

2.67. Были куплены четыре книги общей стоимостью 84 р., при этом стоимость первой книги составила 20 %, стоимость второй — 30 %, а стоимость третьей — 25 % от суммы потраченных денег. Верно ли, что за четвертую книгу заплатили не больше 19 р.?

§ 6. Одночлен

2.68. Вычислите: $2\frac{1}{3} \cdot (-15)$.

2.69. Упростите выражение $b^{12} \cdot b^3 \cdot b$.



Определение одночлена

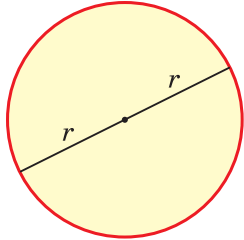


Рис. 3

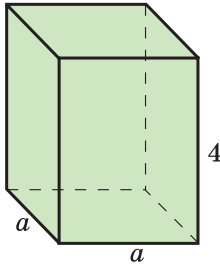


Рис. 4

Рассмотрим задачи. 1) Найдите площадь круга с диаметром d . Площадь круга вычисляется по формуле $S = \pi r^2$, где r — радиус круга (рис. 3). Так как радиус равен половине диаметра, то $\pi r^2 = \pi \left(\frac{1}{2}d\right)^2 = \frac{1}{4} \pi d^2$.

2) Запишите выражение для вычисления объема прямоугольного параллелепипеда, если его основание — квадрат со стороной a , а высота равна 4 см (рис. 4). Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания и высоты, т. е. $a^2 \cdot 4$, или $4a^2$.

При решении задач получаются выражения, которые содержат только произведение переменных, натуральных степеней переменных и чисел. Такие выражения называются **одночленами**.

Определение

Одночленом называется произведение чисел, переменных, натуральных степеней переменных.

Пример. Является ли одночленом выражение:

- а) $-2,9x^3$; б) $0,7 : x^2 + y$;
 в) $4x \cdot 2xy$; г) $12a^2x^4 - 3c^3y^7$?

Решение. Выражения в пунктах а), в) — одночлены, так как содержат только произведение чисел, переменных и их натуральных степеней. Выражения в пунктах б), г) не являются одночленами, так как содержат не только действие умножения, но и сложение, деление на выражение с переменной.

Одночлены:

$$2a^2b^3c; \quad \frac{2}{7}x^6y; \quad -3,5a^2; \\ 18; \quad m; \quad k^4$$



**Числа,
переменные,
натуральные степени
переменных являются
одночленами**

Стандартный вид одночлена. Коэффициент

Упростим одночлен $4x \cdot 2xy$, применив переместительный и сочетательный законы умножения и свойства степеней: $4x \cdot 2xy = 8x^2y$. Так же можно упростить одночлены $-5a^3x^43c^3 = -15a^3c^3x^4$ и $-2a^2y^2(-5a^3y^5) = 10a^5y^7$.

После упрощения в одночленах числовой множитель записан на первом месте, а остальные множители — это натуральные степени различных переменных. Такая запись одночлена называется **стандартным видом одночлена**.

Определение

Стандартным видом одночлена называется запись одночлена в виде произведения числового множителя, записанного на первом месте, и степеней переменных с разными основаниями. Числовой множитель, записанный на первом месте, называется **коэффициентом одночлена**.

**Одночлены
с коэффициентом 1**

$$a = \underline{1} \cdot a, mn^4 = \underline{1} \cdot mn^4$$

**Одночлены
с коэффициентом -1**

$$-x^2 = -\underline{1} \cdot x^2, -k^8p = -\underline{1} \cdot k^8p$$

Например, коэффициент одночлена $-15a^3x^4c^3$ равен -15 , а коэффициент одночлена $\frac{2}{7}x^3y$ равен $\frac{2}{7}$.

Степень одночлена

Рассмотрим одночлены $-3a^3$ и $5abc$. Первый одночлен содержит третью степень переменной a , говорят, что и сам одночлен имеет третью степень. Вторым одночленом содержит три различные переменные в первой степени; одночлен $5abc$ имеет третью степень.

Определение

Степенью одночлена с коэффициентом, отличным от нуля, называется сумма показателей степеней входящих в него переменных.

$5a^2b^3c$ — одночлен шестой степени;
 $5a^2$ — одночлен второй степени;
 $5a$ — одночлен первой степени;
 5 — одночлен нулевой степени

Если одночлен не содержит переменных, то его степень равна нулю. Например, одночлен $10a^5y^7$ имеет двенадцатую степень ($5 + 7$); одночлен $5xk^8$ имеет девятую степень ($1 + 8$); одночлен c имеет первую степень; одночлен 1024 имеет нулевую степень.



