


ВЫРАЖЕНИЯ И ИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

§ 4. Числовые выражения и выражения с переменными

-  **2.1.** Найдите: а) сумму чисел 12 и $3\frac{1}{6}$; б) разность чисел $4\frac{1}{5}$ и 6,9; в) произведение чисел $-14,5$ и $\frac{8}{29}$; г) частное чисел $9\frac{3}{17}$ и 3.



Числовые выражения

Рассмотрим задачи. 1) Школьники в новом парке 4 дня сажали по 75 деревьев ежедневно, а 3 дня — по 80 деревьев. Сколько всего деревьев посадили школьники за эти дни? Решение этой задачи приводит к выражению $75 \cdot 4 + 80 \cdot 3$.

2) Автобус шел 3 ч со скоростью $56 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а потом, чтобы уложиться в расписание, оставшиеся 4 ч двигался, увеличив скорость на $6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Какова протяженность автобусного маршрута? Для решения этой задачи можно составить выражение $56 \cdot 3 + (56 + 6) \cdot 4$.

При решении различных задач получают выражения, содержащие числа, знаки действий, скобки. Такие выражения называют **числовыми**.

Числовое выражение — это запись, составленная из чисел, знаков действий и скобок.

Числовые выражения содержат:

- числа;
- знаки действий;
- скобки

Если в числовом выражении выполнить действия, то получится число, которое называется **значением**

числового выражения. Например: $75 \cdot 4 + 80 \cdot 3 = 540$; 540 — значение числового выражения $75 \cdot 4 + 80 \cdot 3$. Число 416 — значение числового выражения $56 \cdot 3 + (56 + 6) \cdot 4$, поскольку $56 \cdot 3 + (56 + 6) \cdot 4 = 416$.

Определение

Значение числового выражения — это число, полученное в результате выполнения указанных в выражении действий.

Выражения с переменными

Рассмотрим задачу. Один килограмм груш стоит 5 р., а килограмм яблок — y р. Чему равна стоимость двух килограммов груш и трех килограммов яблок вместе? Для решения задачи составим выражение $2 \cdot 5 + 3 \cdot y$. Это выражение называется **выражением с переменной**.

Выражение с переменными — это запись, содержащая числа, знаки действий, скобки, переменные, обозначенные буквами.

Если в выражение с переменными вместо переменных подставить их значения — числа, то получится числовое выражение. Его значение называется **значением выражения с переменными** при данных значениях переменных.

Выражения с переменными содержат:

- числа;
- знаки действий;
- скобки;
- переменные, обозначенные буквами

Пример 1. Найдите значение выражения

$$1050 - m : 7 \text{ при } m = 105.$$

Решение. Если $m = 105$, то $1050 - m : 7 = 1050 - 105 : 7 = 1050 - 15 = 1035$. Число 1035 — значение данного выражения при $m = 105$.

Область определения выражения с переменными

Если в выражение с переменной $105 - 20 : (x - 3)$ вместо x подставить какое-либо число (например, 2), то получится значение этого выражения при $x = 2$, оно равно 125. А вот подстановка числа 3 приведет к выражению $105 - 20 : 0$, которое не имеет смысла. Говорят, что число 3 не входит в **область определения** данного выражения с переменной.

Определение

Областью определения выражения с переменными называют все значения переменных, при которых выражение имеет смысл.

Чтобы найти область определения выражения с переменными, нужно:

1) установить порядок действий в выражении с переменными;

2) записать область определения:

- если в выражении нет действия деления на выражения с переменными, то область определения — все числа;

- если в выражении есть действие деления на выражения с переменными, то нужно исключить те значения переменных, при которых деление не имеет смысла.


Пример 2. Найдите область определения выражения $(4 + x) \cdot 3x^3 + 2$.

Решение. Значение этого выражения можно найти при любом значении переменной x , так как все дей-

ствия в этом выражении: сложение, умножение, возведение в степень с натуральным показателем — выполняются для любого значения переменной. Область определения этого выражения — все числа.

Пример 3. Найдите область определения выражения $(4 + x) : (2 - x)$.

