


## § 4. Сіметрыя адносна пункта


Пункты  $M$  і  $N$  — канцы дыяметра акружнасці — знаходзяцца на аднолькавай адлегласці ад цэнтра акружнасці — пункта  $O$  (рыс. 23). Кажуць, што пункт  $M$  сіметрычны пункту  $N$  адносна цэнтра сіметрыі — пункта  $O$ . Пункты  $A$  і  $C$  знаходзяцца на аднолькавай адлегласці ад пункта  $O$  і ляжаць на адной прамой з пунктам  $O$  (рыс. 24).

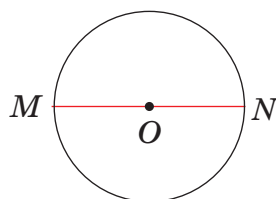
Кажуць, што пункт  $A$  сіметрычны пункту  $C$  адносна цэнтра сіметрыі — пункта  $O$ . Тое ж можна сказаць аб пунктах  $B$  і  $D$ .

 Для таго каб пабудаваць пункт, сіметрычны адносна цэнтра, трэба:

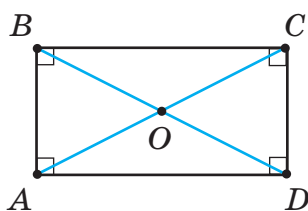
1. Злучыць адрэзкам дадзены пункт з цэнтрам сіметрыі.
2. Працягнуць адрэзак на такую ж адлегласць, што і адлегласць ад дадзенага пункта да цэнтра. Адзначыць атрыманы пункт.

На рысунку 25 пункт  $A_1$  сіметрычны пункту  $A$ . На гэтым рысунку ўсе вяршыні трохвугольніка  $P_1B_1C_1$  сіметрычныя вяршыням трохвугольніка  $PBC$  адносна цэнтра — пункта  $O$ .

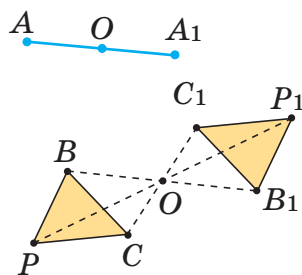
 Кажуць, што трохвугольнік  $P_1B_1C_1$  сіметрычны трохвугольніку  $PBC$  адносна цэнтра — пункта  $O$ .



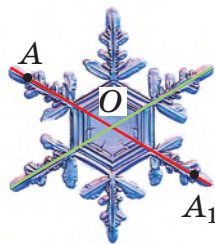
Рысунк 23



Рысунк 24



Рысунк 25



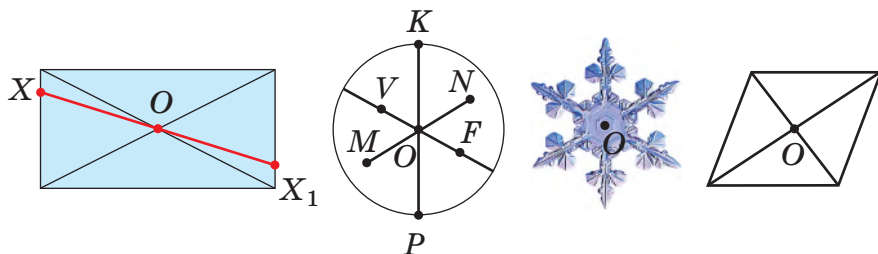
Рысунк 26

На рисунку 26 пункт  $A$  належыць некаторай фігуры, назавём яе «сняжынка». Сіметрычны пункту  $A$  адносна цэнтра  $O$  пункт  $A_1$  таксама належыць «сняжынцы». Гэта можна сказаць аб кожным пункце «сняжынкі».



Калі для кожнага пункта фігуры сіметрычны яму пункт адносна пункта  $O$  таксама належыць гэтай фігуры, то фігура называецца **цэнтральна-сіметрычнай адносна пункта  $O$** .

На рисунку 27 паказаны цэнтральна-сіметрычныя фігуры. Пункт  $O$  — цэнтр сіметрыі фігуры.

