

со скоростью $60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, то он прибудет в город B точно по расписанию. а) На сколько минут опоздает поезд, если он будет идти со скоростью $48 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$? б) С какой скоростью должен двигаться поезд, чтобы прибыть в город B на 20 мин раньше запланированного времени?

§ 7. Действия с одночленами

 **2.92.** Выполните действия:

а) $0,5 \cdot 0,3$;

б) $12 : (-0,4)$;


в) $-1,2 - 0,12$;

г) $-3,8 + 8,9$.

2.93. Упростите выражение:

а) $m^7 \cdot m^4$;

б) $k^{12} : k^{11}$.

 Рассмотрим задачу. Для оформления садовой дорожки нужно $3k$ штук квадратной плитки со стороной b (рис. 5). Какова площадь дорожки? Для решения этой задачи нужно одночлен $3k$ умножить на одночлен b^2 .

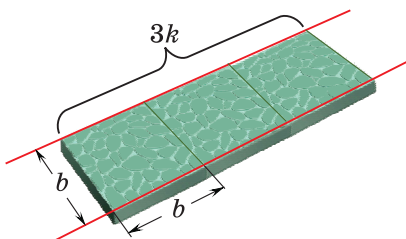


Рис. 5

Так же как и числа, одночлены можно умножать, делить, возводить в степень.

Умножение одночленов

Чтобы умножить одночлены, нужно найти произведение:


- 1) коэффициентов одночленов;
- 2) степеней с одинаковыми основаниями;
- 3) остальных переменных и степеней переменных.

Например:

$$\begin{aligned} \text{а) } 2x^2y \cdot (0,3x^3y^2) &= \\ &= (2 \cdot 0,3) \cdot (x^2 \cdot x^3) \cdot (y \cdot y^2) = \\ &= 0,6 \cdot x^5 \cdot y^3 = 0,6x^5y^3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } -0,25a^4b^6 \cdot (4a^3bc) &= \\ &= (-0,25 \cdot 4) \cdot (a^4 \cdot a^3) \cdot (b^6 \cdot b) \times \\ &\times c = -1 \cdot a^7 \cdot b^7 \cdot c = -a^7b^7c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3a^7b^5 \cdot (-4a^2b^3) &= \\ 3 \cdot (-4) &= -12 \quad a^7 \cdot a^2 = a^9 \quad b^5 \cdot b^3 = b^8 \\ &= -12a^9b^8 \end{aligned}$$

 Умножение одночленов является тождественным преобразованием. Результатом этого преобразования является одночлен.

Деление одночленов

Чтобы разделить один одночлен на другой, нужно:

1) разделить коэффициенты одночленов и записать частное коэффициентом результата деления;

2) разделить степени с одинаковыми основаниями и записать их множителями в результат деления.

$$\begin{aligned} -12a^9b^8 : (4a^5b^7) &= \\ -12 : 4 &= -3 \quad a^9 : a^5 = a^4 \quad b^8 : b^7 = b \\ &= -3a^4b \end{aligned}$$

Например:

$$\begin{aligned} \text{а) } 15x^4y^3 : (-3xy^2) &= \\ &= (15 : (-3)) \cdot (x^4 : x) \cdot (y^3 : y^2) = -5 \cdot x^3 \cdot y = -5x^3y; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } -1,2a^8b^3c : (0,2a^5b^3) &= \\ &= (-1,2 : 0,2) \cdot (a^8 : a^5) \cdot (b^3 : b^3) \cdot c = -6a^3c. \end{aligned}$$

 Результат деления одночленов может:

а) являться одночленом, например,

$$(2a^3b^4) : (a^2b) = 2ab^3;$$

б) не являться одночленом, например,

$$(2a^3b^4) : (a^8b^5) = 2a^{-5}b^{-1}.$$

Возведение одночлена в степень

Для возведения одночлена в натуральную степень необходимо воспользоваться свойством степени произведения и свойством степени степени.

