



СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ И ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

§ 1. Степень с натуральным показателем и ее свойства

 **1.1.** Найдите площадь квадрата, длина стороны которого равна: а) 5 см; б) 0,1 см.

1.2. Найдите объем куба, длина ребра которого равна: а) 2 дм; б) 0,1 м.


1.3. Сравните значения выражений a^3 и a^2 , зная, что: а) a — правильная дробь; б) a — отрицательное число; в) $a = 0$.

 Для обозначения произведения нескольких одинаковых множителей используют понятие степени.

Определение

Степенью числа a с натуральным показателем n , большим 1, называется произведение n множителей, каждый из которых равен a :

$$a^n = \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n \text{ раз}}$$

 Если $n = 1$, то $a^1 = a$.

Например, $4^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

Число a называют **основанием степени**, число n — **показателем степени**.

Чтобы найти значение степени (чтобы возвести число в степень), надо найти значение произведения одинаковых множителей.

Например, $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ (4 — основание степени, 3 — показатель степени, 64 — значение степени);

a^n — степень,
 a — основание степени,
 n — показатель степени

$5^6 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 15\,625$ (5 — основание степени, 6 — показатель степени, 15 625 — значение степени).

Так же как и другие действия (сложение, умножение, вычитание, деление), действие возведения в степень имеет свойства.

Произведение степеней с одинаковыми основаниями

Рассмотрим произведение двух степеней с одинаковыми основаниями:

$$2^4 \cdot 2^6 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^{10}.$$

Можно заметить, что $2^4 \cdot 2^6 = 2^{4+6} = 2^{10}$. Проведем эти рассуждения в общем виде:

$$a^n \cdot a^m = \overbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}^{n \text{ раз}} \cdot \overbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}^{m \text{ раз}} = \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n+m \text{ раз}} = a^{n+m}.$$

по определению степени
по свойству умножения
по определению степени

Получили первое свойство степени:

при умножении степеней с одинаковыми основаниями основание остается прежним, а показатели степеней складываются.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Верно и обратное утверждение:

степень числа можно представить в виде произведения степеней с одинаковыми основаниями.

$$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$$

Например, $2^{11} = 2^4 \cdot 2^7$.

Частное степеней с одинаковыми основаниями

Рассмотрим частное двух степеней с одинаковыми основаниями, не равными нулю:

$$\begin{aligned} 2^8 : 2^6 &= (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) : (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = \\ &= \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 2 \cdot 2 = 2^2. \end{aligned}$$

Имеем: $2^8 : 2^6 = 2^{8-6} = 2^2$. В общем виде получим:

$$a^n : a^m = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{\substack{\text{по определению} \\ \text{степени}} \text{ } n \text{ раз}} : \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{\substack{\text{сократим дробь} \\ m \text{ раз}}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m \text{ раз}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{\substack{\text{по определению} \\ \text{степени}} \text{ } n-m} = a^{n-m}.$$

Получили второе свойство степени:

при делении степеней с одинаковыми основаниями основание остается прежним, а из показателя степени делимого вычитается показатель степени делителя.

Верно и обратное утверждение:

степень числа можно представить в виде частного степеней с одинаковыми основаниями.

$$\begin{aligned} a^n : a^m &= a^{n-m}, \\ a^{n-m} &= a^n : a^m, \\ a &\neq 0; n > m \end{aligned}$$

Например, $2^6 = 2^{10} : 2^4$.

Степень степени

Рассмотрим выражение $(3^2)^4$. Его можно прочитать так: «четвертая степень числа три в квадрате» или «четвертая степень второй степени числа три». Коротко говорят: «степень степени».

В общем виде записывают: $(a^n)^m$ — и говорят: «степень с показателем m степени числа a с показателем n ».

По определению степени получим: $(3^2)^4 = 3^2 \cdot 3^2 \times 3^2 \cdot 3^2 = 3^{2+2+2+2} = 3^8$. Таким образом, $(3^2)^4 = 3^8$.
В общем виде имеем:

$$(a^n)^m = \underbrace{a^n \cdot a^n \cdot a^n \cdot \dots \cdot a^n}_{m \text{ раз}} = a^{\underbrace{n+n+\dots+n}_{m \text{ раз}}} = a^{nm}$$

по определению степени

Получили **третье свойство степени:**

при возведении степени в степень основание степени остается прежним, а показатели перемножаются.

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

Верно и обратное утверждение:

степень числа можно представить в виде степени, основание которой — тоже степень.

