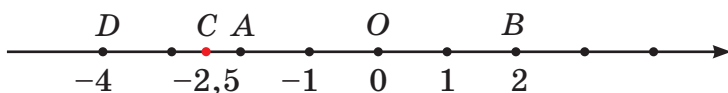


§ 2. Модуль ліку. Супрацьлеглыя лікі.

Мноства цэлых лікаў.


Мноства рацыянальных лікаў

Разгледзім пункты A і B (рыс. 8). На каардынатнай прамой яны знаходзяцца на аднолькавай адлегласці ад пачатку адліку, роўнай двум адзінкавым адрэзкам. Пункт C знаходзіцца ад пачатку адліку на адлегласці, роўнай $2,5$ адзінкавага адрэзка, а пункт D — на адлегласці, роўнай чатыром адзінкавым адрэзкам.



Рысунк 8

У матэматыцы адлегласць ад пункта, які адпавядае некатораму ліку на каардынатнай прамой, да пачатку адліку называецца модулем ліку.

 **Модулем ліку называецца адлегласць ад пачатку адліку да пункта, які паказвае гэты лік.** Паколькі кожнаму ліку адпавядае пункт на каардынатнай прамой, то кажуць, што модуль ліку роўны адлегласці ад пачатку адліку да гэтага ліку.

Прыклад 1. Знайдзіце модуль ліку:


- а) $-3,5$; б) -5 ; в) $12,4$.

Рашэнне:

а) модуль ліку $-3,5$ роўны $3,5$, паколькі адлегласць ад пачатку адліку да ліку $-3,5$ роўная $3,5$;

б) модуль ліку -5 роўны 5 , паколькі адлегласць ад пачатку адліку да ліку -5 роўная 5 ;

в) модуль ліку $12,4$ роўны $12,4$, паколькі адлегласць ад пачатку адліку да ліку $12,4$ роўная $12,4$.

 Для запісу модуля ліку ўводзіцца абазначэнне $|-4,6| = 4,6$, чытаецца: модуль ліку $-4,6$ роўны

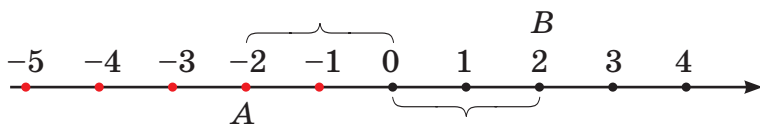
ліку 4,6; $|7| = 7$, чытаецца: модуль ліку 7 роўны ліку 7; $|0| = 0$, чытаецца: модуль ліку 0 роўны ліку 0.



Вывад:

- модуль дадатнага ліку ёсць лік дадатны;
- модуль адмоўнага ліку ёсць лік дадатны;
- модуль ліку нуль роўны нулю.

Разгледзім лікі 2 і -2 (рыс. 9). Заўважым, што яны маюць аднолькавыя модулі, г. зн. знаходзяцца на аднолькавай адлегласці ад пачатку адліку, але па розныя бакі ад яго, г. зн. маюць розныя знакі. Такія лікі называюцца супрацьлеглымі.



Рысунк 9



Супрацьлеглымі лікамі называюцца лікі, якія маюць роўныя модулі, але розныя знакі.

Напрыклад, лікі 6 і -6 ; $-5,7$ і $5,7$; $-0,3$ і $0,3$; $\frac{1}{2}$ і $-\frac{1}{2}$. Лік 0 супрацьлеглы самому сабе.



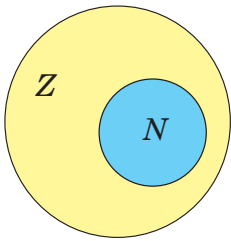
Запіс « $-a$ » можна прачытаць «мінус a ». Гэты ж запіс можна прачытаць: «лік, супрацьлеглы ліку a ».

Прыклад 2. Прачытайце выраз $-(-4)$ і замяніце яго роўным.

Адказ: запіс $-(-4)$ можна прачытаць так: лік, супрацьлеглы ліку -4 , ён роўны 4. Значыць, $-(-4) = 4$.