Чтобы возвести одночлен в степень, нужно:

1) возвести в эту степень каждый множитель одночлена;

2) результаты перемножить.


Например:

$$а) (0,1a^6b^3)^2 = (0,1)^2 \cdot (a^6)^2 \cdot (b^3)^2 = 0,01 \cdot a^{12} \cdot b^6 = 0,01a^{12}b^6;$$

$$б) (-x^4y^2z)^3 = (-1)^3 \cdot (x^4)^3 \cdot (y^2)^3 \cdot z^3 = -1 \cdot x^{12} \cdot y^6 \cdot z^3 = -x^{12}y^6z^3.$$

$$(-4a^4b^2)^3 = (-4)^3 = -64 \quad (a^4)^3 = a^{12} \quad (b^2)^3 = b^6$$

$$= -64a^{12}b^6$$

 **Возведение одночлена в натуральную степень является тождественным преобразованием. Результатом этого преобразования является одночлен.**

Подобные одночлены

Рассмотрим одночлены $3x^3y$ и $5x^3y$. В их записи переменные и их степени одни и те же. Такие одночлены называются **подобными**. Коэффициенты подобных одночленов могут быть равными, а могут отличаться друг от друга.

Определение

Подобными называются одночлены, которые имеют одинаковую часть, содержащую степени и переменные.

Подобные одночлены

$$5a^4b^3 \quad \text{и} \quad -4a^4b^3,$$

$$-m^4n^2k \quad \text{и} \quad m^4n^2k,$$

$$15x^2y \quad \text{и} \quad x^2y$$

Например, подобными являются одночлены $-8x^2y^4z$ и $6x^2y^4z$, так как в их записи переменные и их степени одни и те же.

Сложение одночленов

$$2a^3b^2 + 7a^3b^2 =$$

$$2 + 7 = 9$$

$$= 9a^3b^2$$

Складывать и вычитать можно только подобные одночлены.

При сложении подобных одночленов используется распределительный закон умножения: складываются коэффициенты

одночленов, а степени переменных и переменные не изменяются.


Например: а) $-5x^4y + 8x^4y = (-5 + 8)x^4y = 3x^4y$;

б) $10b^2c^3 - 7b^2c^3 - 4b^2c^3 = (10 - 7 - 4)b^2c^3 = (-1)b^2c^3 = -b^2c^3$;

в) $5xy - 2xy - 3xy = (5 - 2 - 3)xy = 0 \cdot xy = 0$.



Сложение одночленов является тождественным преобразованием. Результатом этого преобразования является одночлен.

 Умножение одночленов	
1. Выполните умножение одночленов $-2a^2y^2c \cdot (-5a^3y^5d)$.	Найдем произведение: 1) коэффициентов одночленов: $-2 \cdot (-5) = 10$; 2) степеней с одинаковыми основаниями: $a^2 \cdot a^3 = a^5$ и $y^2 \cdot y^5 = y^7$; 3) остальных переменных и степеней переменных: $c \cdot d = cd$. Таким образом, $-2a^2y^2c \cdot (-5a^3y^5d) = 10a^5cdy^7$.
Деление одночленов	
2. Выполните деление одночленов $100a^5y^7 : (4a^2y^6)$.	1) Выполним деление коэффициентов одночленов и запишем частное коэффициентом результата деления: $100 : 4 = 25$. 2) Разделим степени с одинаковыми основаниями $a^5 : a^2 = a^3$, $y^7 : y^6 = y$, запишем их множителями в результат деления: $100a^5y^7 : (4a^2y^6) = 25a^3y$.