Например, $4^6 = (4^2)^3$.

$$a^{nm} = (a^n)^m$$

Степень частного

Рассмотрим выражение $(2 : 3)^4$. Основание этой степени равно $2 : 3$, поэтому по определению степени получим: $(2 : 3)^4 = (2 : 3) \cdot (2 : 3) \cdot (2 : 3) \cdot (2 : 3) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = 2^4 : 3^4$.

Проведем эти рассуждения в общем виде:

$$(a : b)^n = \underbrace{(a : b) \cdot (a : b) \cdot (a : b) \cdot \dots \cdot (a : b)}_{n \text{ раз}} = \frac{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}}{\underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{n \text{ раз}}} = a^n : b^n$$

по определению степени
по свойству умножения
по определению степени

Получили **четвертое свойство степени:**

степень частного равна частному степеней делимого и делителя с тем же показателем.

$$(a : b)^n = a^n : b^n, \quad b \neq 0$$

Справедливо и обратное утверждение:

при делении степеней с одинаковыми показателями можно разделить основания степеней и полученный результат возвести в ту же степень.

Например,

$$12^4 : 3^4 = (12 : 3)^4 = 4^4 = 256.$$

$$a^n : b^n = (a : b)^n, b \neq 0$$

Степень произведения

Рассмотрим выражение $(2 \cdot 3)^4$. Основание этой степени равно $2 \cdot 3$, поэтому по определению степени получим: $(2 \cdot 3)^4 = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = 2^4 \cdot 3^4$.

В общем виде получим:

$$(a \cdot b)^n = \overbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \dots \cdot (a \cdot b)}^{n \text{ раз}} = \overbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}^{n \text{ раз}} \cdot \overbrace{(b \cdot b \cdot \dots \cdot b)}^{n \text{ раз}} = a^n \cdot b^n.$$

по определению степени
по свойству умножения
по определению степени

Получили пятое свойство степени:

степень произведения равна произведению степеней множителей с тем же показателем.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Справедливо и обратное утверждение:

при умножении степеней с одинаковыми показателями можно перемножить основания степеней и полученный результат возвести в ту же степень.

Например,

$$2^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(2 \cdot \frac{1}{2}\right)^4 = 1^4 = 1.$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$



**Определение степени числа
с натуральным показателем**

1. Представьте в виде степени произведение и назовите основание и показатель степени:

а) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$;

б) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$;

в) $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$;

г) $0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0$.

а) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$; 3 — основание степени, 4 — показатель степени;

б) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^3$; -3 — основание степени, 3 — показатель степени;

в) $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$; $-\frac{1}{2}$ — основание степени, 2 — показатель степени;

г) $0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0^5$; 0 — основание степени, 5 — показатель степени.

2. Найдите значение степени:

а) $0,3^4$;

б) $(-5)^5$;

в) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.

а) $0,3^4 = 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 0,0081$;

б) $(-5)^5 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \times (-5) \cdot (-5) = -3125$;

в) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27}$.

Произведение степеней с одинаковыми основаниями

3. Представьте в виде степени произведение степеней:

а) $5^2 \cdot 5^4$; б) $\left(\frac{3}{7}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^6$;

в) $m^{10} \cdot m^{15}$; г) $a^8 \cdot a$.

а) $5^2 \cdot 5^4 = 5^{2+4} = 5^6$;

б) $\left(\frac{3}{7}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^6 = \left(\frac{3}{7}\right)^{5+6} = \left(\frac{3}{7}\right)^{11}$;

в) $m^{10} \cdot m^{15} = m^{10+15} = m^{25}$;

г) $a^8 \cdot a = a^{8+1} = a^9$.

4. Представьте в виде произведения каких-либо степеней степень:

а) 4^7 ; б) k^{12} ; в) n^3 .

а) $4^7 = 4^{2+5} = 4^2 \cdot 4^5$;

б) $k^{12} = k^{9+3} = k^9 \cdot k^3$;

в) $n^3 = n^{2+1} = n^2 \cdot n^1 = n^2 \cdot n$.