Мноства, якое складаецца з усіх натуральных лікаў, ім супрацьлеглых і ліку нуль, называецца мноствам цэлых лікаў.



Рысунак 10

Пазначаецца гэта мноства літарай Z . З дапамогай кругоў Эйлера (рыс. 10) паказаны суадносіны паміж мноствамі цэлых і натуральных лікаў.

Прыклад 3. Ці правільна, што:
а) $N \subset Z$; б) $-2 \in Z$; в) $5 \in Z$?

Рашэнне:

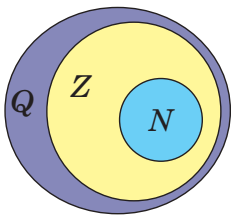
а) правільна, паколькі ўсе элементы мноства натуральных лікаў з'яўляюцца элементамі мноства цэлых лікаў, усе натуральныя лікі — цэлыя;

б) правільна, паколькі -2 з'яўляецца цэлым лікам;

в) правільна, паколькі лік 5 — цэлы лік.



Мноства, якое складаецца з усіх цэлых і дробавых лікаў, называецца мноствам рацыянальных лікаў. Пазначаецца гэта мноства літарай Q .



Рысунак 11

З дапамогай кругоў Эйлера (рыс. 11) паказаны суадносіны паміж мноствамі рацыянальных, цэлых і натуральных лікаў.

Прыклад 4. Ці правільна, што:

а) $N \subset Q$; б) $-2 \in Q$; в) $\frac{2}{3} \in Q$?

Рашэнне:

а) правільна, паколькі ўсе элементы мноства натуральных лікаў з'яўляюцца элементамі мноства рацыянальных лікаў, усе натуральныя лікі — рацыянальныя;

б) правільна, паколькі -2 з'яўляецца цэлым лікам, а мноства цэлых лікаў ёсць падмноства мноства рацыянальных лікаў;

в) правільна, паколькі лік $\frac{2}{3}$ — дробавы.

Слова «рацыянальнае» паходзіць ад лацінскага *ratio* — стаўленне, дзяленне, дроб. Сапраўды, усякі рацыянальны лік можна прадставіць у выглядзе дроби $\frac{m}{n}$, дзе $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$. Напрыклад, $5 = \frac{5}{1}$; $-6 = \frac{-6}{1}$; $2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$; $0,5 = \frac{1}{2}$.



19. Прачытайце выраз у левай частцы роўнасці і запішыце правую частку роўнасці:

а) $|-19| = \dots$; $|7,4| = \dots$; $|-3\frac{5}{11}| = \dots$; $|0| = \dots$; $|\frac{1}{6}| = \dots$;

б) $|23| = \dots$; $|-0,38| = \dots$; $|0| = \dots$; $|6,2| = \dots$; $|-2\frac{1}{3}| = \dots$.

20. Знайдзіце модуль для кожнага з наступных лікаў:

а) 9; -7; +4,2; -0,5; $\frac{2}{3}$; 0; $-10\frac{1}{3}$;

б) -12; 21; 0; $-3\frac{2}{7}$; +1,9; -0,75.

Прачытайце атрыманую роўнасць.

21. Якому з лікаў роўны модуль ліку -1,6:

а) -1,6; б) 6,1; в) 1,6?

22. На каардынатнай прамой знайдзіце лікі, якія ад пачатку адліку знаходзяцца на адлегласці:

а) 6; б) 24; в) 0; г) 2,5; д) $\frac{3}{5}$.

23. Выберыце з лікаў 7,02; -0,702; 702; -70,2; -702; 70,2; -7,02; 0,702 тыя, модулі якіх роўныя, і запішыце іх.

24. Знайдзіце значэнне выразу $|x|$, калі: $x = -14,1$; 32,5; -63; $\frac{7}{12}$; $-5\frac{1}{3}$.

25. Прачытайце наступныя выразы і знайдзіце іх значэнне:

$|-4| + |-8|$; $|15| - |-7|$; $|-32| \cdot |-10|$; $|1,2| : |+4|$; $|\frac{6}{7}| \cdot |-\frac{7}{6}|$.

26. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $|a| + |b|$, калі $a = -1,7$, $b = 3\frac{2}{5}$;

б) $|a| \cdot |b|$, калі $a = 2,2$, $b = -6,15$.

27. Запішыце з дапамогай абазначэння модуля ліку выраз:

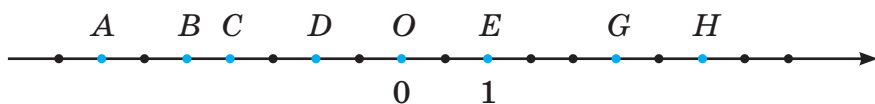
а) сума модуляў лікаў: -16 і $+2$; $-6,3$ і $-0,7$;
 $\frac{5}{9}$ і $-\frac{1}{3}$;

б) модуль сумы лікаў: 25 і $0,5$; 3 і $4\frac{1}{3}$; $0,001$ і $0,1$.

28. Знайдзіце суму, рознасць, здабытак, дзель модуляў лікаў -20 і $0,2$.

29. На рысунку 12 знайдзіце пункты, модулі каардынатаў якіх роўныя:

а) 1; б) 2,5; в) 0; г) 3,5.



Рысунк 12

30. Знайдзіце лікі, калі іх модулі роўныя: 180 ; $0,46$;
 0 ; $9\frac{5}{11}$; $13,2$.

31. З кожнай пары лікаў выберыце лік з большым модулем: -1 і -10 ; 10 і 1 ; $-6,5$ і $-8,3$; -17 і 7 ;
 $-2\frac{1}{3}$ і 0 ; $4\frac{1}{2}$ і -7 .

32. Размясціце лікі ў парадку ўзрастання іх модуляў:

а) $3,2$; $-2,5$; -3 ; $3,08$; $-4,2$; 0 ;

б) $-1\frac{3}{7}$; 0 ; $2\frac{3}{8}$; $-\frac{2}{5}$; $1,5$; -2 .

33. Сярод лікаў $11,1$; $-1,11$; $-11,1$; -111 ; $1,11$; 111 знайдзіце пары супрацьлеглых.

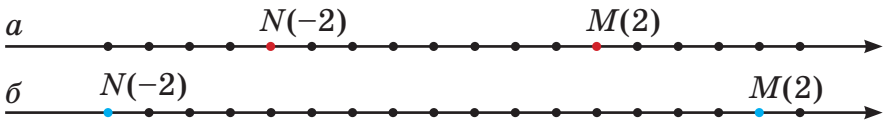
34. Замест шматкроп'яў запішыце такі лік, каб атрымаліся пары супрацьлеглых лікаў 5 і ... ; -17 і ... ; +2,9 і ... ; m і

35. Адзначце на каардынатнай прамой дадзеныя колькасці і супрацьлеглыя ім:

а) 4; -2,5; $\frac{1}{2}$; -0,25; -1,1; 1,8;

б) -6; $3\frac{1}{2}$; -1,5; 0; -3,5; -4,6.

36. На каардынатнай прамой адзначаны пункты $M(2)$ і $N(-2)$ (рыс. 13 а, б). Ці можна вызначыць пачатак адліку і адзінкавы адрэзак? Калі можна, вызначце.



Рысунк 13

37. Для лікаў 9; $\frac{1}{6}$; 0,8; $2\frac{1}{2}$ запішыце ім:

а) супрацьлеглыя; б) адваротныя.

38. Запоўніце табліцу, выкарыстоўваючы паняцце супрацьлеглага ліку:

a	+1	-3	8	-6	0			
$-a$						20	-10	+35

39. Замест шматкроп'я запішыце лік, каб атрыманая роўнасць была правільнай:

а) $-(-60) = \dots$; в) $-(-305) = \dots$;

б) $8,2 = - \dots$; г) $5\frac{4}{5} = - \dots$.

40. Выкарыстайце абзначэнне супрацьлеглага ліку для запісу дакладнай роўнасці:

а) $-(-12,7) = \dots$; в) $0,8 = -(\dots)$;

б) $-\left(+\frac{4}{11}\right) = \dots$; г) $-(-(-9)) = \dots$.