Возведение одночлена в степень	
3. Выполните возведение одночлена в степень $(5x^3y^2)^3$.	1) Возведем в третью степень каждый множитель: $5^3 = 125$; $(x^3)^3 = x^9$; $(y^2)^3 = y^6$. 2) Результаты перемножим: $(5x^3y^2)^3 = 125x^9y^6$.
Подобные одночлены	
4. Являются ли подобными одночлены: а) $6x^5y^4$ и $-16x^5y^4$; б) $0,4xy^2$ и $-1,6x^2y$; в) $1,4x^2y^2$ и $-1,6a^2b^2$?	а) Одночлены $6x^5y^4$ и $-16x^5y^4$ отличаются только коэффициентами, они подобны; б) одночлены $0,4xy^2$ и $-1,6x^2y$ отличаются степенями переменных, они не являются подобными; в) одночлены $1,4x^2y^2$ и $-1,6a^2b^2$ отличаются переменными, они не являются подобными.
Сложение одночленов	
5. Выполните сложение подобных одночленов $1,4m^2n^3 - 1,6m^2n^3$.	Сложим коэффициенты одночленов ($1,4 - 1,6 = -0,2$), а степени переменных оставим без изменения: $1,4m^2n^3 - 1,6m^2n^3 = -0,2m^2n^3$.

- ❓ 1. Верно ли, что коэффициент произведения одночленов равен произведению коэффициентов множителей?
2. Верно ли, что коэффициент суммы подобных одночленов равен сумме коэффициентов слагаемых?
3. Может ли коэффициент суммы подобных одночленов быть равен нулю?



2.94. Выполните умножение одночленов:

- а) $a^4b \cdot a^2$; б) $3xy^4 \cdot x^6$;
в) $5ac^8 \cdot 2a^6cd$; г) $-6a^2b^4cd^2 \cdot \frac{1}{2}abc$.

2.95. Найдите одночлен, равный произведению одночленов:

- а) $-4b^4 \cdot 7ab$; б) $25xy(-4xy^2)$;
 в) $(-c^6) \cdot a^6c$; г) $(-8m^4n^5)(-0,25m^4n^2)$.

2.96. Найдите произведение одночленов:

- а) $\frac{2}{3}a^4b^3$ и $0,75a^4bc^2$; б) $-\frac{3}{7}x^5y^2z$ и $1,4xy^2z^6$;
 в) $-a^2b^7$ и a^3c^4 ; г) $0,2m^4n$ и $5mnk$.

Найдите коэффициент полученного произведения.

2.97. Выполните умножение одночленов:

- а) $mn^4 \cdot (-m^7n^2) \cdot (-m^4n)$; б) $(-5a^2b) \cdot 2c \cdot (-0,1abc)$;
 в) $(-2\frac{1}{3}x^2) \cdot (-18xy) \cdot (-\frac{1}{2}y^3)$.

2.98. Выполните умножение одночленов и найдите значение полученного выражения:

- а) $\frac{5}{18}x^2 \cdot 3x^2y$ при $x = -3$, $y = -\frac{1}{6}$;
 б) $(-x^2y) \cdot (-y^2) \cdot (-xy)$ при $x = -2$, $y = \frac{1}{3}$.

2.99. Триema различными способами представьте одночлен $0,24a^8b^4c$ в виде произведения двух одночленов стандартного вида, степень каждого из которых больше 3.

2.100. Можно ли представить одночлен $-15x^5y^7z^9$ в виде произведения трех одночленов стандартного вида с отрицательными коэффициентами?

2.101. Какие действия нужно выполнить, чтобы разделить одночлен на одночлен? Выполните необходимые действия и преобразуйте в одночлен стандартного вида:

- а) $15x^8y^6 : (3x^2y^3)$; б) $36a^4b^3c^5 : (-9a^2bc^4)$;
 в) $-21m^9n^5k : (-7m^4k)$; г) $4a^3b^2c : (-8ab)$.

Назовите степень полученного результата деления.

2.102. Найдите одночлен, равный частному одночленов:

а) $-0,4a^4x^3y^2$ и $-0,5a^3xy^2$;

б) $m^3n^5k^2$ и $-m^2nk$.

