

§ 1. Множество. Элементы множества. Пустое множество

В повседневной жизни, когда говорят о множестве, имеют в виду разное: большое количество людей, городов, друзей и пр. В математике множество рассматривается как набор любого числа объектов любой природы, но чаще всего — математических.

Эти объекты называются **элементами** множеств. Например, множество цифр состоит из десяти элементов: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, а множество чётных простых чисел — из одного элемента — числа 2. Множество чётных делителей числа 15 вообще не содержит ни одного элемента, оно называется **пустым**. Множество может содержать любые элементы, объединённые по какому-то признаку: множество фруктов, яблоко — один из элементов этого множества (рис. 1); множество учащихся класса, любой ученик класса — один из его элементов; множество букв алфавита, буква «к» — один из его элементов; множество натуральных чисел, число 100 — один из его элементов; множество точек на прямой, любая точка на прямой — один из его элементов.

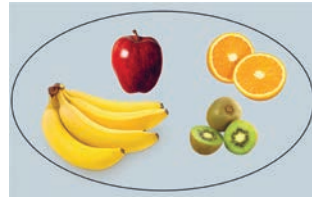


Рисунок 1



Обозначения

Множества обозначаются большими буквами латинского алфавита, а элементы множества указываются в фигурных скобках через запятую.

Например, множество нечётных чисел первого десятка обозначим буквой A , запись будет такой: $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. Читается так: множество A состоит из элементов 1, 3, 5, 7, 9. Это множество **конечно**, оно содержит несколько элементов. Множество N всех натуральных чисел **бесконечно**, записывается так: $N = \{1, 2, 3, \dots\}$. Пустое множество обозначается знаком \emptyset .

Например, множество городов с численностью населения больше 26 млн человек является пустым. Действительно, в этом множестве нет элементов, оно пусто. Город с самой большой численностью населения в мире (на 2020-й год) — Шанхай (24 млн 870 тыс.).

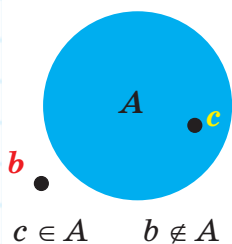


Рисунок 2

Запись $3 \in A$ читается так: элемент три принадлежит множеству A . Это означает, что число 3 содержится во множестве A . Если какой-то элемент не содержится во множестве, то используется знак \notin (рис. 2). Например, $2,5 \notin N$. Читается так: число 2,5 не принадлежит множеству натуральных чисел.



1. Как можно назвать множество:
 - а) цветов, стоящих в вазе;
 - б) фруктовых деревьев и кустарников, растущих у дома?
 Приведите примеры множеств, которые имеют особые названия.
2. Назовите несколько элементов множества:
 - а) планет Солнечной системы;
 - б) видов спорта;
 - в) дней недели;
 - г) арифметических действий.
3. Перечислите элементы множества:
 - а) цифр десятичной системы счисления;
 - б) гласных букв белорусского алфавита.

4. Запишите множество, перечислив его элементы:
а) множество разных букв в слове «математика»;
б) множество чисел третьего десятка, кратных 3;
в) множество чисел четвёртого десятка, кратных 2.
5. Запишите множество всех натуральных делителей числа:
а) 7; б) 12; в) 45.
Конечным или бесконечным является полученное множество?
6. Запишите множество кратных числа:
а) 10; б) 24.
Конечным или бесконечным является полученное множество?
7. Задайте множество цифр, которыми записывается число:
а) 4253; б) 77 777.
8. Назовите два элемента — названия грибов, принадлежащих множеству съедобных грибов, и два — не принадлежащих этому множеству.
9. Верно ли, что:
а) $0 \in N$; в) $10 \in N$;
б) $\frac{1}{2} \notin N$; г) $0,1 \in N$?
10. Запишите следующие утверждения, используя знаки \in и \notin :
а) число 7 — натуральное;
б) число 1,2 — не натуральное.
11. Верно ли, что:
а) $50 \in \{5, 10, 15, \dots, 95, 100\}$;
б) $125 \in \{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$;
в) $1000 \notin \{1, 8, 27, 64, \dots\}$;
г) $25 \notin \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots, 60\}$?
12. Верно ли, что следующие множества являются пустыми:
а) множество рек, протекающих по территории Республики Беларусь;

- б) множество океанов, к которым выходит граница Республики Беларусь;
- в) множество натуральных чисел, меньших числа 0,9;
- г) множество натуральных чисел, меньших числа 12 и кратных числу 12?