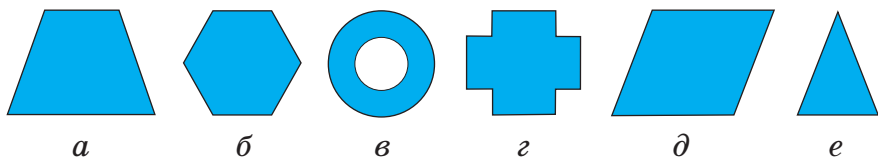


Рысунак 27



- 80.** Якія з адзначаных пунктаў круга на рысунку 27 утвараюць пары пунктаў, сіметрычных адносна яго цэнтра  $O$ ?
- 81.** Адзначце ў сшытку пункты  $O$ ,  $M$ ,  $T$  і  $K$ . Пабудуйце пункты, сіметрычныя пунктам  $M$ ,  $T$ ,  $K$  адносна пункта  $O$ .
- 82.** Начарціце каардынатную прамую і адзначце на ёй пункты  $T(5)$  і  $P(-4)$ . Пабудуйце пункты, сіметрычныя пунктам  $T$  і  $P$  адносна пачатку адліку. Запішыце каардынаты атрыманых пунктаў.
- 83.** Пункт каардынатнай прамой  $X(6)$  — цэнтр сіметрыі. Пакажыце каардынату пункта, сіметрычнага адносна гэтага цэнтра:
- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| а) пункту $A(3)$ ;  | в) пункту $C(-2)$ ; |
| б) пункту $B(10)$ ; | г) пункту $D(0)$ .  |

84. Пункт  $X$  — центр сіметрыі для пары пунктаў  $M$  і  $K$  на каардынатнай прамой. Укажыце каардынаты пункта  $X$ , калі вядомыя каардынаты пунктаў  $M$  і  $K$ :
- а)  $M(12)$  і  $K(20)$ ;                      в)  $M(-15)$  і  $K(-25)$ ;  
 б)  $M(9)$  і  $K(10)$ ;                      г)  $M(-3)$  і  $K(8)$ .
85. Пабудуйце ў сшытку прамавугольнік  $ABCD$  і сіметрычны яму адносна:
- а) вяршыні  $B$ ;  
 б) пункта  $K$  — сярэдзіны стараны  $BC$ .
86. Начарціце ў сшытку трохвугольнік  $ABC$  і пабудуйце трохвугольнік  $A_1B_1C_1$ , сіметрычны трохвугольніку  $ABC$  адносна адной з яго вяршынь.
87. Пабудуйце сістэму каардынат, прыняўшы за адзінкавы адрэзак на кожнай восі адну клетку сшытка. Адзначце на каардынатнай плоскасці пункты  $A(2; 7)$ ,  $B(-6; -2)$ ,  $C(-3; 1)$ ,  $D(5; -3)$ . Пабудуйце пункты, сіметрычныя дадзеным пунктам адносна пачатку каардынат, і запішыце іх каардынаты.
88. Па дадзеных каардынатах вяршынь  $A(2; -3)$ ,  $B(-5; 3)$ ,  $C(6; 3)$  пабудуйце на каардынатнай плоскасці  $\triangle ABC$  і трохвугольнік, сіметрычны яму адносна пачатку каардынат.
89. Укажыце, якая з фігур на рысунку 28 ( $a-e$ ) з'яўляецца цэнтральна-сіметрычнай. Пакажыце центр сіметрыі фігуры.



Рысунк 28



**90.** Устанавіце парадак дзеянняў і знайдзіце значэнне выразу:

а)  $(-204 : 4 - (-34 \cdot 3)) : (-17)$ ;

б)  $-21,6 : (-0,12) + 0,96 : (0,89 - 1,13)$ .

- 91.** Чаму роўная сума ўсіх цэлых лікаў, размешчаных на каардынатнай прамой паміж лікамі  $-53$  і  $50$ ?