2.103. Замените A одночленом так, чтобы полученное равенство стало тождеством:

а) $4a^3b \cdot A = 12a^5b^3$;

б) $4x^7y^2 \cdot A = -32x^8y^3z$.

2.104. Выполните деление одночленов:

а) $16a^5b^3c^2 : (-0,4a^3bc)$;

б) $-x^8y^{12}z^4 : \left(-\frac{8}{9}x^5y^9\right)$.

2.105. Выполните деление одночленов

$-2a^7x^5y^3 : \left(-\frac{1}{3}a^5x^4y^3\right)$ и найдите значение полученного выражения при $a = -\frac{1}{2}$, $x = 10$, $y = -\frac{5}{7}$.

2.106. Прочитайте выражение и возведите одночлен в степень:

а) $(2b)^4$;

б) $(4a^3)^2$;

в) $(-2x^2y)^3$;

г) $(-a^2bc)^4$.

2.107. Возведите одночлен: а) $\frac{1}{2}xy^2$ в квадрат;

б) $-0,1a^5b^2$ в куб; в) $-\frac{1}{3}m^4n^8k$ в четвертую степень;

г) $-a^4b^3c$ в девятую степень.

2.108. Можно ли представить в виде квадрата одночлена выражение:

а) $m^{10}n^2$;

б) $9c^8b^8$;

в) $\frac{1}{25}a^6b^4$;

г) $0,49x^{12}y^8z^2$;

д) $25m^2n^3$?

Представьте, если возможно.

2.109. Представьте в виде куба одночлена выражение:

а) $8x^3$;

б) $-a^6b^9$;

в) $\frac{1}{27}m^3n^{12}$;

г) $-125x^{12}y^9z^{15}$.

2.110. Выполните возведение одночлена в степень:

- а) $(-a^2b^3c^4)^5$; б) $(-3x^8y^5z^2)^2$;
 в) $(-0,5x^3y^4z)^6$; г) $\left(-1\frac{1}{3}m^5n^4k^2\right)^3$.

Определите коэффициент результата.

2.111. Упростите выражение:

- а) $-6a^5 \cdot (-ab^2)^4$; б) $(-2x^3y^3)^4 : (4xy^8)$;
 в) $(-0,4x^3y^4)^2 \cdot \left(\frac{1}{8}x^4y\right)$; г) $\left(\frac{1}{27}a^{12}b^9c\right) : \left(-\frac{1}{3}a^3b^2\right)^3$.

Определите степень результата.

2.112. Выберите пары подобных одночленов:

- а) $2a$ и $-3a$; б) $-1,5x^2$ и $-1,5x$;
 в) $8b^4$ и $8c^4$; г) a^2b и $-3a^2b$.

2.113. Разбейте следующие одночлены на группы подобных одночленов:

- а) $4m$; б) $-5n^4$; в) $2mn^4$; г) $2m^4$;
 д) $-5mn^4$; е) m^4 ; ж) $-m$; з) mn^4 ;
 и) n^4 ; к) $\frac{1}{3}m$; л) $2m^4n$; м) $-mn^4$.

Для каждой группы придумайте еще по два подобных одночлена.

2.114. Придумайте по три одночлена, подобных одночлену:

- а) x^2 ; б) $-\frac{1}{2}a^4b$; в) $-b^8c^4d$.

2.115. Запишите одночлен, подобный одночлену $3mn^6k^2$, коэффициент которого:

- а) противоположен коэффициенту данного одночлена; б) в два раза больше коэффициента данного одночлена; в) в три раза меньше коэффициента данного одночлена.