Определение одночлена

1. Является ли одночленом выражение:

а) $-2,8x^3$;

б) $-4x + 2y$;

а) $-2,8x^3$ — одночлен, так как содержит произведение числа $(-2,8)$ и натуральной степени переменной x ;

<p>в) $2y \cdot 5,1a$;</p> <p>г) $\frac{m^2}{3}$;</p> <p>д) $5k : p$?</p>	<p>б) выражение $-4x + 2y$ не является одночленом, так как содержит сумму $-4x$ и $2y$;</p> <p>в) $2y \cdot 5,1a$ — одночлен, так как содержит произведение чисел 2 и 5,1 и переменных y и a; г) $\frac{m^2}{3}$ — одночлен, так как содержит произведение числа $\frac{1}{3}$ и натуральной степени переменной m; д) выражение $5k : p$ не является одночленом, так как содержит деление на переменную p.</p>
--	---

Стандартный вид одночлена. Коэффициент

<p>2. Приведите одночлен к стандартному виду и назовите его коэффициент:</p> <p>а) $4x \cdot 2xy$;</p> <p>б) $-7xy^2x^2$;</p> <p>в) $-a^2y^2(-a^3y^5)$;</p> <p>г) $12a^2x^4(-3x^3y^7)$.</p>	<p>а) $4x \cdot 2xy = 4 \cdot 2 \cdot x^2y = 8x^2y$, коэффициент равен 8;</p> <p>б) $-7xy^2x^2 = -7x^3y^2$, коэффициент равен -7;</p> <p>в) $-a^2y^2(-a^3y^5) = (-1)(-1)a^5y^7 = 1 \cdot a^5y^7 = a^5y^7$, коэффициент равен 1;</p> <p>г) $12a^2x^4(-3x^3y^7) = -36a^2x^7y^7$, коэффициент равен -36.</p>
---	---

Степень одночлена

<p>3. Приведите одночлен к стандартному виду и укажите его степень:</p> <p>а) $x \cdot 2y^2$;</p> <p>б) $-4xx^5$;</p> <p>в) $x \cdot 5^2$.</p>	<p>а) $x \cdot 2y^2 = 2xy^2$, степень одночлена равна трем (одночлен третьей степени);</p> <p>б) $-4xx^5 = -4x^6$, степень одночлена равна шести (одночлен шестой степени);</p> <p>в) $x \cdot 5^2 = 25x$, степень одночлена равна одному (одночлен первой степени).</p>
---	---

- ?** 1. Может ли одночлен содержать: а) только произведение переменных и степеней переменных; б) только произведение чисел и переменных; в) только произведение степеней переменных; г) только число?
2. Может ли коэффициент одночлена быть равным: а) 1; б) -1 ; в) самому одночлену?
3. Найдите ошибку в утверждении: «Стандартным видом одночлена называется запись одночлена в виде произведения числового множителя, записанного на первом месте, и степеней переменных».



2.70. Среди выражений выберите одночлены:

- а) $4,5a^7$; б) $x^3 + y$; в) -12 ; г) $5a^4b - 1$.

2.71. Выберите выражение, не являющееся одночленом:

- а) $aaab^8$; б) $\frac{xy}{5}$; в) k^2 ; г) $a : b^2$.

2.72. Какой из данных одночленов имеет стандартный вид:

- а) $1,4a \cdot 5bc$; б) $7aabc$; в) $7a^2bc$?

Приведите примеры одночленов стандартного вида.

2.73. Приведите одночлен к стандартному виду и назовите его коэффициент:

- а) $3a^7a^2$; б) $0,25x^2y \cdot 4y$;
 в) $-2a^3(-a^2)ab$; г) $0,1m^6n \cdot 65m^7n^2$;
 д) $-\frac{5}{7}x^5 \cdot 1,4xy^2$; е) $-a^3b^2c(-ab)$.

2.74. Определите степень одночлена:

- а) $10x^9y^2$; б) ab^2c^3 ; в) 27 ;
 г) $-8y^6$; д) $\frac{7}{9}m^5n$; е) x .

2.75. Есть ли среди данных одночленов такие, степень которых равна 5:

- а) $5a^4$; б) $2a^2b^3$; в) $-4a^5b$;
 г) $7abcdn$; д) $-\frac{1}{3}x^2y^3$; е) m^5n^5 ?

2.76. Представьте выражение $3xy\left(-\frac{1}{4}x^2yz\right)$ в виде одночлена стандартного вида. Назовите коэффициент и степень полученного одночлена.

