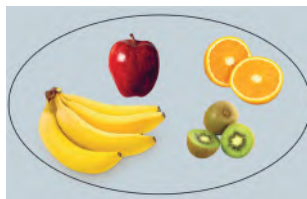


§ 1. Мноства. Элементы мноства. Пустое мноства

У паўсядзённым жыцці, калі кажучь аб мностве, маюць на ўвазе многае: вялікую колькасць людзей, гарадоў, сяброў і інш. У матэматыцы мноства разглядаецца як набор любой колькасці аб'ектаў любой прыроды, але часцей за ўсё — матэматычных.

Гэтыя аб'екты называюцца **элементамі** мностваў. Напрыклад, мноства лічбаў складаецца з дзесяці элементаў: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, а мноства цотных простых лікаў — з аднаго элемента — ліку 2. Мноства цотных дзельнікаў ліку 15 наогул не ўтрымлівае ні аднаго элемента, яно называецца **пустым**. Мноства можа ўтрымліваць любыя элементы, аб'яднаныя па нейкай прыкмеце: мноства садавіны, яблык — адзін з элементаў гэтага мноства (рыс. 1); мноства вучняў класа, любы вучань класа — адзін з яго элементаў; мноства літар алфавіта, літара «к» — адзін з яго элементаў; мноства натуральных лікаў, лік 100 — адзін з яго элементаў; мноства пунктаў на прамой, любы пункт на прамой — адзін з яго элементаў.



Рысунк 1

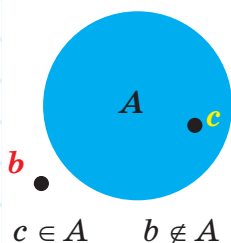


Абазначэнні.

Мноствы абазначаюцца вялікімі літарамі лацінскага алфавіта, а элементы мноства ўказваюцца ў фігурных дужках праз коску.

Напрыклад, мноства няцотных лікаў першага дзясятка пазначым літарай A , запіс будзе такі: $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. Чытаецца так: мноства A складаецца з элементаў 1, 3, 5, 7, 9. Гэта мноства **канечнае**, яно змяшчае некалькі элементаў. Мноства N усіх натуральных лікаў **бясконцае**, запісваецца так: $N = \{1, 2, 3, \dots\}$. Пустое мноства пазначаецца знакам \emptyset .

Напрыклад, мноства гарадоў з колькасцю насельніцтва больш за 26 млн чалавек з'яўляецца пустым. Сапраўды, у гэтым мностве няма элементаў, яно пустое. Горад з самай вялікай колькасцю насельніцтва ў свеце (на 2020 год) — Шанхай (24 млн 870 тыс.).



Рысунк 2

Запіс $3 \in A$ чытаецца так: элемент тры належыць мноству A . Гэта азначае, што лік 3 змяшчаецца ў мностве A . Калі які-небудзь элемент не змяшчаецца ў мностве, то выкарыстоўваецца знак \notin (рыс. 2). Напрыклад, $2,5 \notin N$. Чытаецца так: лік 2,5 не належыць мноству натуральных лікаў.



1. Як можна назваць мноства:
 - а) кветак, якія стаяць у вазе;
 - б) фруктовых дрэў і кустоў, якія растуць каля дома?
 Прывядзіце прыклады мностваў, якія маюць асаблівыя назвы.
2. Назавіце некалькі элементаў мноства:
 - а) планет Сонечнай сістэмы;
 - б) відаў спорту;
 - в) дзён тыдня;
 - г) арыфметычных дзеянняў.
3. Пералічыце элементы мноства:
 - а) лічбаў дзесятковай сістэмы лічэння;
 - б) галосных літар беларускага алфавіта.

4. Запішыце мноства, пералічыўшы яго элементы:
 а) мноства розных літар у слове «матэматыка»;
 б) мноства лікаў трэцяга дзясятка, кратных 3;
 в) мноства лікаў чацвёртага дзясятка, кратных 2.
5. Запішыце мноства ўсіх натуральных дзельнікаў ліку:
 а) 7; б) 12; в) 45.
 Канечным або бясконцым з'яўляецца атрымане мноства?
6. Запішыце мноства кратных ліку:
 а) 10; б) 24.
 Канечным або бясконцым з'яўляецца атрымане мноства?
7. Задайце мноства лічбаў, якімі запісваецца лік:
 а) 4253; б) 77 777.
8. Назавіце два элементы — назвы грыбоў, якія належаць мноству ядомых грыбоў, і два — якія не належаць гэтаму мноству.
9. Ці правільна, што:
 а) $0 \in N$; в) $10 \in N$;
 б) $\frac{1}{2} \notin N$; г) $0,1 \in N$?
10. Запішыце наступныя сцвярджэнні, выкарыстоўваючы знакі \in і \notin :
 а) лік 7 — натуральны;
 б) лік 1,2 — не натуральны.
11. Ці правільна, што:
 а) $50 \in \{5, 10, 15, \dots, 95, 100\}$;
 б) $125 \in \{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$;
 в) $1000 \notin \{1, 8, 27, 64, \dots\}$;
 г) $25 \notin \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots, 60\}$?
12. Ці правільна, што наступныя мноствы з'яўляюцца пустымі:
 а) мноства рэк, якія цякуць па тэрыторыі Рэспублікі Беларусь;