Решение. Чтобы выражение имело смысл при некотором значении переменной, т. е. чтобы можно было найти значение выражения, можно подставить вместо x любое число, кроме числа 2, так как подстановка числа 2 приводит к выражению $6 : 0$, которое не имеет смысла. При всех остальных значениях переменной выражение имеет смысл. Значит, область определения выражения $(4 + x) : (2 - x)$ — это все числа, кроме 2.

 Числовые выражения	
<p>1. Найдите значение выражения:</p> <p>а) $(1,27 + 3,74) \cdot 2,43 - 1,53 : (3,72 - 1,92)$;</p> <p>б) $\frac{5}{6} - 4\frac{1}{3} : \left(5 - 1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\right)$.</p>	<p>а) $(1,27 + 3,74) \cdot 2,43 - 1,53 : (3,72 - 1,92) = 5,01 \cdot 2,43 - 1,53 : 1,8 = 12,1743 - 0,85 = 11,3243$;</p> <p>б) $\frac{5}{6} - 4\frac{1}{3} : \left(5 - 1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\right) = \frac{5}{6} - 4\frac{1}{3} : (5 - 1) = \frac{5}{6} - 4\frac{1}{3} : 4 = \frac{5}{6} - 1\frac{1}{12} = -\frac{1}{4}$.</p>
Выражения с переменными	
<p>2. Найдите значение выражения $2a^2 - a : b^2 - 3$ при:</p> <p>а) $a = 4, b = -2$;</p> <p>б) $a = -3, b = 1$.</p>	<p>а) $2a^2 - a : b^2 - 3 = 2 \cdot 16 - 4 : (-2)^2 - 3 = 32 - 4 : 4 - 3 = 32 - 1 - 3 = 28$;</p> <p>б) $2a^2 - a : b^2 - 3 = 2 \cdot 9 - (-3) : 1 - 3 = 18$.</p>

Область определения выражения с переменными

3. Найдите область определения выражения:

а) $b^2 - b : (b - 3)$;

б) $b^2 - b \cdot (b - 3)$.

а) Так как в выражении $b^2 - b : (b - 3)$ выполняется действие деления на $(b - 3)$, то областью определения данного выражения будут все числа, кроме числа 3, поскольку $(b - 3)$ не может быть равным нулю.

б) Так как в выражении $b^2 - b \cdot (b - 3)$ нет действия деления на выражения с переменными, то область его определения — все числа.



1. Может ли числовое выражение содержать: а) только числа и знаки действий; б) только числа и скобки; в) только скобки и знаки действий; г) только числа?

2. Может ли выражение с переменными содержать: а) только числа и переменные; б) только переменные и скобки; в) только переменные и знаки действий; г) только переменные?

3. Найдите ошибку в утверждении: «Если выражение с переменной содержит действие деления, то его область определения — не все числа».



2.2. Найдите значение выражения:

а) $4 : \left(5\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3}\right)$;

б) $\left(-8\frac{1}{12} + 6\frac{1}{4}\right) \cdot 3$;

в) $\frac{3}{7} \cdot \left(-4\frac{2}{3}\right) : \left(-\frac{1}{2}\right)$;

г) $\left(3\frac{2}{3} - 1\frac{2}{7} \cdot 5\frac{4}{9}\right) : (-2,5)$.

2.3. Найдите значение выражения:

а) $-12,3 + 8,5 - 1,9$;

б) $-0,636 : 0,6 + 0,6 \cdot 0,1$.

2.4. Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

а) $127 : \frac{1}{3}$ и $127 \cdot \frac{1}{3}$;

б) $5,67 \cdot (-1)$ и $5,67 : (-1)$;

в) $-5^4 \cdot 3$ и $(-5)^4 \cdot 3$;

г) $0,3 : 0,2$ и $0,3 \cdot 0,2$.

2.5. Установите порядок действий и найдите значение выражения:

а) $0,6 \cdot \frac{5}{6} + \left(2\frac{2}{15} - 3\frac{5}{9}\right) : 9,6$;

б) $\left(-1\frac{2}{3} + \left(-1\frac{1}{3}\right)^2\right) \cdot \left(-\frac{3}{11}\right)$.