2.116. Выполните сложение подобных одночленов:

- | | |
|-------------------------------|------------------------------------|
| а) $2y + 7y$; | б) $6b + 2b + b$; |
| в) $-3x^2 + 5x^2$; | г) $7y^4 + y^4 + 5y^4$; |
| д) $8a^2b + 5a^2b - 12a^2b$; | е) $-n^4m^2 - 3n^4m^2 + 4n^4m^2$. |

2.117. С помощью тождественных преобразований приведите выражение к одночлену стандартного вида:

- | | |
|------------------------|------------------------|
| а) $9a - 4a$; | б) $12x^2 - 19x^2$; |
| в) $-6b^3 - 2b^3$; | г) $-y^5 + 2y^5$; |
| д) $15ab^2 - 16ab^2$; | е) $-bc^7 - 9bc^7$; |
| ж) $-2ax^2 + 9ax^2$; | з) $7m^2nk - 3m^2nk$. |

2.118. Упростите выражение:

- а) $12a^2b - 5a^2b + 3a^2b$;
 б) $7x^3y^2 + 2x^3y^2 - 8x^3y^2$;
 в) $13m^5n^3 - m^5n^3 - 9m^5n^3$;
 г) $0,2a^6b^2 - 8,9a^6b^2 + 2a^6b^2$;
 д) $-0,1a^2bc - 0,4a^2bc - 0,5a^2bc$;
 е) $8,5xy - 7,5xy - xy$.

2.119. Приведите к стандартному виду одночлены $0,4a^2b \cdot 0,1bc^3 \cdot 20ac$ и $-3a^2 \cdot bc^4 \cdot 8ab$, найдите их сумму.

2.120. Представьте в виде одночленов стандартного вида выражения $7m^4 \cdot (-mn^2)^3$ и $(-3m^3n^5)^4 : \left(\frac{1}{2}m^5n^{14}\right)$.

Выполните сложение полученных одночленов.

2.121*. К сумме одночленов $3,82a^4y$ и $-2,04a^4y$ прибавьте сумму одночленов $7,04a^4y$ и $2,18a^4y$.



2.122. Выполните умножение одночленов:

- | | |
|---------------------------|------------------------------|
| а) $x^8 \cdot xy^2$; | б) $6ab^7 \cdot a$; |
| в) $7xy^9 \cdot 3x^6yz$; | г) $bcd \cdot (-3b^8c^3d)$. |

2.123. Найдите произведение одночленов:

- а) $-5xy^5$ и $2x$; б) $-0,25a^2b^2$ и $4ab$;
 в) mn^8 и $-n^2$; г) $-3a^8b^3$ и $-2\frac{1}{3}ab^2$.

2.124. Найдите одночлен, равный произведению одночленов, и назовите его коэффициент:

- а) $-a^2b \cdot (-a^4b^6) \cdot (-ab^8)$;
 б) $\left(-\frac{1}{4}xy^2\right) \cdot 1,2z \cdot (-3xyz)$.

2.125. Выполните умножение одночленов $-\frac{2}{7}mn$ и $\frac{7}{16}m^2$, найдите значение полученного выражения при $m = -2$, $n = 0,5$.

2.126. Если возможно, представьте одночлен $7,8m^7n^5k$ в виде произведения двух одночленов стандартного вида, степень каждого из которых больше 5.

2.127. Выполните деление одночленов:

- а) $42x^9y^7 : (7x^3y^4)$; б) $18a^5b^4c^3 : (-3a^3b^3c)$;
 в) $-45m^6n^5k^4 : (-5m^6n)$; г) $-8a^3b^2c : (-4a^2bc)$.

Определите степень полученного результата.

2.128. Найдите одночлен, равный частному одночленов:

- а) $-0,75a^5b^3c$ и $1,5a^2b^2c$; б) $-m^2n^4k$ и mnk .

2.129. Выполните деление одночленов $-m^3n^4k^2 : \left(-\frac{1}{7}m^2nk\right)$ и найдите значение полученного выражения при $n = -3$, $m = \frac{1}{9}$, $k = -2$.

2.130. Прочитайте выражение и возведите одночлен в степень:

- а) $(3a)^2$; б) $(2b^4)^3$; в) $(-4x^3y)^2$; г) $(-t^4n^3k)^3$.