41. Выкарыстайце абазначэнне супрацьлеглага ліку і атрымайце правільную роўнасць:
- а) $-(+k) = \dots$; в) $-(+(-m)) = \dots$;
 б) $-(-n) = \dots$; г) $-(-(-b)) = \dots$.
42. Знайдзіце значэнне выразу:
- а) $-m$, калі $m = 11$; $-9,3$; $\frac{1}{2}$; -500 ;
 б) n , калі $-n = 14$; $-3\frac{1}{3}$; 90 ; $-20,02$.
43. Дадатным або адмоўным з'яўляецца лік $-b$, калі вядома, што лік b :
- а) дадатны;
 б) адмоўны;
 в) роўны нулю?
44. Рашыце ўраўненне, выкарыстоўваючы азначэнне супрацьлеглага ліку:
- а) $-x = 4,2$; б) $-x = -9$; в) $-(-x) = 10$.
45. Вядома, што $|x| = 7$. Вызначце значэнне выразу $|-x|$.
46. Знайдзіце з наступных сцвярджэнняў правільныя:
- а) $-2 \in N$; в) $-5 \in Z$; д) $-3 \in Q$;
 б) $9 \in Z$; г) $-4,1 \in Z$; е) $\frac{3}{4} \in Q$.
47. Прадстаўце наступныя лікі ў выглядзе дробу $\frac{m}{n} \in Z$, дзе $m \in N$, $n \in N$:
- а) 1 ; 9 ; 0 ; $0,7$; $2,5$; $7\frac{5}{6}$;
 б) 13 ; $0,25$; $4,2$; 0 ; $2\frac{1}{8}$.
48. Якія цэлыя лікі на каардынатнай прамой размешчаны паміж лікамі: -8 і -4 ; -5 і 0 ; -3 і 3 ; $-\frac{3}{7}$ і $\frac{3}{7}$?
49. Паміж якімі паслядоўнымі цэлымі лікамі на каардынатнай прамой размешчаны лікі: $3,8$; -5 ; $\frac{1}{7}$; $6,01$; $-0,3$; $-18\frac{7}{9}$?

50. Ці можна вызначыць, які з лікаў — b або $-b$ — размешчаны справа ад нуля на каардынатнай прамой?

51. Рашыце ўраўненне, выкарыстоўваючы азначэнне модуля ліку: $|x| = 0$; $|x| = 7,2$; $|x| = -2$; $|x| = -0,5$; $|x| = 4,5$; $|x + 1| = 0$.



52. Параўнайце лікі, выкарыстоўваючы правіла параўнання дзесятковых дробаў:

а) 0,203 і 0,032; в) 8,039 і 8,04;

б) 3,5 і 4,5; г) 0,08 і 0,079.

53. Устанавіце парадак дзеянняў і знайдзіце значэнне лікавага выразу: $(7,5 \cdot 48 + 8,2 \cdot 90,5 + 381,9) : (254,1 : 4,2 - 39,3) - 46,95$.

54. Для выпечкі 3 аднолькавых пірагоў трэба 1,2 кг яблычнага джэму. Колькі кілаграмаў яблычнага джэму трэба для выпечкі 2 пірагоў?

55. Кенгуру прабягае 600 м за 0,6 мін. Якую адлегласць прабяжыць кенгуру за 1,5 мін, калі будзе бегчы з той жа скорасцю?

56. Брыгада плітачнікаў за гадзіну ўкладвае 6 м² пліткі і выконвае работу за 20 г. Колькі квадратных метраў пліткі трэба ўкладваць за гадзіну, каб выканаць гэтую ж работу за 15 г?

Рашыце задачы, выкарыстоўваючы розныя мадэлі іх умовы:

57. Перыметр першага прамавугольніка — 36 дм, перыметр другога складае 80 % ад перыметра першага. Чаму роўная плошча кожнага прамавугольніка, калі іх даўжыні аднолькавыя і роўныя 10 дм?