Частное степеней с одинаковыми основаниями	
<p>5. Представьте в виде степени частное степеней:</p> <p>а) $5^{20} : 5^{14}$; б) $\left(\frac{2}{7}\right)^9 : \left(\frac{2}{7}\right)^5$;</p> <p>в) $m^{18} : m^{15}$; г) $a^{12} : a$.</p>	<p>а) $5^{20} : 5^{14} = 5^{20-14} = 5^6$;</p> <p>б) $\left(\frac{2}{7}\right)^9 : \left(\frac{2}{7}\right)^5 = \left(\frac{2}{7}\right)^{9-5} = \left(\frac{2}{7}\right)^4$;</p> <p>в) $m^{18} : m^{15} = m^{18-15} = m^3$;</p> <p>г) $a^{12} : a = a^{12-1} = a^{11}$.</p>
<p>6. Представьте в виде частного каких-либо двух степеней степень:</p> <p>а) 4^7; б) k^{12}; в) n^3.</p>	<p>а) $4^7 = 4^{10-3} = 4^{10} : 4^3$;</p> <p>б) $k^{12} = k^{13-1} = k^{13} : k^1 = k^{13} : k$;</p> <p>в) $n^3 = n^{20-17} = n^{20} : n^{17}$.</p>
Степень степени	
<p>7. Представьте в виде степени с основанием:</p> <p>а) 5 выражение $(5^2)^3$;</p> <p>б) m выражение $(m^4)^6$;</p> <p>в) a выражение $(a^6)^n$.</p>	<p>а) $(5^2)^3 = 5^{2 \cdot 3} = 5^6$;</p> <p>б) $(m^4)^6 = m^{4 \cdot 6} = m^{24}$;</p> <p>в) $(a^6)^n = a^{6 \cdot n} = a^{6n}$.</p>
<p>8. Представьте в виде степени с основанием 3^2 выражение:</p> <p>а) 9^3; б) 9^7; в) 81.</p>	<p>а) $9^3 = (3^2)^3$;</p> <p>б) $9^7 = (3^2)^7$;</p> <p>в) $81 = (3^2)^2$.</p>
Степень частного	
<p>9. Представьте в виде частного степеней степень:</p> <p>а) $\left(\frac{2}{5}\right)^4$; б) $\left(\frac{3}{7}\right)^n$; в) $\left(\frac{c}{k}\right)^7$.</p>	<p>а) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2^4}{5^4}$; б) $\left(\frac{3}{7}\right)^n = \frac{3^n}{7^n}$;</p> <p>в) $\left(\frac{c}{k}\right)^7 = \frac{c^7}{k^7}$.</p>
<p>10. Представьте частное степеней в виде степени и найдите ее значение:</p> <p>а) $10^4 : 5^4$; б) $21^5 : 7^5$;</p> <p>в) $\frac{20^{10}}{10^{10}}$.</p>	<p>а) $10^4 : 5^4 = (10 : 5)^4 = 2^4 = 16$;</p> <p>б) $21^5 : 7^5 = (21 : 7)^5 = 3^5 = 243$;</p> <p>в) $\frac{20^{10}}{10^{10}} = \left(\frac{20}{10}\right)^{10} = 2^{10} = 1024$.</p>

Степень произведения	
<p>11. Представьте в виде произведения степеней степень:</p> <p>а) $(3 \cdot 5)^3$; б) $(3 \cdot a)^8$; в) $(c \cdot d)^n$.</p>	<p>а) $(3 \cdot 5)^3 = 3^3 \cdot 5^3$; б) $(3 \cdot a)^8 = 3^8 \cdot a^8$; в) $(c \cdot d)^n = c^n \cdot d^n$.</p>
<p>12. Представьте произведение степеней в виде степени и найдите ее значение:</p> <p>а) $0,5^8 \cdot 2^8$; б) $25^3 \cdot 0,4^3$; в) $3^7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7$.</p>	<p>а) $0,5^8 \cdot 2^8 = (0,5 \cdot 2)^8 = 1^8 = 1$; б) $25^3 \cdot 0,4^3 = (25 \cdot 0,4)^3 = 10^3 = 1000$; в) $3^7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \left(3 \cdot \frac{2}{3}\right)^7 = 2^7 = 128$.</p>

? Установите соответствие между выражениями: 1) $a^m \cdot a^n$; 2) $(ab)^n$; 3) $(a^m)^n$; 4) $a^n \cdot b^n$; 5) $a^n \cdot b^n$; 6) $a^n : a^m$ — и их словесными характеристиками: а) степень произведения; б) произведение степеней с одинаковыми основаниями; в) произведение степеней с одинаковыми показателями; г) степень степени; д) частное степеней с одинаковыми основаниями; е) частное степеней с одинаковыми показателями.



1.4. Прочитайте выражение, назовите основание и показатель степени:

- а) 6^4 ; б) $(2,4)^{10}$; в) a^{15} ; г) $(2b)^3$.

1.5. Каким действием можно заменить произведение одинаковых множителей? Выполните эту замену:

- а) $5 \cdot 5 \cdot 5$; б) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$;
 в) $0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1$.

