

3.61. В Беларуси около 9,35 млн жителей. Городское население составляет 78 % всех жителей, из них 18 % — дети до 16 лет. Сколько детей до 16 лет среди горожан?

3.62. Поезд должен проехать 1800 км за 24 ч. Оказалось, что 52 % пути он преодолел за 12 ч. Найдите, с какой скоростью ему надо двигаться дальше, чтобы прибыть в пункт назначения по расписанию.

3.63. Разложите многочлен на множители $3a + 3a^2 - b - ab$.

3.64. В книге 150 страниц. В пятницу семиклассник начал ее читать и прочитал b страниц, в субботу — на 30 страниц меньше, чем в пятницу. Сколько страниц осталось прочитать семикласснику?

3.65. Дизельный генератор марки A потребляет 8 л топлива за 15 ч, а марки B — 4 л за 7 ч. Генератор какой марки выгоднее выбрать, если все остальные их характеристики одинаковы?

3.66. Масса атмосферы Земли приближенно равна $5,15 \cdot 10^{15}$ т. Кислород составляет около 20 % массы атмосферы. Сколько тонн кислорода в атмосфере Земли?

§ 16. Решение текстовых задач с помощью линейных уравнений

 **3.67.** Найдите число, если: а) в 4 раза большее число равно 48; б) в 2 раза меньшее число равно 10; в) на 15 большее число равно 59; г) на 12 меньшее число равно 34.

3.68. Решите уравнение:

а) $5x - (x - 20) = 8$; б) $\frac{x}{4} - \frac{x}{5} = 1$.

3.69. Найдите 25 % от 0,32.

 Рассмотрим задачу. В мотке было несколько метров кабеля. После того как от мотка отрезали 6 м кабеля, в нем осталось в три раза меньше кабеля, чем было. Сколько метров кабеля было в мотке?

Выполним анализ условия задачи и решим ее с помощью линейного уравнения.

1. Выясним, о каких величинах идет речь в задаче.

2. Выясним, какие значения величин и зависимости между ними известны.

3. Выясним, значения каких величин неизвестны.

4. Обозначим одну неизвестную величину через x (лучше меньшую), а остальные выразим через x и зависимости между величинами.

5. Используя зависимость между известными и неизвестными значениями величин, составим уравнение.

 Полученное уравнение будет математической моделью процесса, описанного в условии задачи.

6. Решим линейное уравнение и запишем ответ в соответствии с требованием задачи.

1. В задаче говорится о количестве метров кабеля.

2. Отрезали 6 м кабеля, осталось в 3 раза меньше, чем было.

3. Неизвестно количество метров кабеля, которое было первоначально в мотке и которое осталось.

4. Пусть x м кабеля осталось, тогда $(3x)$ м кабеля было первоначально, значит, $(3x - x)$ м кабеля отрезали от мотка.

5. Так как отрезали 6 м кабеля, то разность $3x$ и x равна шести. Получим уравнение $3x - x = 6$.

6. Решим полученное линейное уравнение:

$$3x - x = 6, 2x = 6, x = 3.$$

Получили, что $x = 3$ (м) кабеля осталось, значит, $3 \cdot 3 = 9$ (м) кабеля было в мотке.

Ответ: 9 м.

 Для решения задач с помощью уравнений можно выполнить следующую последовательность действий:

① Выяснить, о каких величинах и зависимостях между ними идет речь в задаче.

- ② Выяснить, какие значения величин и зависимости между ними известны.
- ③ Выяснить, какие значения величин и зависимости не известны.
- ④ Обозначить одно неизвестное значение через x , а остальные выразить через x , используя зависимости между величинами.
- ⑤ Составить уравнение, используя зависимости между известными и неизвестными значениями величин.
- ⑥ Найти неизвестное значение величины x , решив уравнение. Записать ответ в соответствии с требованием задачи.

Для решения задачи с помощью уравнения можно использовать различные модели условия задачи. Например, таблицы, рисунки, схемы.



**Решение практических задач
с помощью линейных уравнений**

Задача 1. За 5 ч до наступления Нового года на елке было в 5 раз меньше игрушек, чем в коробке. В последующие полчаса елка была украшена еще 15 игрушками, и игрушек на елке стало на 2 меньше, чем в коробке. Сколько игрушек было на елке за 5 ч до наступления Нового года?

Решение: ① В задаче речь идет о количестве игрушек для украшения елки.

② Известна зависимость между количеством игрушек на елке и в коробке, еще известно, сколько игрушек повесили на елку за полчаса.

③ Неизвестно, сколько игрушек было на елке и в коробке.

