

103. Знайдзіце лік, калі сума гэтага ліку і яго 56 % роўная 1092.



Майстар павінен абкласці пліткай падлогу ваннага пакою, які мае форму прамавугольніка памерам $2,6 \text{ м} \times 3,2 \text{ м}$, квадратнымі пліткамі са стараной 20 см. Для ўкладкі плітак патрэбны клей, які прадаецца ў пакетах па 5 кг. Аднаго пакета хапае на 2 м^2 укладкі пліткі. Кожны пакет каштуе 15,75 р. Вылічыце выдаткі на клей, неабходны для ўкладкі пліткі.

§ 3. Прапорцыя і яе ўласцівасці

Каб даведацца, у колькі разоў адзін лік большы за другі, выконваюць дзяленне большага ліку на меншы.

Напрыклад: у шостых класах гімназіі вучацца 120 чалавек, а ў дзясятых — 40. У колькі разоў шасцікласнікаў больш?

Атрыманую пры рашэнні задачы дзель $120 : 40$ можна запісаць у выглядзе дробу $\frac{120}{40}$. Дроб атрымліваецца і пры вылічэнні дробавых адносін двух лікаў. Такім чынам, вынік дзялення двух лікаў a і b можна прачытаць:

$a : b$ — дзель лікаў a і b ;

$\frac{a}{b}$ — дроб з лічнікам a і назоўнікам b ;

$\frac{a}{b}$ — дробавыя адносіны лікаў a і b (коратка:

адносіны лікаў a і b або адносіны a да b).

Адносіны лікаў выкарыстоўваюцца не толькі для азначэння, якую частку адзін лік складае ад другога, але і для рашэння розных задач.

Задача. За 1,2 кг яблыкаў заплацілі 1,56 р. Колькі каштуюць 2 кг яблыкаў?

Рашэнне: каб знайсці кошт 1 кг яблыкаў, трэба падзяліць кошт усіх набытых яблыкаў на масу яблыкаў, г. зн. знайсці адносіны 1,56 р. да 1,2 кг. Калі кошт двух кілаграмаў яблыкаў пазначыць праз x , то цана 1 кг яблыкаў будзе роўная $x : 2 = \frac{x}{2}$ (р.).

Можна запісаць роўнасць адносін: $\frac{1,56}{1,2} = \frac{x}{2}$ (р.).

Такая роўнасць называецца прапорцыяй.



Дакладная роўнасць двух адносін называецца прапорцыяй.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

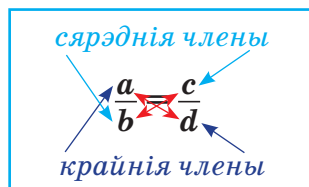
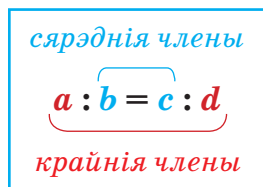
ёсць прапорцыя. Яна можа быць прачытана так: адносіны a да b роўныя адносінам c да d або так: a адносіцца да b гэтак жа, як c адносіцца да d .

Прапорцыя можа быць запісана ў выглядзе:

$$a : b = c : d.$$



Лікі a , b , c , d называюцца членамі прапорцыі: a і d — крайнія члены прапорцыі, b і c — сярэднія члены прапорцыі.



Напрыклад, у прапорцыі $\frac{2}{5} = \frac{x}{3}$ лікі 2 і 3 — гэта крайнія члены прапорцыі, 5 і x — гэта сярэднія члены прапорцыі. Разгледзім прапорцыю $\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$. Знайдзем здабытак яе крайніх членаў: $2 \cdot 25 = 50$

і здабытак яе сярэдніх членаў: $5 \cdot 10 = 50$. Гэтыя здабыткі роўныя.



Асноўная ўласцівасць прапорцыі.

Здабытак крайніх членаў прапорцыі роўны здабытку сярэдніх членаў прапорцыі. Можна выкарыстаць такі запіс:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies a \cdot d = b \cdot c$$

Дакажам гэтую ўласцівасць.

1. Запішам прапорцыю ў выглядзе: $a : b = c : d$.

2. Па правіле знаходжання невядомага дзялімага a запішам:

$$a = (c : d) \cdot b, \text{ або } a = \frac{c}{d} b, \text{ або } a = \frac{c \cdot b}{d}.$$

3. Запішам апошнюю роўнасць у выглядзе:

$$a = (c \cdot b) : d.$$

4. Па правіле знаходжання невядомага дзялімага $c \cdot b$ запішам:

$$c \cdot b = a \cdot d.$$

Доказ закончаны.



З роўнасці двух здабыткаў можна скласці прапорцыю.