2.131. Возведите одночлен: а) $0,2a^3b$ в куб; б) $-7x^7y^3$ в квадрат; в) $-m^3n^2k$ в седьмую степень.

2.132. Представьте в виде квадрата одночлена выражение:

а) x^2y^6 ; б) $36m^{12}n^8k^4$; в) $\frac{1}{9}a^2b^8$.

2.133. Выполните возведение одночлена в степень:

а) $(-3ax^3y^4)^3$; б) $\left(-2\frac{1}{3}x^5y^4z^3\right)^2$.

Определите степень результата.

2.134. Упростите выражение:

а) $(-a^8b^9) : \left(-\frac{1}{2}a^2b^3\right)^3$; б) $(-0,3x^2y^3)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}xy^4\right)$.

2.135. Придумайте одночлены, подобные одночлену:

а) y ; б) $3b^2$; в) $0,7x^2y$; г) $-\frac{1}{6}m^5nk$.

2.136. Выполните сложение подобных одночленов:

а) $3m + 7m$; б) $-2a + 5a - a$;
в) $8y^3 + 5y^3$; г) $-5b^7 + 3b^7 + b^7$.

2.137. Преобразуйте в одночлен стандартного вида:

а) $7b - 2b$; б) $3x^2y - 7x^2y$;
в) $-a^4b - 6a^4b$; г) $-b^3c^4 + 8b^3c^4$.

2.138. С помощью тождественных преобразований упростите выражение:

а) $2,3ab + 7,7ab - 11ab$; б) $-5x^2y - x^2y + 6x^2y$.

2.139. Представьте в виде одночленов стандартного вида выражения $(-a^4b)^3(-5ab)$ и $(-2a^5b^2)^3 : \left(-\frac{1}{3}ab\right)^2$.
Выполните сложение полученных одночленов.

2.140*. К сумме одночленов $4,64m^3n$ и $-9,02m^3n$ прибавьте сумму одночленов $2,02m^3n$ и $3,36m^3n$.



2.141. Найдите 25 % от 88.

2.142. Вычислите: $\left(2\frac{3}{4} - 0,25\right) \cdot 0,8 - 1\frac{2}{3} \cdot 1,8$.


2.143. Сколько минут в феврале в високосный год?

2.144. Отметьте на координатной плоскости вершины $A(-4; 2)$, $B(-4; 6)$ и $C(2; 6)$ прямоугольника $ABCD$. Найдите координаты вершины D .

2.145. Найдите значение выражения

$$\text{НОК}(18, 12) \cdot \text{НОД}(18, 12).$$

§ 8. Многочлен

 **2.146.** Найдите значение выражения:
а) $-10 + 12 - 3$; б) $-1,2 - 2,5 - 3,8$.

2.147. Приведите одночлен к стандартному виду:
а) $8a^4a^3a$; б) $-0,5x^3y2y$; в) $-9b^3(-b^2)bc$.



Определение многочлена

Рассмотрим задачу. Найдите объем трех хранилищ зерна, если одно из них есть куб с ребром a м, а два других — одинаковые прямоугольные параллелепипеды с измерениями m , n и k м. Объем куба равен a^3 м³, объем прямоугольного параллелепипеда — произведению mnk м³. Тогда объем трех хранилищ равен $(a^3 + 2mnk)$ м³.

При решении многих задач получаются выражения, которые имеют вид суммы одночленов. Такие выражения называются **многочленами**.

Определение

Многочленом называется сумма одночленов.

Рассмотрим многочлен $3x^3 - 2xy^2 + y - 2$. Он состоит из четырех одночленов: $3x^3$, $-2xy^2$, y и -2 . Их называют **членами многочлена**.

Двучлен — многочлен, содержащий два члена.

$$5x^2 - 2y^3 \text{ — двучлен}$$

Трехчлен — многочлен, содержащий три члена.

$$a^2 - ab + b^2 \text{ — трехчлен}$$