б) мноства акіянаў, да якіх выходзіць мяжа Рэспублікі Беларусь;

в) мноства натуральных лікаў, меншых за лік 0,9;

г) мноства натуральных лікаў, меншых за лік 12 і кратных ліку 12?

13. Дадзены два мноствы: $A = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 61\}$, $B = \{5, 10, 15, \dots, 60\}$. Ці правільна, што:

а) $20 \in A$; $20 \in B$; $20 \notin A$; $20 \notin B$;

б) $37 \in A$; $37 \notin A$; $37 \in B$; $37 \notin B$?



14. Рашыце ўраўненне, выкарыстоўваючы залежнасць паміж кампанентамі дзеянняў:

а) $9\frac{5}{6} - \left(m - 1\frac{1}{4}\right) = 3\frac{3}{8}$; б) $\frac{2}{3}x + 4\frac{1}{6} = 5\frac{2}{3}$.

15. Устанавіце парадак дзеянняў і выканайце дзеянні з дзесятковымі дробамі:

$$0,21 : 5 + 3,17 : 8 - 2,22 : 16 + 3,7 : 4.$$

16. Фірма плаціць рэкламным агентам 5 % ад кошту заказу. На якую суму агент павінен знайсці заказ, каб зарабіць 200 р.?

17. Калі 70 пасажыраў занялі ў самалёце свае месцы, засталіся свабоднымі 65 % усіх месцаў. Колькі пасажыраў змяшчае самалёт?

18. Сярод удзельнікаў кросу 35 % — вучні старшых класаў, астатнія — вучні 6–9-х класаў, прычым іх на 60 чалавек больш, чым старшакласнікаў. Колькі ўсяго вучняў удзельнічае ў кросе?



Правер сябе!

Назавіце прапушчаныя сімвалы, калі

$$M = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

а) $4 \dots M$; в) $8 \dots M$;

б) $1 \dots M$; г) $10 \dots M$.



19. Запішыце мноства, пералічыўшы яго элементы:

а) розных літар у слове «трохвугольнік»;

б) лікаў пятага дзясятка, кратных 5.

20. Запішыце мноства ўсіх натуральных дзельнікаў ліку:

а) 11; б) 18.

Канечным або бясконцым з'яўляецца атрымане мноства?

21. Запішыце мноства лікаў, кратных ліку:

а) 5; б) 25.

Канечным або бясконцым з'яўляецца атрымане мноства?

22. Ці правільна, што:

а) $63 \in \{13, 23, 33, \dots, 93\}$;

б) $20 \notin \{1, 3, 5, 7, \dots\}$?

23. Дадзена мноства $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 100\}$. Запішыце, належыць ці не належыць гэтаму мноству лік:

а) 19; б) 42; в) 63; г) 90.

24. Ці правільна, што з'яўляецца пустым:

а) мноства простых лікаў, меншых за лік 2;

б) мноства састаўных лікаў, якія маюць толькі два дзельнікі?



Праміле — гэта тысячная частка ліку (пазначаецца ‰). З 4 т пялёсткаў ружы атрымліваецца 1 кг ружавага алею. Выразіце выхад ружавага алею ў праміле.

§ 2. Спосабы задання мностваў



Асноўнымі спосабамі задання мностваў з'яўляюцца наступныя:

1. Пералік яго элементаў. Напрыклад, $A = \{12, 14, 16, 18\}$.

2. Апісанне ўласцівасці, якая характарызуе элементы мноства (кажуць: апісанне характарыстычнай уласцівасці элементаў мноства).

Напрыклад, разгледзім мноства двухзначных лікаў, кратных пяці. Пазначым гэта мноства B . Тады $10 \in B$, $45 \in B$, а $12 \notin B$, $105 \notin B$.

Гэты спосаб задання мноства патрабуе ўказання такой прыкметы, якая маецца ва ўсіх элементах гэтага мноства і не ўласціва элементам, якія не ўваходзяць у дадзенае мноства (рыс. 3).