2.6. Придумайте пример числового выражения, содержащего четыре различных арифметических действия, значение которого равно 10.

2.7. Составьте выражение для решения задачи:

а) Ширина прямоугольного участка земли 10 м, а длина — x м. Найдите длину забора, которым огорожен участок.

б) Школьник вышел из дома в школу и двигался со скоростью $50 \frac{\text{м}}{\text{мин}}$. По пути он остановился и 2 мин подождал друга, с которым они вместе продолжили путь с той же скоростью. Вся дорога заняла t мин. Как далеко находится дом от школы?

в) Число 18 меньше искомого числа на a десятков. Чему равно искомое число?

2.8. Придумайте задачу, для решения которой нужно составить выражение:

а) $3 \cdot 10 + 4 \cdot a$; б) $8 \cdot x - 12$.

2.9. Прочитайте выражение:

а) $a \cdot b$; б) $2 \cdot (x - y)$;

в) $(a + b) : 5$; г) $(n - m)^2$.

2.10. Запишите в виде выражения с переменными:

а) полусумма чисел 8 и a ; б) произведение числа 12 и разности чисел a и b ; в) разность квадратов чисел a и b . Придумайте три других выражения с двумя переменными и прочитайте их.

2.11. Запишите сумму, разность, произведение и частное выражений с переменными $(c + b)$ и $(a - d)$.

2.12. Найдите значение выражения:

- а) $7a + 1$ при $a = 4$; $a = 0$; $a = -3$;
 б) $15 - 2b$ при $b = 6$; $b = -0,5$; $b = 7,5$.

Могут ли среди значений данных выражений оказаться равные?

2.13. Найдите значение выражения $x - y$, если:

- а) $x = 0$, $y = -1,8$; б) $x = -8$, $y = \frac{1}{3}$.

Может ли значение данного выражения быть равным нулю?

2.14. Найдите значение выражения $0,25m - n^2$ при:

- а) $m = 8$, $n = -5$; б) $m = 10$, $n = \frac{1}{2}$.

При каких не равных между собой m и n значение данного выражения равно нулю?

2.15. Сравните значения выражений $3x - 7(x + 2)$ и $(3x - 7)x + 2$ при $x = -1$.

2.16. Найдите значения выражений $0,4x$; $-x^2$ и $0,9 : x$ при $x = -0,3$ и расположите полученные значения в порядке убывания.

2.17. Из данных числовых выражений выберите выражение, не имеющее смысла:

- а) $\left(\frac{1}{2} - 0,5\right)^2$; б) $(-7) : \left(0,75 - \frac{3}{4}\right)$; в) $(-3)^0 + 3$.

2.18. Найдите область определения выражения:

- а) $x^2 - 2x + 6$; б) $(x - 8) : 3$; в) $12 : (x - 4)$.

2.19. Выясните, существует ли значение переменной, при котором выражение не имеет смысла:

- а) $2x : (x - 6)$; б) $3 - 8 : x$; в) $(x - 7) : (2x + 8)$.

Если существует, то найдите его.

2.20. Придумайте пример выражения с переменной, областью определения которого являются: а) все числа; б) все числа, кроме -5 .

2.21. Найдите по три пары значений переменных, при которых не имеет смысла выражение:

а) $8 : (a - b)$; б) $(12a + b) : (a + 3b)$.

2.22*. Можно ли найти значение выражения $(b - a) : 2$, если $a - b = -5$? Если можно, то найдите его.

2.23*. Найдите область определения выражения:

а) $(x - 4) : (x + 2) - 7 : x$;
б) $2x^2 - x : (2x - 1) + 1 : (4 - x)$.

2.24*. Приведите пример выражения с двумя переменными, областью определения которого являются все числа, кроме противоположных значений переменных.