13. Даны два множества $A = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 61\}$, $B = \{5, 10, 15, \dots, 60\}$. Верно ли, что:

- а) $20 \in A$; $20 \in B$; $20 \notin A$; $20 \notin B$;
- б) $37 \in A$; $37 \notin A$; $37 \in B$; $37 \notin B$?



14. Решите уравнения, используя зависимость между компонентами действий:

а) $9\frac{5}{6} - \left(m - 1\frac{1}{4}\right) = 3\frac{3}{8}$; б) $\frac{2}{3}x + 4\frac{1}{6} = 5\frac{2}{3}$.

15. Установите порядок действий и выполните действия с десятичными дробями:

$$0,21 : 5 + 3,17 : 8 - 2,22 : 16 + 3,7 : 4.$$

16. Фирма платит рекламным агентам 5 % от стоимости заказа. На какую сумму агент должен найти заказ, чтобы заработать 200 р.?

17. Когда 70 пассажиров заняли в самолёте свои места, остались свободными 65 % всех мест. Сколько пассажиров вмещает самолёт?

18. Среди участников кросса 35 % — учащиеся старших классов, остальные — учащиеся 6–9-х классов, причём их на 60 человек больше, чем старшеклассников. Сколько всего учащихся участвует в кроссе?



Проверь себя!

Назовите пропущенные символы, если $M = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

- а) $4 \dots M$; в) $8 \dots M$;
- б) $1 \dots M$; г) $10 \dots M$.



19. Запишите множество, перечислив его элементы:

а) разных букв в слове «треугольник»;

б) чисел пятого десятка, кратных 5.

20. Запишите множество всех натуральных делителей числа:

а) 11; б) 18.

Конечным или бесконечным является полученное множество?

21. Запишите множество чисел, кратных числу:

а) 5; б) 25.

Конечным или бесконечным является полученное множество?

22. Верно ли, что:

а) $63 \in \{13, 23, 33, \dots, 93\}$;

б) $20 \notin \{1, 3, 5, 7, \dots\}$?

23. Дано множество $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 100\}$. Запишите, принадлежит или не принадлежит этому множеству число:

а) 19; б) 42; в) 63; г) 90.

24. Верно ли, что является пустым:

а) множество простых чисел, меньших числа 2;

б) множество составных чисел, имеющих только два делителя?



Промилле — это тысячная часть числа (обозначается ‰). Из 4 т лепестков розы получается 1 кг розового масла. Выразите выход розового масла в промилле.

§ 2. Способы задания множеств



Основными способами задания множеств являются следующие:

1. Перечисление его элементов. Например, $A = \{12, 14, 16, 18\}$.

2. Описание свойства, характеризующего элементы множества (говорят: описание характеристического свойства элементов множества).

Например, рассмотрим множество двузначных чисел, кратных пяти. Обозначим это множество B . Тогда $10 \in B$, $45 \in B$, а $12 \notin B$, $105 \notin B$.

Этот способ задания множества требует указания такого признака, который имеется у всех элементов данного множества и не свойственен элементам, не входящим в данное множество (рис. 3).

Описание свойств


Перечисление элементов

P — множество предметов посуды

{чайник; чашка; кастрюля и т. д.}



Рисунок 3

 Рассмотрим множество A (его элементы — все дни недели): $A = \{\text{понедельник, вторник, среда, четверг, пятница, суббота, воскресенье}\}$ и множество C (множество рабочих дней недели): $C = \{\text{понедельник, вторник, среда, четверг, пятница}\}$. Заметим, что все элементы множества C являются элементами множества A . Говорят, что множество C является подмножеством множества A .

Обозначение $C \subset A$. Читается: множество C есть подмножество множества A .



Подмножество данного множества удовлетворяет двум свойствам:

1. Все элементы подмножества являются элементами данного множества.
2. В подмножестве нет других элементов, кроме элементов данного множества (рис. 4).



Рисунок 4

Пример. Найдите все подмножества множества $K = \{1, 2, 3\}$.

Решение:

одноэлементные подмножества: $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$;

двухэлементные подмножества: $\{1, 2\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 3\}$;

трёхэлементные подмножества: $\{1, 2, 3\}$.

Пустое множество является подмножеством данного множества: $\emptyset \subset K$.



Любое множество является подмножеством самого себя. Пустое множество является подмножеством любого множества.