Можно составить таблицу, которая моделирует условие задачи.

Количество игрушек	За 5 ч до Нового года	В последующие полчаса	Через полчаса
На елке	В 5 раз меньше, чем в коробке	+15	На 2 меньше, чем в коробке
В коробке	В 5 раз больше, чем на елке	-15	На 2 больше, чем на елке

④ Обозначим через x количество игрушек на елке за 5 ч до Нового года, тогда в это время в коробке было $(5x)$ игрушек. В последующие полчаса на елке стало $(x + 15)$ игрушек, а в коробке $(5x - 15)$ игрушек.

⑤ По условию задачи $(x + 15)$ на 2 меньше, чем $(5x - 15)$. Значит, $(5x - 15) - (x + 15) = 2$.

Решим полученное уравнение: $5x - 15 - x - 15 = 2$;
 $4x = 32$; $x = 8$.

⑥ За 5 ч до наступления Нового года на елке было 8 игрушек.

Ответ: 8 игрушек.

Задача 2. Протяженность шоссе между городами A и B равна 18 км. Из города A в город B выехал велосипедист. В то же время навстречу ему из города B в город A вышел пешеход. Их встреча произошла через 36 мин после начала движения. Найдите скорости пешехода и велосипедиста при условии, что пешеход на путь между городами A и B затратил время, в 5 раз большее, чем велосипедист.

Решение: ① В задаче речь идет о процессе движения.

② Составим таблицу для описания известных и неизвестных значений величин.

Процесс движения	Скорость, $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$	Время, ч	Расстояние, км
Пешехода и велосипедиста навстречу друг другу	$v_1 + v_2$	36 мин = $\frac{3}{5}$ ч	18
Пешехода	v_1 в 5 раз меньше, чем v_2	t_1 в 5 раз больше, чем t_2	18
Велосипедиста	v_2	t_2	18

③ Так как известно, что один и тот же путь пешеход пройдет за время, в 5 раз большее, чем велосипедист, то его скорость в 5 раз меньше, чем скорость велосипедиста.

④ Обозначим скорость пешехода через $x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, тогда скорость велосипедиста — $(5x) \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Скорость их сближения равна $(5x + x) \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а пройденный путь за $\frac{3}{5}$ ч равен $(5x + x) \cdot \frac{3}{5}$ км.

⑤ По условию задачи путь, пройденный велосипедистом и пешеходом вместе, равен 18 км, так как протяженность шоссе между городами равна 18 км. Составим уравнение $(5x + x) \cdot \frac{3}{5} = 18$. Решим его: $6x = 30$, $x = 5$. Следовательно, скорость пешехода равна $5 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

⑥ Скорость велосипедиста $5 \cdot 5 = 25 \left(\frac{\text{км}}{\text{ч}} \right)$.

Ответ: $5 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, $25 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

Задача 3*. Два маляра, работая вдвоем одновременно, покрасили стену площадью 200 м^2 за 10 ч. Известно, что за одно и то же время первый маляр красит площадь, на 50 % большую, чем второй. За какое время эту стену покрасил бы первый маляр, работая в одиночку?

Решение: ① В задаче речь идет о процессе работы.

② Составим таблицу для описания известных и неизвестных значений величин.

Процесс работы	Скорость, $\frac{\text{м}^2}{\text{ч}}$	Время, ч	Результат, м^2
Двух маляров	$v_1 + v_2$	10	200
Первого маляра	v_1 в 1,5 раза больше, чем v_2	t_1 — ?	200
Второго маляра	v_2	t_2 — ?	200

③ Так как известно, что за одно и то же время первый маляр красит площадь, на 50 % большую, чем второй, то скорость его работы в 1,5 раза больше скорости работы второго маляра.

④ Обозначим скорость работы второго маляра через $x \frac{\text{м}^2}{\text{ч}}$, тогда скорость работы первого — $(1,5x) \frac{\text{м}^2}{\text{ч}}$, скорость их совместной работы — $(1,5x + x) \frac{\text{м}^2}{\text{ч}}$, а выполненная работа за 10 ч равна $10 \cdot (1,5x + x) \text{ м}^2$.

⑤ Составим уравнение $10(1,5x + x) = 200$. Решим его: $2,5x = 20$, $x = 8$. Следовательно, скорость работы второго маляра равна $8 \frac{\text{м}^2}{\text{ч}}$.

⑥ Скорость работы первого маляра $1,5 \cdot 8 = 12 \left(\frac{\text{м}^2}{\text{ч}} \right)$. Значит, всю стену он покрасил бы за $200 : 12 = 16 \frac{2}{3}$ (ч).