**Рашыце задачы:**

- 92.** Фермер за тры дні прадаў  $651$  т збожжа. У першы дзень было прададзена  $\frac{10}{31}$  усяго збожжа, у другі —  $90\%$  таго, што было прададзена ў першы дзень. Колькі тон збожжа было прададзена ў трэці дзень?
- 93.** Даша прачытала ў першы дзень  $75$  старонак кнігі, у другі —  $40\%$  прачытанага ў першы дзень. Колькі ўсяго старонак у кнізе, калі за два дні Даша прачытала  $0,75$  кнігі?
- 94.** Спачатку цану касцюма павысілі на  $20\%$ , а потым знізілі на  $10\%$ . Якой стала цана касцюма пасля гэтых змяненняў, калі першапачаткова ён каштаваў  $160$  р.? На колькі працэнтаў змянілася пачатковая цана?



**Правер сябе!**

Назавіце прапушчаныя словы:

- Для таго каб пабудаваць пункт, сіметрычны адносна цэнтра сіметрыі, трэба:
  - злучыць ... пункт з цэнтрам сіметрыі;
  - працягнуць прамую, якая праходзіць праз два пункты, на такую ж адлегласць, што і адлегласць ад ... да цэнтра;
  - адзначыць атрыманы ...
- Калі для кожнага пункта фігуры сіметрычны ёй пункт адносна пункта  $O$  таксама належыць гэтай фігуры, то фігура называецца ... адносна пункта  $O$ .



95. Начарціце ў сшытку адрэзак  $BD$  і адзначце пункт  $C$  за межамі гэтага адрэзка. Пабудуйце адрэзак  $B_1D_1$ , сіметрычны адрэзку  $BD$  адносна пункта  $C$ . Параўнайце даўжыні адрэзкаў  $BD$  і  $B_1D_1$ .

96. Начарціце каардынатную прамую і адзначце на ёй пункты  $A(4)$ ,  $B(2)$  і  $C(-3)$ . Пабудуйце пункт, сіметрычны пункту:

а)  $A$  адносна пункта  $B$ ;

б)  $C$  адносна пункта  $B$ .

97. Пабудуйце прамавугольнік  $ABCD$  і прамавугольнік, сіметрычны яму адносна:

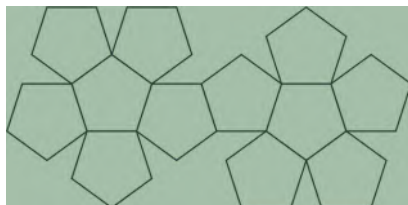
а) вяршыні  $D$ ;

б) пункта  $T$  — сярэдзіны стараны  $AD$ .

98. Сярод пунктаў  $K(-7)$ ,  $L(4)$ ,  $M(-3,5)$ ,  $N(2,5)$ ,  $O(0)$ ,  $P(-4)$ ,  $Q(7)$ ,  $R(-2,5)$ ,  $S(5)$  каардынатнай прамой знайдзіце пары пунктаў, сіметрычных адносна пачатку адліку.



Знайдзіце ў энцыклапедыі, інтэрнэце інфармацыю аб пяці платонавых целах. Вось адно з іх. І яго разгортка. Паспрабуйце склеіць правільныя шматграннікі.

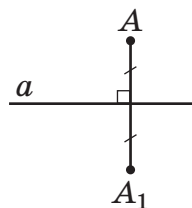


## § 5. Фігуры, сіметрычныя адносна прамой

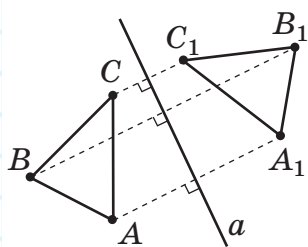
На рысунку 29 пункты  $A$  і  $A_1$  ляжаць на перпендыкуляры да прамой  $a$  на роўных адлегласцях ад гэтай прамой.



Кажуць, што пункты  $A$  і  $A_1$  сіметрычныя адносна прамой  $a$ .