58. Усе вучні аднаго спартыўнага класа займаюцца або футболам, або гандболам. Некаторыя з іх займаюцца і футболам, і гандболам, 0,5 ліку футбалістаў займаюцца гандболам, 0,25 ліку гандбалістаў — футболам. Каго ў класе больш — футбалістаў або гандбалістаў?

59. Знайдзіце адлегласць паміж двума пасёлкамі, калі $\frac{3}{7}$ гэтай адлегласці на 8 км меншыя за ўсю адлегласць паміж імі.



Правер сябе!

Назавіце прапушчаныя словы:

1. Модулем ліку называецца ... ад пачатку адліку да гэтага ліку.
2. Супрацьлеглымі лікамі называюцца лікі, якія маюць ... модулі, але розныя знакі.
3. Мноства, якое складаецца з усіх натуральных лікаў, ім супрацьлеглых і ліку ..., называецца мноствам цэлых лікаў.
4. Мноства, якое складаецца з усіх цэлых і ... лікаў, называецца мноствам рацыянальных лікаў.



60. Прачытайце выразы і вылічыце: $|-2|$; $|33|$;

$$|-5,5|; \left| \frac{9}{10} \right|; |0|; \left| -7\frac{3}{8} \right|.$$

61. Знайдзіце модулі наступных лікаў: 23 ; $+3,2$; $-8,5$; $\frac{8}{9}$; -17 ; 0 ; $-1\frac{1}{2}$.
62. Прачытайце выразы і знайдзіце іх значэнні: $|-11| - |-5|$; $|-17| + |+8|$; $|-4,2| : |-10|$; $|-0,5| \cdot |-6|$.
63. Модуль ліку роўны:
- а) 20; б) 0,9; в) 0; г) $1\frac{1}{2}$.
- Знайдзіце такія лікі.
64. Параўнайце модулі лікаў у кожнай пары: 17 і 7 ; -17 і -7 ; $9,1$ і $-1,9$.
65. Запішыце лікі, супрацьлеглыя лікам: 8 ; $-1,7$; 0 ; $-2\frac{2}{3}$; n ; $-t$.
66. Для лікаў $0,5$; $\frac{3}{8}$; $1,2$ запішыце:
- а) супрацьлеглыя ім; б) адваротныя ім.

67. Выкарыстайце абазначэнні супрацьлеглых лікаў і запішыце правую частку роўнасці:
- а) $-(+9,4) = \dots$; в) $-(-(-0,2)) = \dots$;
- б) $-(-2\frac{3}{7}) = \dots$; г) $-(-(+3)) = \dots$.
68. Ці існуюць такія значэнні m , пры якіх лік m роўны $-m$?
69. Рашыце ўраўненне, выкарыстоўваючы азначэнне супрацьлеглага ліку:
- а) $-x = 15$; б) $-x = -8,5$; в) $-(-x) = 0,7$.
70. Запішыце:
- а) усе цэлыя лікі, модулі якіх меншыя за 4,6;
- б) чатыры цэлыя адмоўныя і дадатныя лікі, модуль якіх большы за 6,4.
71. Знайдзіце значэнне выразу:
- а) $-a$, калі $a = 8$; $-3,7$; б) b , калі $-b = 4$; -1 .
72. Колькі каранёў маюць ураўненні:
- а) $|x| = -11$; в) $|x| = 9,5$;
- б) $|x| = 0$; г) $|x| = x$?



«Падатак на прыбытак прадпрыемства знізіцца з 24 % да 20 %, г. зн. на 4 %». Якое выпраўленне трэба ўнесці ў гэтую інфармацыю? Знайдзіце і выпраўце памылкі.

§ 3. Параўнанне рацыянальных лікаў

Як для рашэння задач з натуральнымі і дробавымі дадатнымі лікамі, так і для рашэння задач з рацыянальнымі лікамі патрэбны правілы: параўнання, складання, аднімання, множання і дзялення гэтых лікаў.



Правілы параўнання рацыянальных лікаў.

Разгледзім параўнанне значэнняў тэмпературы: яны могуць быць як станоўчымі, так і адмоўнымі, а таксама тэмпература можа быць роўнай нулю. Кажуць, што