Напрыклад, $3 \cdot 4 = 2 \cdot 6 \implies \frac{3}{2} = \frac{6}{4}$;

$$x \cdot 7 = 2,1 \cdot 9 \implies \frac{x}{9} = \frac{2,1}{7}.$$



Сярэднія і крайнія члены прапорцыі можна мяняць месцамі.

З адной прапорцыі $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ атрымліваюцца наступныя прапорцыі: $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$; $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$; $\frac{c}{a} = \frac{d}{b}$. Члены прапорцыі могуць быць як вядомымі лікамі, так і

невядомымі пераменнымі велічынямі. З дапамогай асноўнай уласцівасці прапорцыі можна знаходзіць яе невядомыя члены. Вернемся да першай задачы.

У прапорцыі $\frac{1,56}{1,2} = \frac{x}{2}$ трэба знайсці x — сярэдні член прапорцыі. Запішам асноўную ўласцівасць прапорцыі: $x \cdot 1,2 = 1,56 \cdot 2$. Атрымаем ураўненне, якое рашым, падзяліўшы здабытак у яго правай частцы на вядомы множнік: $x = \frac{1,56 \cdot 2}{1,2} = \frac{15,6}{6} = 2,6$.

Адказ да задачы: 2 кг яблыкаў каштуюць 2,6 р.



Калі патрабуецца знайсці невядомы член прапорцыі, то кажуць, што трэба рашыць прапорцыю. Напрыклад, рашыце прапорцыю: $\frac{3}{x} = \frac{1,2}{0,6}$.

Рашэнне:

$$\frac{3}{x} = \frac{1,2}{0,6} \Rightarrow x \cdot 1,2 = 3 \cdot 0,6 \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 0,6}{1,2} \Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1,5.$$



- 104.** Які з выказаў можна назваць адносінамі: $7 \cdot 3$; $7 - 3$; $7 : 3$; $7 + 3$; $7,3$?
- 105.** Запішыце адносіны, якія паказваюць: у колькі разоў лік 5 большы за лік 2; якую частку лік 3 складае ад ліку 7.
- 106.** Прачытайце выраз рознымі спосабамі:
а) $6 : 3$; б) $3 : \frac{2}{3}$; в) $\frac{0,5}{0,125}$.
- 107.** Запішыце адносіны дадзеных лікаў. Прымяніце асноўную ўласцівасць дзелі (дробу) і замяніце атрыманыя адносіны роўнымі адносінамі ўзаемна простых лікаў: 5 і 20; 20 і 5; 7,2 і 1,8; 4 і $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{5}$ і $\frac{9}{20}$; $1\frac{2}{7}$ і $\frac{3}{14}$.
- 108.** Запішыце адносіны значэнняў велічынь і замяніце іх роўнымі адносінамі: 21 дм да 5 см; 16 м^2 да 0,8 га; 0,36 т да 2,4 ц; 1,2 кг да 2 т.

109. Праверце, ці роўныя адносіны:

$$\frac{3}{4} \text{ і } \frac{9}{12}; \frac{4}{9} \text{ і } \frac{8}{27}; 15 : 5 \text{ і } 0,6 : 0,2.$$

110. З лікаў 8; 9; 24; 45; 1,5; 0,3; 0,2; 0,1 складзіце адносіны, роўныя:

а) 5; в) $\frac{1}{3}$; д) 1,5;
б) 2; г) 90; е) 0,0125.

111. Знайдзіце $\frac{b}{a}$, калі вядома, што $\frac{a}{b}$ роўнае:

а) $\frac{3}{8}$; б) $\frac{15}{7}$; в) 0,125; г) 1,5.

112. Міша з 20 кідкоў мяча ў кошкы меў 8 пападанняў, а Лёша з 32 кідкоў — 10 пападанняў. Чый вынік пападанняў лепшы?

113. Якія з дадзеных роўнасцей не з'яўляюцца прапорцыямі:

а) $2,4 : 0,4 = 4 + 2$; в) $0,3 \cdot 20 = 2,4 : 0,4$;
б) $2,4 : 0,4 = 18 : 3$; г) $2 \cdot 4 = 0,5 \cdot 8$?

114. Запішыце прапорцыю і праверце, вылічыўшы адносіны, ці правільна яна складзена:

а) адносіны 8 да 0,8 роўныя адносінам 30 да 3;
б) 0,25 так адносяцца да 0,5, як 0,3 да 6;

в) дзель лікаў $\frac{1}{2}$ і $\frac{2}{3}$ роўная дзелі лікаў 6 і 8;

г) лік 3 у столькі разоў большы за лік 2, у колькі разоў лік 6 большы за лік 4;

д) лік 20 складае ад ліку 50 такую частку, якую 6 складае ад 15.

115. Прачытайце прапорцыю рознымі спосабамі. Назавіце крайнія і сярэднія члены прапорцыі:

а) $12 : 3 = 20 : 5$; в) $\frac{4}{3} = \frac{20}{15}$;

б) $6,3 : 0,9 = 2,8 : 0,4$; г) $\frac{1}{2} = \frac{0,5}{1}$.