Рысунк 29



Рысунак 30

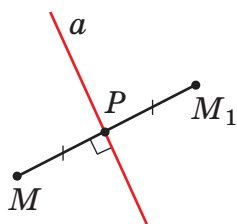
На рысунку 30 пункты  $A$  і  $A_1$  ляжаць на перпендыкуляры да прамой  $a$  на роўных адлегласцях ад гэтай прамой. Тое ж можна сказаць пра любую іншую пару пунктаў паказаных трохвугольнікаў: пункты  $B$  і  $B_1$ ,  $C$  і  $C_1$  сіметрычныя адносна прамой  $a$ .



Кажуць, што трохвугольнік  $ABC$  сіметрычны трохвугольніку  $A_1B_1C_1$  адносна прамой  $a$ .



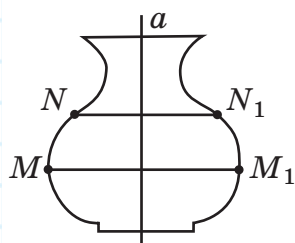
Для таго каб пабудаваць пункт, сіметрычны дадзенаму пункту ( $M$ ) адносна дадзенай прамой ( $a$ ), трэба:



Рысунак 31

1. Правесці праз дадзены пункт  $M$  прамую, перпендыкулярную дадзенай прамой  $a$ ;  $P$  — пункт перасячэння перпендыкуляра з гэтай прамой.

2. Адкласці ад пункта  $P$  на перпендыкуляры адрэзак  $PM_1$ , роўны адрэзку  $MP$  (рыс. 31).



Рысунак 32

На рысунку 32 пункт  $M$  належыць некаторай фігуры. Сіметрычны пункту  $M$  адносна прамой  $a$  пункт  $M_1$  таксама належыць гэтай фігуры. Гэта ж можна сказаць аб кожным пункце фігуры.



Калі для кожнага пункта фігуры сіметрычны ёй пункт адносна прамой таксама належыць гэтай фігуры, то фігура мае **вось сіметрыі**. У прыродзе, архітэктуры, жывапісе (рыс. 33) часта можна сустрэць фігуры, якія маюць вось сіметрыі.

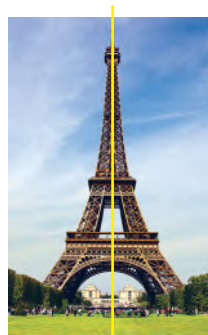
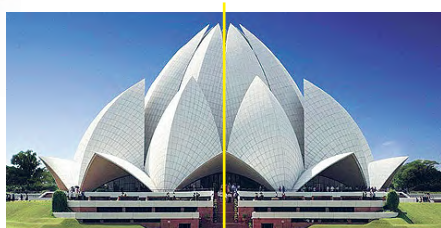


Рисунок 33

Зауважым, калі ў думках (або практычна) перагнуць фігуру адносна восі сіметрыі, то часткі фігуры супадуць.



**99.** Начарціце ў сшытку прамую  $k$  і адзначце пункты  $S$  і  $T$  па розныя стораны ад яе. Пабудуйце пункты, сіметрычныя пунктам  $S$  і  $T$  адносна прамой  $k$ .

**100.** Укажыце, на якім з рысункаў 34 (а–в) паказаны адрэзкі, сіметрычныя адносна прамой  $c$ .

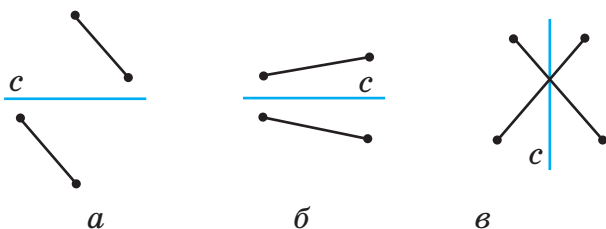


Рисунок 34

**101.** Прамая  $b$  праходзіць праз сярэдзіну адрэзка  $CD$ . Ці правільна, што пункты  $C$  і  $D$  сіметрычныя адносна прамой  $b$ ?