Ответ: $16 \frac{2}{3}$ ч.

- ?** 1. О каких величинах может идти речь в задаче?
 2. Если одно число в n раз больше другого, то как составить математическую модель этой зависимости?
 3. Если одно число на b больше другого, то как составить математическую модель этой зависимости?



Составьте математическую модель для решения задачи и найдите ответ в соответствии с требованием задачи.

3.70. Одно из чисел на 8 меньше другого, их сумма равна 100. Найдите эти числа.

3.71. Одно из чисел больше другого в 3 раза, их сумма равна 20. Найдите эти числа.

3.72. В первом вагоне метро пассажиров в 3 раза больше, чем во втором. Когда из первого вагона вышли 30 человек, а во второй зашли 10 человек, то в обоих вагонах пассажиров стало поровну. Сколько пассажиров было в каждом вагоне первоначально?

3.73. В двух амбарах сложено зерно. Во втором зерна в 3 раза меньше, чем в первом. После того как из первого амбара взяли 20 т зерна, а во второй добавили 20 т, оказалось, что масса зерна во втором амбаре равна $\frac{5}{7}$ массы зерна, оставшегося в первом. Сколько тонн зерна было первоначально во втором амбаре?

3.74. На первом складе было 230 банок с краской, а на втором — 321 такая же банка. С первого склада отпускали ежедневно по 30 банок краски, а со второго — по 39 банок. Через сколько дней на втором складе будет в полтора раза больше банок краски, чем на первом?

3.75. Сколько килограммов макулатуры сдал 7 А класс, если 7 Б сдал на 25 кг меньше, чем 7 А, 7 В — в 2 раза больше, чем 7 А, а все вместе три седьмых класса сдали 327 кг макулатуры?

3.76. В фермерском хозяйстве собрали урожай перца, кабачков и баклажанов — всего 425 кг овощей. Найдите, сколько килограммов баклажанов собрали, если известно, что их собрано на 65 кг больше, чем перца, и в 3 раза меньше, чем кабачков.

3.77. Студент решил прочитать книгу, в которой 190 страниц, за три дня. В пятницу он прочитал в 1,2 раза страниц меньше, чем в субботу, а в субботу на 20 страниц меньше, чем в воскресенье. Сколько страниц студент прочитал в субботу?

3.78. Турист проходит путь от пункта A до пункта B за 5 ч. Если бы его скорость была на $1 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ больше, то он прошел бы этот путь за 4 ч. Найдите скорость туриста.

3.79. Лыжник предполагал преодолеть путь за 2 ч, но увеличил намеченную скорость на $3 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ и затратил на этот путь $1 \frac{2}{3}$ ч. Найдите длину пути.

3.80. Длина пути, преодоленного велосипедистом за 2 ч, на 4 км меньше длины пути, пройденного пешеходом за 6 ч. Найдите скорость велосипедиста, если известно, что она на $10 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ больше скорости пешехода.

3.81. Два брата едут на велосипедах с одинаковой скоростью. Если старший брат увеличит скорость на $4 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а младший — уменьшит на $2 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, то старший брат за 3 ч проедет на 6 км больше, чем младший за 4 ч. С какой скоростью едут братья?

3.82. Найдите скорость грузовика, если за 2 ч он проезжает на 20 км больше, чем автобус за 1 ч, а скорость автобуса в 1,5 раза больше скорости грузовика.

3.83. На путь между двумя селами пешеход затратил на 5 ч больше, чем велосипедист. Скорость

велосипедиста $12 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, скорость пешехода составляет 25 % скорости велосипедиста. Найдите длину дороги между селами.

3.84. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми равно 10 км, со скоростью $6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ вышел пешеход, а через полчаса из пункта A в пункт B по той же дороге со скоростью $18 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ выехал велосипедист. Сколько километров осталось идти пешеходу до пункта B после того, как его догнал велосипедист?

3.85. За 6 ч по течению реки катер проходит такой же путь, какой за 9 ч — против течения. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость катера равна $15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

3.86. За 6 ч по озеру и 3 ч вниз по течению реки теплоход проходит 153 км. Найдите собственную скорость теплохода, если скорость течения реки $3 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

3.87. Расстояние между двумя базами при попутном ветре вертолет преодолевает за 45 мин, а при встречном — за 1 ч. Найдите это расстояние, если скорость ветра $10 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

3.88. Теплоход прошел расстояние между пунктами A и B по течению реки за 4 ч 30 мин, а обратно — за 6 ч 18 мин. Найдите расстояние между пунктами A и B , если собственная скорость теплохода равна $14,4 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

3.89. Заказ на станки завод выполнил за 18 дней вместо планируемых 20, так как выпускал ежедневно по 2 станка сверх плана. Сколько станков выпустил завод?