1.6. Запишите произведение в виде степени; назовите основание и показатель степени:

- а) $d \cdot d \cdot d \cdot d \cdot d$; б) $(2x) \cdot (2x) \cdot (2x) \cdot (2x)$;
 в) $(a + b) \cdot (a + b)$; г) $\left(-\frac{b}{4}\right) \cdot \left(-\frac{b}{4}\right) \cdot \left(-\frac{b}{4}\right)$.

1.7. Какие множители будут в произведении, если применить определение степени? Представьте в виде произведения степень:

- а) 3^4 ; б) a^7 ; в) $(-x)^5$;
 г) $(8b)^3$; д) $(m - n)^2$; е) $(c + d)^3$.

1.8. Выберите выражения, имеющие вид степени. Назовите основание и показатель степени:

- а) 8^m ; б) $(-2y)^4$; в) $3 \cdot x^9$;
 г) $(a + b)^4$; д) $x^3 - y^3$; е) $(17a)^8$.

1.9. Запишите в виде выражения:

- а) 3 в пятой степени; б) седьмая степень числа 0,5;
 в) a в степени m ; г) произведение чисел c и d в восьмой степени; д) 8 в первой степени; е) куб суммы чисел x и y .

1.10. Запишите в виде степени числа 10 число:

- а) 1000; б) 100 000; в) 10 000 000.

1.11. Запишите произведение в виде степени с основанием a :

- а) $a \cdot a$; б) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$; в) $a \cdot a \cdot a^2$.

1.12. Представьте в виде степени числа 2 число:

- а) 8; б) 32; в) 64; г) 256.

Назовите показатель степени.

1.13. Найдите значение степени:

- а) 4^3 ; б) $(-3)^4$; в) $(-2)^5$;
 г) $\left(\frac{3}{5}\right)^3$; д) $\left(2\frac{1}{3}\right)^2$; е) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$;
 ж) $(0,5)^3$; з) $(-0,02)^2$; и) $(-0,1)^5$.

1.14. Используйте определение степени и вычислите значение выражения:

- а) 4^2 ; б) -4^2 ; в) $(-4)^2$;
 г) 5^3 ; д) -5^3 ; е) $(-5)^3$.

1.15. Сравните значения выражений:

- а) -7^8 и 7^8 ; б) $(-3)^{10}$ и 3^{10} ; в) 9^4 и -9^6 ;
 г) $(-1)^{12}$ и 1 ; д) $(-2)^3$ и 8 ; е) $(-0,6)^5$ и 0 .

Можно ли выполнить сравнение, не выполняя вычислений?

1.16. Найдите значение выражения:

- а) $7 \cdot 3^2$; б) $3 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^3$; в) $-8 - 10^4$;
 г) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 + \left(1\frac{1}{9}\right)^2$; д) $\left(3 \cdot 1\frac{1}{3}\right)^3$; е) $600 : (-0,1)^3$.

1.17. Найдите значение выражения $100a^3$ при:

- а) $a = 2$; б) $a = -0,5$; в) $a = 10$; г) $a = -1$.

1.18. Найдите значение выражения $b^4 - 8$ при:

- а) $b = -1$; б) $b = 2$; в) $b = -0,1$; г) $b = \frac{1}{2}$.

1.19. Найдите значение выражения $m^3 - m^2$ при:

- а) $m = 5$; б) $m = -\frac{1}{3}$; в) $m = -10$; г) $m = -1$.

1.20. Используйте свойства степени и представьте в виде степени произведение степеней:

- а) $7^2 \cdot 7^5$; б) $10^5 \cdot 10$; в) $a^4 \cdot a^6$;
 г) $(3b)^2 \cdot (3b)^{10}$; д) $8^n \cdot 8^7$; е) $c^m \cdot c$.

1.21. Запишите в виде степени произведение:

- а) $x^2x^4x^5$; б) m^6m^9m ; в) $9^3 \cdot 9^7 \cdot 9^2 \cdot 9$.

1.22. Представьте в виде произведения каких-либо степеней с одинаковыми основаниями степень:

- а) 2^{10} ; б) a^5 ; в) $(2x)^8$.

Сколькими способами можно это сделать?

1.23. Представьте степень a^{10} в виде произведения двух степеней с одинаковыми основаниями, одна из которых равна: а) a^4 ; б) a^5 ; в) a^9 .

1.24. Сравните значения выражений:

- а) $6^4 \cdot 6^2$ и 6^8 ; б) $7^5 \cdot 7^3 \cdot 7^{10}$ и 7^{18} .

1.25. Представьте произведение в виде степени с основанием 2:

а) $2^2 \cdot 2^4$; б) $4 \cdot 2^9$; в) $2^7 \cdot 8$; г) $2^4 \cdot 16 \cdot 2$.