**102.** Пабудуйце прамавугольнік, сіметрычны прамавугольніку  $ABCD$  адносна прамой:

а)  $AB$ ;      б)  $BC$ ;      в)  $AC$ ;      г)  $BD$ .

103. Пабудуйце ў сшытку:

- а) квадрат;
- б) прамавугольнік;
- в) раўнабедраны трохвугольнік.

Для кожнай фігуры правядзіце ўсе восі сіметрыі.

104. Адзначце на каардынатнай плоскасці пункты  $A(-7; 3)$  і  $B(2; -4)$ . Карыстаючыся лінейкай і вугольнікам, правядзіце вось сіметрыі гэтых пунктаў.

105. Па дадзеных каардынатах вяршынь  $M(0; 0)$ ,  $N(-6; 4)$ ,  $T(5; 2)$  пабудуйце на каардынатнай плоскасці  $\triangle MNT$  і трохвугольнік, сіметрычны яму адносна:

- а) восі абсцыс;
- б) восі ардынат.



106. Устаноўце парадак дзеянняў і знайдзіце значэнне лікавага выразу:

$$6\frac{3}{4} \cdot \left( \left( \frac{47}{60} - 2\frac{17}{45} \right) - \left( -1\frac{13}{20} \right) \right).$$

### Рашыце задачы:

107. Шлях у 32 км веласіпедыст праехаў за 2 г 24 мін. Першыя 2 г ён ехаў са скорасцю, меншай на 2 км/г, чым скорасць, з якой ён рухаўся астатні час. Знайдзіце першапачатковую скорасць веласіпедыста.

108. Сярэдняе арыфметычнае чатырох лікаў роўнае 2,75. Знайдзіце гэтыя лікі, калі другі большы за першы ў 1,5 раза, трэці большы за першы ў 1,2 раза, а чацвёрты большы за першы ў 1,8 раза.



### Правер сябе!

Назавіце прапушчаныя словы:

1. Калі для кожнага пункта фігуры сіметрычны ёй пункт адносна прамой таксама належыць гэтай фігуры, то фігура мае ... ..



2. Для таго каб пабудаваць пункт, сіметрычны дадзенаму пункту адносна дадзенай прамой, трэба:

1) правесці праз дадзены пункт перпендыкуляр да прамой, ... дадзенай прамой;

2) адкласці ад пункта перасячэння ... з гэтай прамой на перпендыкуляр адрэзак, роўны пабудаванаму адрэзку.



**109.** Пабудуйце раўнабедраны трохвугольнік  $ABC$  з асновай  $BC$  і трохвугольнік, сіметрычны яму адносна прамой:

а)  $AB$ ;      б)  $CB$ ;      в)  $AC$ .

**110.** Пабудуйце ў сшытку раўнабедраны трохвугольнік  $AKT$  з асновай  $AT$  і яго вось сіметрыі, калі вугал  $K$ :

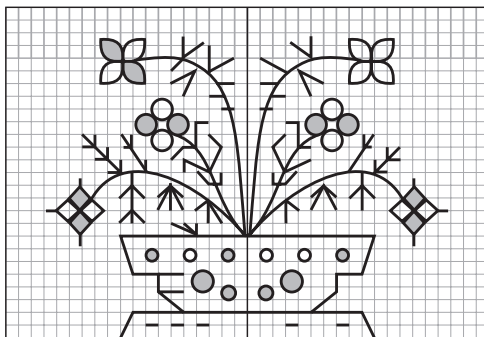
а) востры;      б) тупы.

**111.** Па дадзеных каардынатах вяршынь  $A(0; 4)$ ,  $B(4; 8)$ ,  $C(8; 4)$  і  $D(4; 0)$  пабудуйце на каардынатнай плоскасці квадрат  $ABCD$  і квадрат, сіметрычны яму адносна:

а) восі абсцыс;      б) восі ардынат.



Выява на рысунку 35 павінна мець вось сіметрыі, але мастак дапусціў памылкі. Знайдзіце іх.



Рысунк 35