

§ 4. Прямая и обратная пропорциональные зависимости

Для решения задач важно знать, о каких зависимостях между величинами идёт в них речь. Во многих задачах описываются зависимости с одинаковыми свойствами.



Рассмотрим зависимость между расстоянием и временем движения при постоянной скорости движения.

Пусть при постоянной скорости движения за некоторое время поезд проходит 120 км. Какое расстояние он пройдёт, если время движения увеличится в три раза? По формуле расстояния $s = v \cdot t$ или $120 = v \cdot t$ ясно, что если один из множителей произведения — время t — увеличится в три раза, то и произведение, равное 120, увеличится во столько же раз. Значит, пройденное расстояние будет равно 360 км. Говорят, что между расстоянием и временем движения при постоянной скорости **прямая пропорциональная зависимость**.




Если с увеличением значения одной величины в несколько раз соответствующее значение другой величины увеличивается во столько же раз, то зависимость между величинами **прямо пропорциональная**.

Пример 1. Является ли зависимость между ростом ребёнка и его возрастом прямо пропорциональной? Ясно, что с увеличением возраста ребёнка его рост увеличивается, но не в такое же число раз, что и возраст. Такая зависимость **не является прямо пропорциональной**.




Пример 2. Является ли зависимость между количеством автоматов по производству мороженого и количеством стаканчиков пломбира, выпущенных за смену, прямо пропорциональной? С увеличением количества таких же автоматов в несколько раз количество выпущенных стаканчиков пломбира увеличится во столько же раз. Значит, зависимость между величинами **прямая пропорциональная**.



 Рассмотрим зависимость между скоростью движения и временем движения при постоянном расстоянии. Расстояние между двумя городами 600 км. Поезд проходит его за некоторое время. Как изменится время движения поезда, если его скорость увеличится в 1,5 раза?

По формуле $t_1 = \frac{s}{v}$, если скорость увеличится в 1,5 раза, т. е. станет $1,5v$, то время $t_2 = \frac{s}{1,5v} = \frac{s}{v} \cdot \frac{1}{1,5} = \frac{s}{v} : 1,5 = t_1 : 1,5$ уменьшится в 1,5 раза.

Говорят, что между скоростью и временем движения при постоянном расстоянии существует **обратная пропорциональная зависимость**.

 Если с увеличением значения одной величины в несколько раз соответствующее значение другой величины уменьшается во столько же раз, то зависимость между величинами **обратно пропорциональная**.

Пример 3. Является ли зависимость между продолжительностью дня и ночи в сутках обратно пропорциональной? Ясно, что с увеличением продолжительности дня



продолжительность ночи уменьшается, но не во столько же раз. Такая зависимость **не является обратно пропорциональной**.

Пример 4. Является ли зависимость между количеством купленных тетрадей на некоторую сумму и их ценой обратно пропорциональной? Ясно, что с увеличением цены тетради в несколько раз количество купленных тетрадей уменьшится во столько же раз. Значит, зависимость между величинами **обратно пропорциональная**.



148. Является ли зависимость между величинами пропорциональной? Если да, то какого вида зависимость: прямо пропорциональная или обратно пропорциональная:

- а) между числом учащихся в классе и продолжительностью урока;
- б) между числом учащихся класса и количеством выданных им книг в библиотеке;
- в) между скоростью движения пешехода и временем прохождения им одного и того же пути;
- г) между возрастом дерева и его высотой;
- д) между ценой пачки чая и числом пачек чая, которые можно купить на данную сумму денег;
- е) между площадью прямоугольника и длиной одной из его сторон, если длина другой стороны не меняется?

149. Верно ли, что если:

- а) увеличить в 1,2 раза скорость автомата по выпуску пакетов с соком, то количество пакетов сока, выпускаемых за то же время, увеличится в 1,2 раза;
- б) увеличить в 2 раза количество сотрудников, выполняющих одну и ту же работу, то время выполнения работы увеличится в 2 раза;

в) разложить фрукты в сетки не по 1 кг, а по 2 кг, то сеток потребуется в 2 раза меньше;
 г) уменьшить в 1,1 раза расход краски на 1 м^2 , то банки краски хватит для покраски площади, в 1,1 раза меньшей? Обоснуйте ответы.

150. Как изменится периметр квадрата, если длину его стороны:

- а) увеличить в 1,8 раза;
- б) уменьшить в 2,5 раза?