116. Вылічыце адносіны і складзіце з іх правільныя прапорцыі:

$$20 : 4; 2\frac{1}{2} : 2; 6 : 0,6; 2 : \frac{2}{5}; \frac{1}{10} : \frac{1}{100}; 10 : 8.$$

117. Складзіце дзве прапорцыі, у якіх адносіны роўныя:

а) 4; б) $\frac{1}{2}$; в) 0,3.

118. Вызначце, ці з'яўляецца роўнасць адносін прапорцыяй (выкарыстайце асноўную ўласцівасць прапорцыі):

а) $9 : 3 = 24 : 8$; д) $0,12 : 0,01 = 3,6 : 0,3$;

б) $1\frac{1}{2} : 3 = 2 : 4$; е) $50 : 10 = \frac{1}{2} : \frac{1}{10}$;

в) $16 : 4 = 0,4 : 0,1$; ж) $\frac{2}{3} : \frac{4}{9} = 6 : 9$.

г) $1,2 : 0,4 = 1 : \frac{1}{3}$;

119. Прымяніце асноўную ўласцівасць прапорцыі і складзіце прапорцыю з роўнасці двух здабыткаў:

а) $8 \cdot 6 = 24 \cdot 2$; б) $3 \cdot 2 = 1,5 \cdot 4$.

120. Складзіце прапорцыю, калі вядома, што:

а) здабытак яе крайніх членаў роўны 18;

б) здабытак яе сярэдніх членаў роўны 20.

121. Складзіце прапорцыю з чатырох дадзеных лікаў (выкарыстайце асноўную ўласцівасць прапорцыі):

а) 45; 60; 3; 4; б) 1,5; 0,3; 0,2; 0,1.

122. Які лік варта ўзяць у якасці чацвёртага да трох дадзеных лікаў, каб з іх можна было скласці прапорцыю? Колькі рашэнняў можна знайсці:

а) 3; 5; 10; в) 6; 6; 12;

б) 2; 8; 0,2; г) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{10}$; 20?

123. Дадзена прапорцыя $18 : 3 = 60 : 10$. Запішыце новую прапорцыю, пераставіўшы яе:

- а) сярэднія члены;
- б) крайнія члены;
- в) сярэднія і крайнія члены.

124. З гэтай прапорцыі складзіце новыя прапорцыі, пераставіўшы месцамі яе члены:

- а) $55 : 33 = 5 : 3$;
- б) $7 : 4 = 28 : 16$;
- в) $\frac{2}{40} = \frac{5}{100}$;
- г) $\frac{4,2}{0,3} = \frac{2,8}{0,2}$.

125. Чаму роўныя адносіны m да n , калі:

- а) $m : 2,5 = n : 10$;
- б) $0,6 : n = 3,6 : m$?

126. Знайдзіце невядомы член прапорцыі:

- а) $\frac{x}{8} = \frac{3}{2}$; $\frac{y}{1,4} = \frac{3}{0,7}$;
- б) $\frac{6}{x} = \frac{3}{4}$; $\frac{1,6}{z} = \frac{0,8}{9}$.

127. З прапорцыі $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ выразіце:

- а) лік a ;
- б) лік b ;
- в) лік c ;
- г) лік d .

128. Рашыце прапорцыю:

- а) $\frac{25}{n} = \frac{5}{7}$;
- б) $9 : 32 = a : 1$;
- в) $x : \frac{1}{2} = 3 : 5$.

129. Рашыце ўраўненне, выкарыстаўшы асноўную ўласцівасць прапорцыі:

- а) $\frac{2}{5} = \frac{x}{3}$;
- б) $1,6 : 4 = c : 1,5$;
- в) $m : \frac{1}{5} = 3 : \frac{2}{5}$.



130. Прадстаўце ў выглядзе дзесятковых дробаў: 45 %; 8 %; 210 %; 0,7 %; 400 %.

131. Выразіце ў працэнтах лікі: 0,48; 0,03; 5; 0,7; 1,002; 0,076; 4,82.

132. Знайдзіце інфармацыю аб колькасці насельніцтва Рэспублікі Беларусь за 1950–2016 гг. і складзіце дыяграму. Выкарыстоўваючы яе, адкажыце на пытанні:

- а) у якім годзе колькасць насельніцтва Беларусі была найменшай?
- б) у якім годзе колькасць насельніцтва Беларусі была найбольшай?
- в) колькі прыкладна жыхароў было ў Беларусі ў 2016 г.?
- г) у якія гады жыхароў было менш, чым у 2010 г.?
- д) на колькі стала больш жыхароў у 2010 г., чым у 1970 г.