2.25. Установите порядок действий и найдите значение выражения:

а) $6 \cdot \left(7\frac{4}{9} - 8\frac{5}{18}\right)$; б) $-\frac{3}{4} \cdot \left(-1\frac{1}{15}\right) : (-4)$;
в) $\left(-\frac{3}{16}\right) \cdot \left(-2\frac{2}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)$; г) $\left(2\frac{5}{6} - 3,8 \cdot 1\frac{1}{9}\right) : \left(-3\frac{3}{4}\right)$.

2.26. Найдите значение выражения:

а) $-16,2 + 9,5 - 3,4$; б) $-7,14 : 0,7 + 120 \cdot 0,01$.

2.27. Придумайте пример числового выражения, содержащего четыре различных арифметических действия, значение которого равно 1.

2.28. Составьте выражение для решения задачи:

а) Две стороны треугольника равны 5 см и 8 см, а третья сторона — x см. Найдите периметр треугольника.

б) Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля. Скорость первого автомобиля — $80 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а второго — $90 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Протяженность дороги между городами s км. Через какое время автомобили встретятся?

2.29. Придумайте задачу, для решения которой нужно составить выражение $5 \cdot b - 2 \cdot 7$.

2.30. Запишите в виде выражения с переменными:

- а) утроенная разность чисел 7 и a ;
 б) частное от деления суммы чисел a и b на число 15;
 в) квадрат суммы чисел a и b .

2.31. Найдите значение выражения $8x - 3$ при $x = 2$; $x = 0$; $x = -1$.

2.32. Найдите значение выражения $2a + b$ при:

- а) $a = 0,1$, $b = -\frac{1}{7}$; б) $a = -1,5$, $b = -3$.

Подберите две пары не равных между собой значений переменных, при которых значение данного выражения равно нулю.

2.33. Найдите значение выражения $m^3 - 0,3n$ при:

- а) $m = -2$, $n = 2,5$; б) $m = 10$, $n = -10$.

2.34. Сравните значения выражений $2a(a - 1)$ и $2a - (a - 1)$ при $a = -4$.

2.35. Найдите значения выражений $0,7a$; $-a^2$ и $0,8 : a$ при $a = -0,4$ и расположите полученные значения в порядке возрастания.

2.36. Найдите область определения выражения:

- а) $8x - x^3 + 2$; б) $(5 + x) : 9$; в) $(x - 4) : (x + 7)$.

2.37. Найдите, при каких значениях переменной выражение не имеет смысла:

- а) $(2x + 5) : (x - 3)$; б) $6 : x + 12$; в) $(x + 1) : (2x + 5)$.

2.38. Придумайте пример выражения с переменной, областью определения которого являются: а) все числа, кроме 7,4; б) все числа, кроме -8 .

2.39*. Известно, что $x - y = 2$. Найдите значение выражения $(y - x)^3$.



2.40. Число 204 представьте в виде суммы трех слагаемых m , n и k так, чтобы $m : n : k = 3 : 5 : 4$.

2.41. Решите уравнение $(x - 0,3) \cdot 3,8 = 0,38$.

2.42. Услугами двух сотовых операторов пользовалось одинаковое число абонентов. Через год число абонентов первого оператора увеличилось на 100%, а второго — в 2 раза. У какого сотового оператора абонентов стало больше?

§ 5. Тождество

 **2.43.** Вычислите наиболее удобным способом:

а) $0,25 \cdot 2,56 \cdot 4$; б) $3,567 \cdot 0,3 - 0,567 \cdot 0,3$.

2.44. Сравните значения выражений $2(a - 3)$ и $2a - 6$ при: а) $a = 5$; б) $a = -1$; в) $a = 0$.

Тождественно равные выражения

Найдем значения выражений $7x + 2x$ и $9x$ при:

а) $x = -1$; б) $x = 0$; в) $x = \frac{1}{3}$.

Получим: а) $7x + 2x = 7 \cdot (-1) + 2 \cdot (-1) = -7 - 2 = -9$
и $9x = 9 \cdot (-1) = -9$;

б) $7x + 2x = 7 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 0$ и $9x = 9 \cdot 0 = 0$;

в) $7x + 2x = 7 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{3} + \frac{2}{3} = \frac{9}{3} = 3$

и $9x = 9 \cdot \frac{1}{3} = 3$.