25. Множество S задано описанием свойства, характеризующего его элементы. Задайте это множество, перечислив его элементы:

- а) однозначные чётные числа;
- б) двузначные нечётные числа, меньшие 20.

26. Множество задано описанием свойства его элементов. Задайте это множество, перечислив его элементы:
- а) множество цифр, которые больше 6;
 - б) множество двузначных чисел, кратных 10;
 - в) множество чётных чисел, больших 40, но меньших 60;
 - г) множество нечётных чисел;
 - д) множество чётных чисел;
 - е) множество всех квадратов натуральных чисел.
27. Множество задано описанием свойства его элементов. Задайте это множество, перечислив его элементы:
- а) множество двузначных чисел, больших 10 и меньших 30, которые делятся на 2;
 - б) множество двузначных чисел, больших 30, но меньших 50, которые делятся на 5;
 - в) множество делителей числа 15;
 - г) множество чисел, кратных числу 12.
28. Множество задано перечислением элементов. Опишите свойство, характеризующее его элементы:
- а) $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$; б) $\{11, 22, 33, \dots, 88, 99\}$.
29. Задайте множество B описанием свойства, характеризующего его элементы:
- а) $B = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$;
 - б) $B = \{12, 22, 32, \dots, 92\}$.
30. Множество A задано перечислением своих элементов. Опишите свойство, характеризующее его элементы:
- а) $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$;
 - б) $A = \{0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; \dots\}$;
 - в) $A = \{10, 15, \dots, 90, 95\}$;
 - г) $A = \{1, 8, 27, 64, 125, \dots\}$.

- 31.** Дано множество $A = \{a, b, c, d\}$. Перечислите его подмножества, состоящие из:
- одного элемента;
 - двух элементов;
 - трёх элементов.
- 32.** Дано множество $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Перечислите все его подмножества, состоящие из:
- двух натуральных чисел;
 - нечётных натуральных чисел.
- 33.** Запишите все подмножества множества:
- $C = \{l, m, n\}$;
 - $D = \{3, 5, 7, 9\}$.
- 34.** Даны три множества: $A = \{1, 2, 3, \dots, 49\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$, $C = \{4, 8, 12, 16, \dots, 48\}$. Верно ли, что:
- $A \subset B$;
 - $B \subset C$;
 - $C \subset A$;
 - $C \subset B$?
- 35.** Дано множество $K = \{1, 3, 5, 12, 18, 20\}$. Составьте подмножество множества K из чисел:
- кратных 2;
 - не кратных 3;
 - простых.
- 36.** Запишите множество двузначных чисел, в записи которых каждая из цифр 0, 2, 7 используется только один раз.
- 37.** Запишите несколько подмножеств множества всех двузначных чисел, кратных 13.
- 38.** Даны множества: $A = \{6\}$, $B = \{6, 9\}$, $C = \{3, 6, 9\}$, $D = \{3, 6, 9, 12\}$. Поставьте вместо ... знак \subset или $\not\subset$ так, чтобы получилось верное утверждение:
- $A \dots D$;
 - $A \dots B$;
 - $C \dots A$;
 - $C \dots B$.



39. В какой из таблиц зависимость между величинами a и b является прямо пропорциональной, а в какой — обратно пропорциональной?

а)

a	1	2	3	5
b	3	6	9	15

б)

a	2	4	6	8
b	60	30	20	15

40. Разделите число:

а) 132 в отношении 7 : 5;

б) 180 в отношении 2 : 3 : 4.

41. Найдите масштаб плана участка, если длина отрезка на плане равна 8 см, а длина соответствующего отрезка на местности равна 200 м.

42. Из 150 кг семян льна получается 72 кг масла. Сколько масла получится из 225 кг семян льна?

43. Для перевозки грунта нужно 20 машин грузоподъёмностью 4,5 т. Какое количество машин грузоподъёмностью 6 т необходимо для перевозки этого груза?



Проверь себя!

Известно, что множество N является подмножеством множества M . Назовите пропущенные буквы (N или M):

1. Все элементы множества ... являются элементами множества

2. В множестве ... нет других элементов, кроме элементов множества



44. Множество S задано описанием свойств его элементов: двузначные чётные числа, меньшие 20. Перечислите его элементы.

45. Множество задано описанием свойств его элементов: натуральные числа, большие 40, но меньшие 60, кратные 3. Перечислите его элементы.