1.26. Представьте степень b^7 двумя способами в виде произведения трех степеней с одинаковыми основаниями.

1.27. Какое свойство можно использовать, чтобы представить частное степеней в виде степени? Примените это свойство:

а) $9^{10} : 9^4$; б) $0,3^5 : 0,3^3$; в) $5^7 : 5$;
г) $a^{12} : a^8$; д) $x^{14} : x^{13}$; е) $c^{18} : c$.

1.28. Представьте в виде частного каких-либо степеней с одинаковыми основаниями степень:

а) 3^8 ; б) b^4 ; в) $(3a)^7$; г) m^1 .

1.29. Представьте степень b^{12} в виде частного двух степеней с одинаковыми основаниями, одна из которых равна: а) b^5 ; б) b^{15} ; в) b^{11} .

1.30. Найдите значение выражения:

а) $2^8 : 2^5$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^9 : (0,5)^7$;
в) $4,7^{19} : 4,7^{18}$; г) $10^{28} : 10^{23}$;
д) $(-0,1)^{10} : (-0,1)^8$; е) $\left(5\frac{2}{3}\right)^{14} : \left(5\frac{2}{3}\right)^{12}$;
ж) $(-0,25)^8 : (-0,25)^5$; з) $(-0,3)^{13} : (-0,3)^{10}$.

1.31. Вычислите:

а) $\frac{9^8}{9^6}$; б) $\frac{0,2^5}{0,2^2}$; в) $\frac{3^4 \cdot 3^5}{3^8}$; г) $\frac{2^{15}}{2^{10} \cdot 2^3}$.

1.32. Прочитайте выражение и представьте его в виде степени с основанием 7: а) $(7^4)^3$; б) $(7^2)^{10}$; в) $(7^5)^4$.

1.33. Представьте в виде степени с основанием a выражение: а) $(a^2)^5$; б) $(a^7)^8$; в) $(a^5)^3$; г) $(a^3)^5$.

1.34. Сравните значения выражений:

а) $3^4 \cdot 3^2$ и $(3^4)^2$; б) $4^3 \cdot 4^5$ и $(4^3)^5$.

1.35. Представьте в виде степени с основанием 2⁴ выражение: а) 2²⁰; б) 2⁴⁸; в) 2⁸; г) 16⁹; д) 256.

Какое свойство степени применялось?

1.36. Представьте a^{24} в виде степени с основанием:

а) a^2 ; б) a^3 ; в) a^6 ; г) a^{12} .

1.37. Сравните значения степеней, представив их в виде степеней с одинаковыми основаниями:

а) 9⁶ и 27²; б) 8¹⁰ и 4¹⁵; в) 0,01³ и 0,001².

1.38. Упростите выражение с помощью свойств степени:

а) $((-12)^2)^3$; б) $((-17)^3)^4$; в) $(-(-a)^4)^5$.

1.39. Представьте в виде степени с основанием a выражение:

а) $(a^3)^6 \cdot a^9$; б) $a^8 \cdot (a^2)^4$; в) $(a^7)^2 \cdot (a^2)^3$;
 г) $(a^3 a^4)^5$; д) $(a^4)^2 : a^3$; е) $a^{19} : (a^9)^2$;
 ж) $(a^5)^3 : (a^7)^2$; з) $(a^{13} : a^8)^6$; и) $(a^{17})^2 \cdot (a^8 : a^7)^4$.

1.40. Упростите выражение:

а) $\frac{b^4 (b^3)^7}{b^{12}}$; б) $\frac{b^{14} b^9}{(b^2)^3}$; в) $\frac{(b^{10} : b^4)^2 \cdot b^7}{(b^6)^3}$.

1.41. Найдите значение выражения:

а) $\frac{4^{16}}{8^{10}}$; б) $\frac{25^{11}}{125^7}$; в) $\frac{3^{14} \cdot (3^4)^2}{3^{20}}$;
 г) $\frac{125^7}{5^9 \cdot 25^5}$; д) $\frac{27^5}{9^2 \cdot 81^2}$; е) $\frac{64^2 \cdot 32^5}{16^3 \cdot 8^8}$.

1.42*. Сравните числа 99¹⁰ и 10²⁰.

1.43. Прочитайте выражение и представьте степень в виде частного степеней:

а) $\left(\frac{3}{7}\right)^6$; б) $\left(1\frac{1}{3}\right)^7$; в) $(5 : 2)^8$; г) $(a : b)^5$.