133. Пабудуйце слупковую дыяграму паводле звестак, якія характарызуюць даўжыні самых буйных рэк, што працякаюць на тэрыторыі Рэспублікі Беларусь (у яе межах). Звесткі акругліце да дзясяткаў.

Днепр	Шчара	Пціч	Нёман
700	300	421	436
Бярэзіна	Свіслач	Прыпяць	Сож
561	290	495	493

- 134.** Рашыце ўраўненне, выкарыстоўваючы залежнасці паміж кампанентамі дзеянняў:
- а) $1,8a - 52,5 = 2,4$;
- б) $724,5 : 3 : x - 6,5 = 16,5$;
- в) $2,3b + 22,36 = 33,952$.
- 135.** З дачнага ўчастка сабралі 48 кг морквы і цыбулі. Морквы — 65 % усёй гародніны, а астатняе — цыбуля. Колькі кілаграмаў цыбулі сабралі з участка?
- 136.** У школе 800 вучняў. З іх 320 дзяўчынак. Колькі працэнтаў вучняў гэтай школы складаюць хлопчыкі?

137. У друкарні надрукавана 72 % тыражу часопіса «Юны вынаходнік», пасля чаго засталася надрукаваць 1890 асобнікаў часопіса. Колькі ўсяго асобнікаў часопіса трэба надрукаваць?

Рашыце задачы:

138. У тры вагоны пагрузілі 100 т грузу. У другі вагон — у 3 разы больш, чым у першы, а ў трэці — на 5 т больш, чым у першы. Колькі тон грузу пагрузілі ў кожны вагон?
139. Першы лік складае 70 % другога, а трэці лік — 50 % другога. Знайдзіце гэтыя лікі, калі іх сярэдняе арыфметычнае роўнае 44,88.



Правер сябе!

Назавіце прапушчаныя словы:

1. Прапорцыяй называецца двух
2. Здабытак ... членаў прапорцыі роўны ... сярэдніх членаў прапорцыі.

3. $a : b$ — ... лікаў a і b ;

$\frac{a}{b}$ — ... з лічнікам a і назоўнікам b ;

$\frac{a}{b}$ — ... лікаў a і b .



140. Запішыце адносіны дадзеных лікаў: 16 і 12; 40 і 10; 5,5 і 0,5; $\frac{1}{3}$ і 6. Прымяніце асноўную ўласцівасць дзелі (дробу) і замяніце атрыманыя адносіны роўнымі адносінамі ўзаемна простых лікаў.
141. Запішыце адносіны значэнняў велічынь і замяніце іх роўнымі адносінамі ўзаемна простых лікаў: 3 м і 60 дм; 0,8 кг і 500 г.
142. Вылічыце адносіны і складзіце з іх прапорцыі:
- а) $\frac{1}{2} : \frac{1}{12}$; б) 8 : 10; в) $2\frac{1}{2} : 5$; г) 1,2 : 0,2;
д) $\frac{2}{5} : \frac{1}{2}$; е) 10 : 20.

143. Визначце, ці з'яўляецца роўнасць адносін прапорцыяй (выкарыстайце асноўную ўласцівасць прапорцыі):

а) $18 : 2 = 45 : 5$; б) $\frac{20}{7} = \frac{14}{5}$; в) $\frac{6}{18} = \frac{5}{15}$;

г) $\frac{9}{18} = \frac{5}{10}$; д) $1 : 20 = 0,3 : 6$; е) $\frac{0,3}{0,2} = \frac{5}{4}$.

144. Прямаяніце асноўную ўласцівасць прапорцыі і складзіце прапорцыю з роўнасці двух здабыткаў:

а) $10 \cdot 3 = 15 \cdot 2$; б) $0,4 \cdot 30 = 0,2 \cdot 60$.

145. Дадзена прапорцыя $8 : 15 = 16 : 30$. Запішыце новую прапорцыю, пераставіўшы яе:

а) сярэднія члены;

б) крайнія члены;

в) сярэднія і крайнія члены.

146. Складзіце прапорцыю з чатырох дадзеных лікаў (выкарыстайце асноўную ўласцівасць прапорцыі): 5; 10; 9; 4,5.

147. Рашыце прапорцыю:

а) $\frac{24}{x} = \frac{8}{5}$; в) $m : 12 = 7 : 10$;

б) $13 : x = 2 : 3$; г) $\frac{28}{x} = \frac{14}{0,1}$.



У Сашы тры мячы рознай пругкасці. Чырвоны мяч пасля ўдару аб падлогу адскоквае на $\frac{4}{5}$ вышыні падзення, сіні — на $\frac{3}{4}$, а белы — на $\frac{2}{3}$. Саша кінуў усе тры мячы з вышыні 1,8 м. Визначце, на якой вышыні будуць мячы пасля пяці падскокаў — чырвоны; чатырох падскокаў — сіні; трох падскокаў — белы. Які з трох мячоў апынецца вышэй за іншыя?