3.90. На изготовление одной детали мастер затрачивает в полтора раза меньше времени, чем практикант. Сколько деталей мастер изготовит за 4 ч, если за это время практикант изготовит на 12 деталей меньше?

3.91. За 5 ч работы один оператор колл-центра сделал на 20 звонков больше другого, так как делал на 20 % звонков в час больше. Сколько звонков было сделано за один час работы двумя операторами колл-центра?

3.92. В книге три главы. Число страниц второй главы книги составляет 36 % числа страниц первой главы, а число страниц третьей главы составляет $\frac{2}{3}$ числа страниц второй главы. Сколько страниц занимает вторая глава, если в книге 480 страниц?

3.93. Ученик покупает каждый месяц тетрадь и карандаш. После того как цена тетради выросла на 15 %, а карандаша — на 5 %, суммарная стоимость покупки выросла на 13 %. Найдите, сколько стоила тетрадь, если карандаш стоил 60 к.

3.94. Торговой сети принадлежат овощной магазин и кондитерская. Совместная выручка овощного магазина и кондитерской составляет 500 р. в день. После расширения торговых площадей дневная выручка овощного магазина увеличилась на 30 %, а кондитерской — на 20 %, и их совместная дневная выручка стала равна 630 р. Найдите первоначальную дневную выручку овощного магазина.

3.95. По плану бригада должна была собрать 240 ц яблок. После двух дней работы бригадир заметил, что 80 % собранного урожая яблок в 2,5 раза меньше того, что осталось собрать. Найдите, за сколько дней бригада выполнит план.

3.96. Одна из сторон треугольника на 2 см меньше другой и в 2 раза меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 22 см.

3.97. Найдите площадь прямоугольника, зная, что при увеличении его ширины на 5 см получается квадрат, площадь которого больше площади прямоугольника на 40 см^2 .

3.98. Найдите три последовательных нечетных числа, сумма которых равна 81.

3.99. Найдите три последовательных натуральных числа, зная, что квадрат наименьшего из них на 20 меньше произведения двух других чисел.

3.100. Произведение двух последовательных целых чисел на 38 меньше произведения следующих двух последовательных целых чисел. Найдите эти числа.

3.101. Можно ли разменять 1 р. на монеты по 5 к. и 2 к. так, чтобы всего было:

а) 32 монеты; б) 27 монет?

3.102*. Первая труба наполняет бассейн за 50 % того времени, за которое вторая труба наполняет $\frac{2}{3}$ этого бассейна. Вторая труба наполняет бассейн на 5 ч дольше первой. За сколько часов наполняет бассейн каждая труба?

3.103*. Заболевшего программиста заменили два стажера. Одному из них на выполнение всей работы нужно в 3 раза больше времени, чем программисту, а другому — в 2 раза больше. За сколько часов программист сделал бы всю работу, если два стажера, работая вместе, выполнили ее за 6 ч?

3.104*. Автобус прошел $\frac{3}{4}$ пути со скоростью $60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а затем задержался на 2 мин. Чтобы при-

быть в конечный пункт вовремя, оставшуюся часть пути он шел со скоростью $70 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Найдите путь, пройденный автобусом.

3.105*. Из пункта A в пункт B выехал велосипедист со скоростью $10 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Он проехал 30 км, когда из пункта A со скоростью $15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ выехал второй велосипедист, который прибыл в пункт B на 20 мин позже первого. Найдите расстояние между пунктами A и B .

3.106*. Известно, что за 1 ч первый маляр красит площадь, на 10 % меньшую, чем второй, а третий — на 10 % большую, чем второй маляр. Втроем, работая одновременно, маляры покрасили стену площадью 300 м^2 за 10 ч. За сколько часов покрасил бы эту стену второй маляр, работая отдельно?

3.107*. Одно из двух чисел оканчивается нулем. Если нуль зачеркнуть, то получится второе число. Найдите эти числа, если их сумма равна 363.

3.108*. Если к двузначному числу приписать справа и слева по 1, то оно увеличится в 21 раз. Найдите это число.

3.109*. Запись шестизначного числа начинается цифрой 2. Если цифру 2 перенести с первого места на последнее, сохранив порядок остальных пяти цифр, то вновь полученное число будет втрое больше первого. Найдите первоначальное число.