Апісанне ўласцівасцей



P — мноства прадметаў посуду

Пералічэнне элементаў



{чайнік; кубак; каструля і г. д.}



Рысунак 3



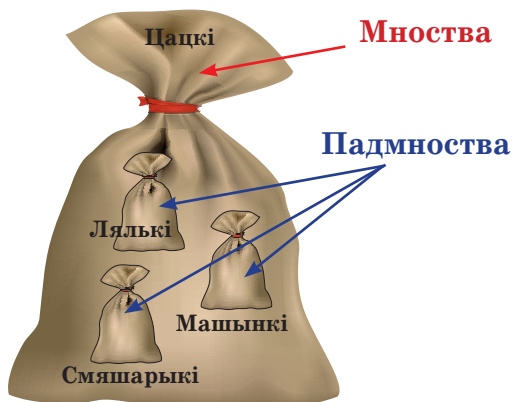
Разгледзім мноства A (яго элементы — усе дні тыдня): $A = \{\text{панядзелак, аўторак, серада, чацвер, пятніца, субота, нядзеля}\}$ і мноства C (мноства працоўных дзён тыдня): $C = \{\text{панядзелак, аўторак, серада, чацвер, пятніца}\}$. Заўважым, што ўсе элементы мноства C з'яўляюцца элементамі мноства A . Кажуць, што мноства C з'яўляецца падмноствам мноства A .

Абзначэнне $C \subset A$. Чытаецца: мноства C ёсць падмноства мноства A .



Падмноства дадзенага мноства задавальняе дзвюм уласцівасцям:

1. Усе элементы падмноства з'яўляюцца элементамі дадзенага мноства.
2. У падмностве няма іншых элементаў, акрамя элементаў дадзенага мноства (рыс. 4).



Рысунак 4

Прыклад. Знайдзіце ўсе падмноствы мноства $K = \{1, 2, 3\}$.

Рашэнне:

аднаэлементныя падмноствы: $\{1\}, \{2\}, \{3\}$;

двухэлементныя падмноствы: $\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}$;

трохэлементныя падмноствы: $\{1, 2, 3\}$.

Пустое мноства з'яўляецца падмноствам дадзенага мноства: $\emptyset \subset K$.



Любое мноства з'яўляецца падмноствам самога сябе. Пустое мноства з'яўляецца падмноствам любога мноства.



25. Мноства S зададзена апісаннем уласцівасці, якая характарызуе яго элементы. Задайце гэтае мноства, пералічыўшы яго элементы:

- а) адназначныя цотныя лікі;
- б) двухзначныя няцотныя лікі, меншыя за 20.

26. Мноства зададзена апісаннем уласцівасці яго элементаў. Задайце гэтае мноства, пералічыўшы яго элементы:
- мноства лічбаў, якія большыя за 6;
 - мноства двухзначных лікаў, кратных 10;
 - мноства цотных лікаў, большых за 40, але меншых за 60;
 - мноства няцотных лікаў;
 - мноства цотных лікаў;
 - мноства ўсіх квадратаў натуральных лікаў.
27. Мноства зададзена апісаннем уласцівасці яго элементаў. Задайце гэтае мноства, пералічыўшы яго элементы:
- мноства двухзначных лікаў, большых за 10 і меншых за 30, якія дзеляцца на 2;
 - мноства двухзначных лікаў, большых за 30, але меншых за 50, якія дзеляцца на 5;
 - мноства дзельнікаў ліку 15;
 - мноства лікаў, кратных ліку 12.
28. Мноства зададзена пералікам элементаў. Апішыце ўласцівасць, якая характарызуе яго элементы:
- $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$;
 - $\{11, 22, 33, \dots, 88, 99\}$.
29. Задайце мноства B апісаннем уласцівасці, якая характарызуе яго элементы:
- $B = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$;
 - $B = \{12, 22, 32, \dots, 92\}$.
30. Мноства A зададзена пералікам сваіх элементаў. Апішыце ўласцівасць, якая характарызуе яго элементы:
- $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$;
 - $A = \{0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; \dots\}$;
 - $A = \{10, 15, \dots, 90, 95\}$;
 - $A = \{1, 8, 27, 64, 125, \dots\}$.