151. Площадь прямоугольника 96 м^2 . Как изменится длина прямоугольника, если его ширину:

- а) увеличить в 4 раза;
- б) уменьшить в 1,5 раза?

152. Машина находится в пути 2 ч. Заполните таблицу изменения пройденного пути (s) в зависимости от скорости (v) и определите зависимость между скоростью машины и пройденным ею расстоянием.

v (км/ч)	30	45	60	90	120
s (км)					

153. Площадь прямоугольника равна 48 м^2 . Заполните таблицу изменения ширины прямоугольника (b) в зависимости от его длины (a) и определите зависимость между длиной и шириной прямоугольника.

a (м)	2	4	6	8	12
b (м)					

154. В какой таблице зависимость между величинами a и b является прямо пропорциональной, а в какой — обратно пропорциональной?

а)

a	60	30	20	15
b	4	8	12	16

б)

a	1	0,5	0,2	0,1
b	10	5	2	1

155. Найдите в таблице значение величины, которое нужно изменить так, чтобы зависимость между величинами x и y стала обратно пропорциональной.

x	6	24	4	12	3	1	8
y	40	10	60	50	80	240	30



156. Решите уравнение, используя свойство пропорции:

а) $m : 5 = 12 : 10$; в) $3,5 : y = 7 : 1,5$.

б) $\frac{12}{x} = \frac{18}{4}$; г) $\frac{t}{2,5} = \frac{10}{0,5}$.

157. Определите вид угла, а затем постройте угол с помощью транспортира или другим способом:
а) 60° ; б) 180° ; в) 120° ; г) 90° .

158. Путешественник проплыл по реке на плоту 40 км за 20 ч. Обрато он вернулся на моторной лодке, собственная скорость которой 22 км/ч. Сколько времени затратил путешественник на обратный путь?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Если с увеличением значения одной величины в несколько раз соответствующее значение другой величины увеличивается раз, то зависимость между величинами прямо пропорциональная.

2. Если с увеличением значения одной величины в несколько раз соответствующее значение другой величины ... во столько же раз, то зависимость между величинами обратно пропорциональная.



159. Является ли зависимость между величинами пропорциональной? Если да, то какого вида эта зависимость:

а) между числом этажей жилого дома и числом его жителей;

б) между стоимостью телефонного разговора по мобильной связи и временем этого разговора;

в) между грузоподъёмностью машины и числом машин, необходимых для перевозки некоторого груза;

г) между площадью квадрата и длиной его стороны;

д) между временем движения по трассе и количеством автомобилей на ней;

е) между числом абонентов мобильной сети и общей суммой оплаты услуг мобильной сети;

ж) между числом свободных мест в зале кинотеатра и числом купленных билетов на сеанс;

з) между временем варки яиц и их числом в кастрюле;

и) между температурой воздуха и высотой подъёма в горах?

160. Заполните таблицу изменения времени движения велосипедиста в зависимости от его скорости, если расстояние, которое он преодолевает на каждом из пяти этапов тренировки, равно 60 км. Определите, какая зависимость между скоростью велосипедиста (v) и временем его движения (t).

v (км/ч)	10	12	15	20	25
t (ч)					

- 161.** Как изменится площадь прямоугольника, если его ширину:
- уменьшить в 1,2 раза;
 - увеличить в 3,5 раза?
- Обоснуйте ответы.
- 162.** Цена яблок летом по сравнению с зимой уменьшилась в 2,5 раза. Сколько килограммов яблок можно купить на ту же сумму, что и зимой, если зимой покупали 2 кг яблок?
- 163.** На соревнованиях по плаванию лучший результат оказался у спортсмена, проплывшего 100 м за 25 сек. За какое время проплывёт эту дистанцию начинающий спортсмен, если его средняя скорость в 1,5 раза меньше скорости победителя?
- 164.** Поле площадью 30 га два комбайна убирают за 6 ч. За какое время уборут поле 6 таких же комбайнов?
- 165.** До реконструкции кинотеатра в зале было 20 рядов по 30 мест в каждом ряду. После реконструкции число мест в зале не изменилось, а число мест в каждом ряду уменьшилось в 1,5 раза. Сколько стало рядов в кинозале?



Экран одного телевизора имеет формат $\frac{16}{9}$, а другого — $\frac{4}{3}$. По телевизору с форматом $\frac{4}{3}$ друзья смотрели фильм в формате $\frac{16}{9}$, при этом на экране были чёрные полосы. Какая часть экрана была занята изображением без полос?