2.77. Придумайте три одночлена стандартного вида, у каждого из которых коэффициент равен 5, а степень 8.

2.78. Какие действия необходимо выполнить, чтобы привести одночлен к стандартному виду? Приведите одночлен к стандартному виду:

- а) $2a^6(-0,5a^2)$; б) $-xy \cdot 2y^2x^4$;
в) $-12a\left(-\frac{5}{6}ba^2\right)$; г) $\frac{3}{7}xy^2(-0,7x^5y)$.

Назовите коэффициент и степень каждого из полученных одночленов.

2.79. Запишите выражение в виде одночлена стандартного вида:

- а) произведение a и квадрата b ; б) произведение куба a и утроенного b ; в) произведение квадрата a и куба b ; г) удвоенное произведение квадрата a и квадрата b .

2.80. Найдите значение одночлена $\frac{1}{2}x^4$ при $x = -10$. Может ли значение этого одночлена быть равным 0; -8 ; 8?

2.81. Представьте одночлен в стандартном виде и найдите его значение:

- а) $xa\frac{1}{2}a$ при $a = -1$, $x = 24$;
б) $\frac{1}{3}a4b^20,75ba^3$ при $a = -2$, $b = 0,5$.

2.82*. Представьте одночлен $45x^7y^{12}$ в виде произведения трех каких-либо одночленов стандартного вида, степень каждого из которых больше 2.



2.83. Выберите выражение, не являющееся одночленом:

- а) $2a^2 - bc$; б) 1; в) $8x^2y$; г) a^4 .

2.84. Приведите одночлен к стандартному виду и назовите его коэффициент:

- а) $8xx^9$; б) $0,5ab \cdot 2c$;
в) $-3b^4(-b^2)b$; г) $0,2m^8n(-5m^2n^4)$.

2.85. Выберите одночлены, степень которых равна 7:

- а) $7a^5$; б) $22b^7$; в) $-6c^3d^4$; г) n^7k^7 .

2.86. Приведите одночлен к стандартному виду:

- а) $-4b \cdot 0,25b^2$; б) $-5a^2b(-b^7a^3)$;
в) $27x^4y^2\left(-\frac{2}{9}y\right)$; г) $-m^8n^7(-mn)$.

Назовите коэффициент и степень результата.

2.87. Запишите выражение в виде одночлена стандартного вида: а) произведение n и куба m ; б) произведение квадрата n и удвоенного m ; в) утроенное произведение куба n и квадрата m .

2.88. Представьте одночлен $\frac{1}{7}xy^3 \cdot 1,4x^2$ в стандартном виде и найдите его значение при $x = -2$, $y = 0,5$.

2.89*. Представьте одночлен a^4b^9c в виде произведения двух каких-либо одночленов стандартного вида, коэффициенты которых являются взаимно обратными числами.



2.90. Сравните значения выражений $9,54 : 1,8$ и $17,141 - 11,841$.

2.91. Расстояние между городами A и B равно 120 км. Если поезд из города A в город B будет идти

со скоростью $60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, то он прибудет в город B точно по расписанию. а) На сколько минут опоздает поезд, если он будет идти со скоростью $48 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$? б) С какой скоростью должен двигаться поезд, чтобы прибыть в город B на 20 мин раньше запланированного времени?

§ 7. Действия с одночленами

 **2.92.** Выполните действия:

а) $0,5 \cdot 0,3$;

б) $12 : (-0,4)$;


в) $-1,2 - 0,12$;

г) $-3,8 + 8,9$.

2.93. Упростите выражение:

а) $m^7 \cdot m^4$;

б) $k^{12} : k^{11}$.

 Рассмотрим задачу. Для оформления садовой дорожки нужно $3k$ штук квадратной плитки со стороной b (рис. 5). Какова площадь дорожки? Для решения этой задачи нужно одночлен $3k$ умножить на одночлен b^2 .

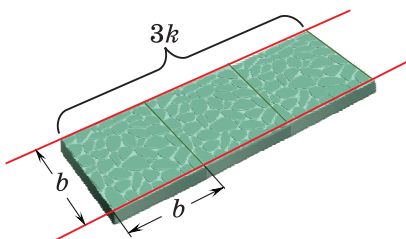


Рис. 5

Так же как и числа, одночлены можно умножать, делить, возводить в степень.

Умножение одночленов

Чтобы умножить одночлены, нужно найти произведение:

- 1) коэффициентов одночленов;
- 2) степеней с одинаковыми основаниями;
- 3) остальных переменных и степеней переменных.