1.44. Какое свойство нужно использовать для записи частного степеней в виде степени? Запишите частное степеней в виде степени:

а) $\frac{2^6}{7^6}$; б) $\frac{3^4}{10^4}$; в) $\frac{a^3}{4^3}$; г) $\frac{(3b)^6}{(2a)^6}$.

1.45. Представьте частное степеней в виде степени и вычислите:

а) $30^6 : 3^6$; б) $\frac{75^3}{25^3}$; в) $15^5 : 7,5^5$; г) $\frac{5,26^4}{52,6^4}$.

1.46. Найдите значение выражения:

а) $\frac{100^4}{2^4 \cdot 5^4}$; б) $\frac{6^5 \cdot 7^5}{21^5}$; в) $\frac{(2^2)^3 \cdot 7^5}{14^5}$.

1.47. Представьте степень в виде произведения степеней: а) $(2 \cdot 7)^4$; б) $(ab)^5$; в) $(-0,1 \cdot x)^3$; г) $(2ab)^4$.

1.48. Вычислите рациональным способом:

а) $(5 \cdot 10)^3$; б) $(9 \cdot 100)^2$; в) $(3 \cdot 0,01)^4$.

1.49. Представьте произведение степеней в виде степени: а) $5^8 \cdot 3^8$; б) $a^4 b^4$; в) $(-0,3)^7 \cdot 5^7$; г) $3^9 a^9 b^9$.

1.50. Представьте произведение степеней в виде степени и найдите значение выражения:

а) $2^5 \cdot 5^5$; б) $0,25^9 \cdot 4^9$; в) $\left(-\frac{1}{3}\right)^7 \cdot 3^7$;
г) $7^4 \cdot \left(\frac{1}{14}\right)^4$; д) $0,8^6 \cdot 0,125^6$; е) $(-12)^3 \cdot 0,25^3$.

1.51. Найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 2^7$; б) $(0,1)^5 \cdot 10^3$;
в) $(-0,125)^5 \cdot 8^7$; г) $(2,5)^{15} \cdot (0,4)^{14}$.

1.52. Представьте выражение:

а) $\frac{2^8 \cdot 3^6}{6^6}$ в виде степени с основанием 4;
б) $\frac{7^7 \cdot 2^5}{14^5}$ в виде степени с основанием 7.

1.53. Представьте выражение в виде степени с основанием, равным натуральному числу:

а) $3^m \cdot 9$; б) $3^m : 3$; в) $(7^n)^2 \cdot 7$; г) $(3^n)^3 : 3^{2n}$.

1.54. Найдите значение выражения:

а) $\frac{15^{10}}{25^4 \cdot 3^9}$; б) $\frac{8^5 \cdot 3^4}{48^3}$; в) $\frac{100^2 \cdot 1000^3}{4^6 \cdot 125^4}$.

1.55. Установите порядок действий и вычислите:

а) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\left(\frac{3}{4}\right)^2\right)^3$; б) $25^2 \cdot (-4)^2 \cdot (0,01)^3$;
 в) $\left(-\frac{2}{3}\right)^9 : \left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot 3^2$; г) $(-0,75)^9 : \left(-\frac{3}{4}\right)^7 \cdot 2^5$.

1.56. Найдите значение выражения $\frac{49 \cdot 10^6}{25^3 \cdot 14^2}$.

1.57*. Докажите, что значение выражения не зависит от n :

а) $12^{n+2} : 12^{n+1}$; б) $\frac{3^{2n+6} \cdot 3^{n+1}}{3^{3n-2}}$; в) $\frac{(5^{n-1})^2 \cdot 5^{3n+7}}{5^{5n+3}}$.

1.58*. Докажите, что значение выражения $9^{15} - 3^{28}$ кратно 24.

1.59*. Докажите, что значение выражения $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$ кратно 14 при любом натуральном значении n .



1.60. Используя определение степени, запишите в виде степени произведение:

а) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$; б) $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$;
 в) $b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$; г) $(2a - b) \cdot (2a - b) \cdot (2a - b)$.

Назовите основание и показатель степени.

1.61. Используя определение степени, запишите в виде произведения степень:

а) 5^2 ; б) m^5 ; в) $(-3y)^4$; г) $(a - b)^3$.

1.62. Запишите в виде выражения:

- а) 13 в третьей степени; б) восьмая степень числа 0,3;
 в) $2a$ в степени n ; г) квадрат суммы чисел a и c ;
 д) x в первой степени.

1.63. Запишите в виде степени числа 3 числа:

- а) 9; б) 27; в) 81; г) 243.

Назовите показатель степени.

