте пропорцию, если известно, что:

а) произведение её крайних членов равно 18;

б) произведение её средних членов равно 20.

121. Составьте пропорцию из четырёх данных чисел (используйте основное свойство пропорции):

а) 45; 60; 3; 4; б) 1,5; 0,3; 0,2; 0,1.

122. Какое число следует взять в качестве четвёртого к трём данным числам, чтобы из них можно было составить пропорцию? Сколько решений можно найти:

а) 3; 5; 10; в) 6; 6; 12;

б) 2; 8; 0,2; г) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{10}$; 20?

123. Дана пропорция $18 : 3 = 60 : 10$. Запишите новую пропорцию, переставив её:

- а) средние члены;
- б) крайние члены;
- в) средние и крайние члены.

124. Из данной пропорции составьте новые пропорции, переставив местами её члены:

- а) $55 : 33 = 5 : 3$;
- б) $7 : 4 = 28 : 16$;
- в) $\frac{2}{40} = \frac{5}{100}$;
- г) $\frac{4,2}{0,3} = \frac{2,8}{0,2}$.

125. Чему равно отношение m к n , если:

- а) $m : 2,5 = n : 10$;
- б) $0,6 : n = 3,6 : m$?

126. Найдите неизвестный член пропорции:

- а) $\frac{x}{8} = \frac{3}{2}$; $\frac{y}{1,4} = \frac{3}{0,7}$;
- б) $\frac{6}{x} = \frac{3}{4}$; $\frac{1,6}{z} = \frac{0,8}{9}$.

127. Из пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ выразите:

- а) число a ;
- б) число b ;
- в) число c ;
- г) число d .

128. Решите пропорцию:

- а) $\frac{25}{n} = \frac{5}{7}$;
- б) $9 : 32 = a : 1$;
- в) $x : \frac{1}{2} = 3 : 5$.

129. Решите уравнение, используя свойство пропорции:

- а) $\frac{2}{5} = \frac{x}{3}$;
- б) $1,6 : 4 = c : 1,5$;
- в) $m : \frac{1}{5} = 3 : \frac{2}{5}$.



130. Представьте в виде десятичных дробей: 45 %; 8 %; 210 %; 0,7 %; 400 %.

131. Выразите в процентах числа: 0,48; 0,03; 5; 0,7; 1,002; 0,076; 4,82.

132. Найдите информацию о численности населения Республики Беларусь за 1950–2016 гг. и составьте диаграмму. Используя её, ответьте на вопросы:

- а) в каком году численность населения Беларуси была наименьшей?
- б) в каком году численность населения Беларуси была наибольшей?
- в) сколько примерно жителей было в Беларуси в 2016 г.?
- г) в какие годы жителей было меньше, чем в 2010 г.?
- д) на сколько больше стало жителей в 2010 г., чем в 1970 г.?

- 133.** Постройте столбчатую диаграмму по данным, характеризующим длины самых крупных рек, протекающих на территории Республики Беларусь (в её пределах). Данные округлите до десятков.

Днепр	Щара	Птичь	Неман
700	300	421	436
Березина	Свислочь	Припять	Сож
561	290	495	493

- 134.** Решите уравнения, используя зависимости между компонентами действий:
- $$1,8a - 52,5 = 2,4;$$
- $$724,5 : 3 : x - 6,5 = 16,5;$$
- $$2,3b + 22,36 = 33,952.$$
- 135.** С дачного участка собрали 48 кг моркови и лука. Моркови — 65 % всех овощей, а остальное — лук. Сколько килограммов лука собрали с участка?
- 136.** В школе 800 учащихся. Из них 320 девочек. Сколько процентов учащихся этой школы составляют мальчики?

137. В типографии напечатано 72 % тиража журнала «Юный изобретатель», после чего осталось напечатать 1890 экземпляров журнала. Сколько всего экземпляров журнала нужно напечатать?

Решите задачи:

138. В три вагона погрузили 100 т груза. Во второй вагон — в 3 раза больше, чем в первый, а в третий — на 5 т больше, чем в первый. Сколько тонн груза погрузили в каждый вагон?
139. Первое число составляет 70 % от второго, а третье число — 50 % от второго. Найдите эти числа, если их среднее арифметическое равно 44,88.



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Пропорцией называется двух
2. Произведение ... членов пропорции равно ... средних членов пропорции.
3. $a : b$ — ... чисел a и b ;
 $\frac{a}{b}$ — ... с числителем a и знаменателем b ;
 $\frac{a}{b}$ — ... чисел a и b .



140. Запишите отношение данных чисел: 16 и 12; 40 и 10; 5,5 и 0,5; $\frac{1}{3}$ и 6. Примените основное свойство частного (дроби) и замените полученное отношение равным отношением взаимно простых чисел.
141. Запишите отношение значений величин и замените его равным отношением взаимно простых чисел: 3 м и 60 дм; 0,8 кг и 500 г.
142. Вычислите отношения и составьте из них пропорции:
- а) $\frac{1}{2} : \frac{1}{12}$; б) 8 : 10; в) $2\frac{1}{2} : 5$; г) 1,2 : 0,2;
д) $\frac{2}{5} : \frac{1}{2}$; е) 10 : 20.

143. Определите, является ли равенство отношений пропорцией (используйте основное свойство пропорции):

а) $18 : 2 = 45 : 5$; б) $\frac{20}{7} = \frac{14}{5}$; в) $\frac{6}{18} = \frac{5}{15}$;

г) $\frac{9}{18} = \frac{5}{10}$; д) $1 : 20 = 0,3 : 6$; е) $\frac{0,3}{0,2} = \frac{5}{4}$.

144. Примените основное свойство пропорции и составьте пропорцию из равенства двух произведений:

а) $10 \cdot 3 = 15 \cdot 2$; б) $0,4 \cdot 30 = 0,2 \cdot 60$.

145. Дана пропорция $8 : 15 = 16 : 30$. Запишите новую пропорцию, переставив её:

а) средние члены;

б) крайние члены;

в) средние и крайние члены.

146. Составьте пропорцию из четырёх данных чисел (используйте основное свойство пропорции): 5; 10; 9; 4,5.

147. Решите пропорцию:

а) $\frac{24}{x} = \frac{8}{5}$;

в) $m : 12 = 7 : 10$;

б) $13 : x = 2 : 3$;

г) $\frac{28}{x} = \frac{14}{0,1}$.



У Саши три мяча разной упругости. Красный мяч после удара о пол отскакивает на $\frac{4}{5}$ высоты падения, синий — на $\frac{3}{4}$, а белый — на $\frac{2}{3}$. Саша бросил все три мяча с высоты 1,8 м. Определите, на какой высоте будут мячи после пяти подскоков — красный; четырёх подскоков — синий; трёх подскоков — белый. Какой из трёх мячей окажется выше всех?