31. Дадзена мноства $A = \{a, b, c, d\}$. Пералічыце яго падмноствы, якія складаюцца з:
- аднаго элемента;
 - двух элементаў;
 - трох элементаў.
32. Дадзена мноства $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Пералічыце ўсе яго падмноствы, якія складаюцца з:
- двух натуральных лікаў;
 - няцотных натуральных лікаў.
33. Запішыце ўсе падмноствы мноства:
- $C = \{l, m, n\}$;
 - $D = \{3, 5, 7, 9\}$.
34. Дадзены тры мноствы: $A = \{1, 2, 3, \dots, 49\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$, $C = \{4, 8, 12, 16, \dots, 48\}$. Ці правільна, што:
- $A \subset B$;
 - $B \subset C$;
 - $C \subset A$;
 - $C \subset B$?
35. Дадзена мноства $K = \{1, 3, 5, 12, 18, 20\}$. Складзіце падмноствы мноства K з лікаў:
- кратных 2;
 - не кратных 3;
 - простых.
36. Запішыце мноства двухзначных лікаў, у запісе якіх кожная з лічбаў 0, 2, 7 выкарыстоўваецца толькі адзін раз.
37. Запішыце некалькі падмностваў мноства ўсіх двухзначных лікаў, кратных 13.
38. Дадзены мноствы: $A = \{6\}$, $B = \{6, 9\}$, $C = \{3, 6, 9\}$, $D = \{3, 6, 9, 12\}$. Пастаўце замест ... знак \subset або $\not\subset$ так, каб атрымалася правільнае сцвярджэнне:
- $A \dots D$;
 - $A \dots B$;
 - $C \dots A$;
 - $C \dots B$.



39. У якой з табліц залежнасць паміж велічынямі a і b з'яўляецца прама прапарцыянальнай, а ў якой — адваротна прапарцыянальнай?

а)	a	1	2	3	5
	b	3	6	9	15

б)	a	2	4	6	8
	b	60	30	20	15

40. Падзяліце лік:
 а) 132 у адносінах 7 : 5;
 б) 180 у адносінах 2 : 3 : 4.
41. Знайдзіце маштаб плана ўчастка, калі даўжыня адрэзка на плане роўная 8 см, а даўжыня адпаведнага адрэзка на мясцовасці роўная 200 м.
42. Са 150 кг насення лёну атрымліваецца 72 кг алею. Колькі алею атрымаецца з 225 кг насення лёну?
43. Для перавозкі грунту трэба 20 машын грузападымальнасцю 4,5 т. Якая колькасць машын грузападымальнасцю 6 т неабходная для перавозкі гэтага грузу?



Правер сябе!

Вядома, што мноства N з'яўляецца падмноствам мноства M . Назавіце прапушчаныя літары (N або M):

- Усе элементы падмноства ... з'яўляюцца элементамі мноства
- У падмностве ... няма іншых элементаў, акрамя элементаў мноства



44. Мноства S зададзена апісаннем уласцівасці яго элементаў: двухзначныя цотныя лікі, меншыя за 20. Пералічыце яго элементы.
45. Мноства зададзена апісаннем уласцівасці яго элементаў: натуральныя лікі, большыя за 40, але меншыя за 60, кратныя 3. Пералічыце яго элементы.

46. Мноства зададзена пералікам сваіх элементаў. Прывядзіце апісанне ўласцівасцей, якія характарызуюць яго элементы: $\{7, 14, 21, \dots 77\}$.
47. Дадзены мноствы: $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Выберыце правільнае сцвярджэнне:
а) $A \subset B$; б) $B \subset A$.
48. Дадзены мноствы: $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$. Выберыце правільнае сцвярджэнне:
а) $C \subset B$; б) $B \subset C$.
49. Дадзена мноства $P = \{3, 5, 7, 20, 23, 35, 37, 40\}$. Складзіце падмноства мноства P з лікаў:
а) кратных 5; в) састаўных.
б) не кратных 2;
50. Запішыце мноства двухзначных лікаў, у запісе якіх кожная з лічбаў 0, 3, 9 выкарыстоўваецца толькі адзін раз.



Тры гаспадыні прыгатавалі аднолькавыя абеды, кожная для сваёй сям'і, на агульнай печцы. Першая паклала ў топку 3 палены, другая — 5, а трэцяя, якая не мела пален, прапанавала ім 8 р. Як па справядлівасці гаспадыні павінны падзяліць гэтыя грошы, калі дровы прагарэлі цалкам?

§ 3. Аперацыі над мноствамі (перасячэнне, аб'яднанне)

Разгледзім мноствы лікаў: $A = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ і $B = \{8, 9, 10, 11\}$. Элементы 8 і 9 належаць як мноству A , так і мноству B . Іншых агульных элементаў у гэтых мностваў няма. Разгледзім мноства $C = \{8, 9\}$. Яно складаецца з агульных элементаў мностваў A і B і называецца перасячэннем гэтых мностваў.