1.64. Найдите значение степени:

- а) 2^5 ; б) $(-10)^4$; в) $(-3)^3$;
 г) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; д) $\left(3\frac{1}{3}\right)^2$; е) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4$;
 ж) $(0,6)^3$; з) $(-0,11)^2$; и) $(-0,1)^7$.

1.65. Сравните значения выражений, не выполняя вычислений:

- а) 5^2 и -5^2 ; б) 5^2 и $(-5)^2$;
 в) -5^2 и $(-5)^2$; г) 2^3 и -2^3 ;
 д) $(-2)^3$ и 2^3 ; е) -2^3 и $(-2)^3$.

1.66. Установите порядок действий и найдите значение выражения:

- а) $5 \cdot 2^4$; б) $567 : (-10)^3$;
 в) $-0,1^6 + 9$; г) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \left(2\frac{1}{4}\right)^2$.

1.67. Найдите значение выражения $10a^2 - a^3$ при:

- а) $a = 2$; б) $a = -\frac{1}{2}$;
 в) $a = -0,1$; г) $a = -1$.

1.68. Какое свойство нужно использовать для записи произведения степеней в виде степени? Представьте произведение степеней в виде степени:

- а) $3^4 \cdot 3^8$; б) $9^6 \cdot 9$; в) $b^5 \cdot b^6$;
 г) $(2a)^3 \cdot (2a)^4$; д) $c^3 c^4 c^8$; е) $a^2 a^9 a$.

1.69. Представьте степень b^{12} в виде произведения двух степеней с одинаковыми основаниями, одна из которых равна:

- а) b^5 ; б) b^{10} ; в) b^{11} .

1.70. Представьте произведение в виде степени с основанием 10:

- а) $10^3 \cdot 10^4$; б) $100 \cdot 10^7$;
в) $10^{12} \cdot 1000$; г) $10^5 \cdot 100 \cdot 10$.

1.71. Представьте двумя способами степень a^8 в виде произведения трех степеней с одинаковыми основаниями.

1.72. Используя свойства степени, представьте частное степеней в виде степени:

- а) $7^{12} : 7^4$; б) $1,6^8 : 1,6^5$; в) $7^6 : 7$;
г) $a^{14} : a^{11}$; д) $b^{10} : b^9$; е) $x^7 : x$.

1.73. Представьте в виде частного каких-либо степеней с одинаковыми основаниями степень:

- а) 7^{10} ; б) a^5 .

1.74. Найдите значение выражения:

- а) $3^9 : 3^6$; б) $\left(\frac{1}{4}\right)^{10} : (0,25)^8$;
в) $(-2,35)^{15} : (-2,35)^{14}$; г) $0,2^{13} : 0,2^{11}$;
д) $\left(2\frac{1}{7}\right)^{11} : \left(2\frac{1}{7}\right)^9$; е) $(0,5)^9 : \left(\frac{1}{2}\right)^5$.

1.75. Вычислите:

- а) $\frac{5^7}{5^4}$; б) $\frac{0,1^{15}}{0,1^{13}}$; в) $\frac{7^8 \cdot 7^9}{7^{15}}$; г) $\frac{3^{17}}{3^{11} \cdot 3^5}$.

1.76. Представьте в виде степени с основанием 3 выражение:

- а) $(3^2)^5$; б) $(3^4)^{10}$; в) $(3^{10})^4$; г) $(3^3)^3$.

1.77. Представьте в виде степени с основанием 5^2 выражение:

- а) 5^{10} ; б) 5^{22} ; в) 25^9 ; г) 625.

1.78. Представьте b^{12} в виде степени с основанием:

- а) b^2 ; б) b^3 ; в) b^4 ; г) b^6 .

1.79. Упростите выражение с помощью свойств степени:

- а) $((-7)^4)^5$; б) $(-(-11)^7)^2$; в) $((-3)^5)^7$;
г) $(-(-b)^5)^4$; д) $(-(-b)^8)^3$; е) $(-(-b)^3)^5$.

1.80. Представьте в виде степени с основанием a выражение:

- а) $(a^4)^8 \cdot a^{10}$; б) $a^6 \cdot (a^5)^3$; в) $(a^8)^3 \cdot (a^5)^4$;
г) $(a^2 a^5)^3$; д) $(a^6)^2 : a^4$; е) $a^{15} : (a^2)^7$;
ж) $(a^7)^3 : (a^5)^2$; з) $(a^{19} : a^{16})^7$; и) $(a^9 : a^8)^4 \cdot (a^6)^3$.

1.81. Упростите выражение:

- а) $\frac{c^5 (c^4)^2}{c^{12}}$; б) $\frac{c^{15} c^7}{(c^4)^3}$; в) $\frac{(c^9 \cdot c)^5 \cdot c^4}{(c^8 : c^6)^{25}}$.

1.82. Найдите значение выражения:

- а) $\frac{3^{22}}{9^{10}}$; б) $\frac{5^{22} \cdot (5^2)^3}{5^{27}}$; в) $\frac{4^7}{16 \cdot 64}$; г) $\frac{32^3 \cdot 8^2}{16^5}$.

1.83. Представьте степень в виде частного степеней:

- а) $\left(\frac{2}{9}\right)^5$; б) $\left(\frac{m}{n}\right)^3$; в) $(3 : 4)^{12}$;
г) $\left(2 \frac{2}{3}\right)^4$; д) $(0,6)^3$; е) $(c : d)^8$.

1.84. Запишите в виде степени:

- а) $\frac{3^8}{4^8}$; б) $\frac{7^5}{10^5}$; в) $\frac{b^7}{5^7}$.

1.85. Представьте частное степеней в виде степени и вычислите:

- а) $34^5 : 17^5$; б) $\frac{26^4}{2,6^4}$; в) $42^3 : 14^3$; г) $\frac{37,2^2}{372^2}$.

1.86. Найдите значение выражения:

а) $\frac{30^5}{2^5 \cdot 15^5}$; б) $\frac{3^6 \cdot 8^6}{12^6}$; в) $\frac{16^3 \cdot 18^3}{24^3 \cdot 3^3}$.

1.87. Представьте степень в виде произведения степеней:

а) $(8 \cdot 9)^5$; б) $(ab)^6$; в) $(5 \cdot 7)^n$;
 г) $(-3a)^9$; д) $(3xy)^5$; е) $(-abc)^3$.

1.88. Представьте произведение степеней в виде степени:

а) $7^4 \cdot 2^4$; б) $m^7 n^7$; в) $(-0,2)^5 \cdot 7^5$; г) $7^6 a^6 b^6$.

1.89. Представьте произведение степеней в виде степени и найдите значение выражения:

а) $4^3 \cdot 25^3$; б) $0,2^7 \cdot 5^7$;
 в) $(-0,125)^5 \cdot 8^5$; г) $18^5 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^5$.

1.90. Найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot 3^4$; б) $(-0,01)^3 \cdot 100^4$; в) $(0,25)^6 \cdot 4^7$.

1.91. Представьте выражение $\frac{2^{12} \cdot 7^8}{14^8}$ в виде степени с основанием 4.

1.92*. Докажите, что значение выражения не зависит от n :

а) $\frac{7^{4n+8} \cdot 7^{n+3}}{7^{5n-2}}$; б) $\frac{(3^{5n-1})^3 \cdot 3^{3n+7}}{3^{18n-4}}$;
 в) $\frac{27^{2n+5}}{9^{3n+2}}$; г) $\frac{15^{n+8}}{3^{n+1} \cdot 5^{n+2}}$.

1.93*. Докажите, что значение выражения $8^{17} - 2^{45}$ кратно 18.

1.94*. Докажите, что при любом натуральном значении n значение выражения $3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}$ кратно 13.



1.95. Какую часть часа составляют 12 мин?

1.96. Решите уравнение $2\frac{3}{8} + x = 5$.

1.97. Найдите значение выражения:

а) $7,863 + 72,4$;

б) $37,3 - 4,507$;

в) $0,027 \cdot 73,6$;

г) $69 : 1,2$.

1.98. Килограмм риса стоит в магазине 2 р. Магазин с 9.00 до 10.00 делает скидку всем покупателям на определенное количество процентов от цены покупки. В 9.45 покупатель заплатил за килограмм риса 1 р. 88 к. Сколько процентов составляет утреняя скидка?

1.99. Представьте дробь $\frac{4}{25}$ в виде десятичной дроби. Можно ли дробь $\frac{7}{15}$ представить в виде конечной десятичной дроби?

1.100. Среди всех четырехзначных чисел, в записи которых все цифры различны, выбрали наибольшее и наименьшее. Чему равна сумма этих чисел?

§ 2. Степень с целым показателем и ее свойства



1.101. Выберите пару противоположных чисел:

а) 4 и $\frac{1}{4}$;

б) 0,5 и 5;

в) -7 и 7.

1.102. Запишите число, обратное числу:

а) 6;

б) $\frac{1}{7}$;

в) 0,2;

г) $2\frac{5}{6}$.

1.103. Найдите значение выражения $a - b$ при:

а) $a = 6$; $b = 13$;

б) $a = -5$; $b = 12$;

в) $a = -4$; $b = -10$;

г) $a = 8$; $b = -5$.