Составьте математическую модель для решения задачи и найдите ответ в соответствии с требованием задачи.

3.110. Найдите два числа, одно из которых на 6 больше другого, если их сумма равна 38.

3.111. Найдите два числа, одно из которых в 4 раза меньше другого, если их разность равна 36.

3.112. На первом складе было в 2 раза больше угля, чем на втором. Из первого склада вывезли 75 т угля, а на второй склад привезли 35 т, после чего на двух складах угля стало поровну. Сколько тонн угля было первоначально на каждом складе?

3.113. В магазине канцелярских товаров на верхней полке находилось 100 тетрадей, а на нижней — 75. Когда на нижнюю полку положили на 25 тетрадей меньше, чем на верхнюю, на верхней полке стало в 1,5 раза больше тетрадей, чем на нижней. Сколько тетрадей положили на каждую полку?

3.114. За ручку, карандаш и циркуль покупатель заплатил 5 р. 30 к. Известно, что ручка в 4 раза дороже карандаша и на 1 р. 70 к. дешевле циркуля. Сколько стоил карандаш?

3.115. Автомобиль проезжает путь из города A в город B за 3 ч. Если бы он ехал со скоростью, на $20 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ меньшей, то затратил бы на этот же путь 4 ч. Найдите первоначальную скорость автомобиля.

3.116. Расстояние между городами поезд проходит за 3 ч 15 мин. Если скорость поезда увеличится на $15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, то это расстояние он пройдет за 2 ч 30 мин. Найдите расстояние между городами.

3.117. Два спортсмена бегут с одинаковой скоростью. Если первый из них уменьшит скорость на $1 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а второй увеличит на $1 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, то первый спортсмен за 2 ч пробежит на 7 км больше, чем второй за 1 ч. С какой скоростью бегут спортсмены?

3.118. Путь от поселка до города велосипедист проехал за 2 ч, а пешеход прошел за время, в 1,5 раза большее. Скорость велосипедиста на $6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ больше скорости пешехода. Найдите скорость велосипедиста и длину пути от поселка до города.

3.119. Теплоход проходит за 18 ч против течения реки такой же путь, какой за 12 ч по течению. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость теплохода равна $15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

3.120. За 7 ч при движении вверх против течения реки и 2 ч по озеру катер проходит 103 км. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна $2 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

3.121. При попутном ветре за 2 ч 45 мин самолет пролетит такое же расстояние, какое в обратном направлении за 3 ч при условии, что ни скорость, ни направление ветра не меняются. Найдите расстояние, которое пролетит самолет туда и обратно, если собственная скорость самолета равна $805 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

3.122. Две бригады цветоводов высаживали на клумбах города цветы. Одна бригада работала в полтора раза быстрее другой, поэтому к концу рабочего дня высадила на 200 цветов больше. Сколько цветов высадили две бригады за этот день?

3.123. Два курьера за день доставили 340 рекламных буклетов. Первый курьер доставил на 30 % буклетов меньше, чем второй. Сколько буклетов доставил первый курьер?

3.124. В трех ящиках находится 32 кг фруктов. Масса фруктов во втором ящике составляет 35 % массы фруктов, находящихся в первом ящике, а

масса фруктов в третьем ящике составляет $\frac{5}{7}$ массы фруктов, находящихся во втором ящике. Сколько килограммов фруктов во втором ящике?

3.125. На двух заводах работало 6400 человек. После расширения производства число рабочих мест на первом заводе увеличилось на 20 %, а на втором — на 15 %. Сколько рабочих мест добавилось на первом заводе, если на двух заводах теперь работает 7440 человек?

3.126. Одна из сторон треугольника на 6 см меньше другой и на 9 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 33 см.

3.127. Найдите площадь прямоугольника, если при уменьшении его длины на 4 см получается квадрат, площадь которого меньше площади прямоугольника на 12 см^2 .

3.128. У каких двух последовательных целых чисел разность их квадратов равна 49?

3.129. Найдите три последовательных натуральных числа, если произведение двух меньших чисел меньше произведения двух больших на 14.



3.130. Найдите значение выражения:

а) $6\frac{4}{77} : (-2)$; б) $-5\frac{3}{43} \cdot 3$;

в) $3\frac{1}{8} - 5,125$; г) $5\frac{2}{7} : \left(-\frac{1}{7}\right)$.

3.131. На координатной плоскости отметьте точки $A(4; 2)$, $B(4; 6)$, $C(4; 4)$ и $D(8; 2)$. Найдите координаты общей точки отрезков AB и CD .

3.132. Найдите значение выражения $\frac{6^{14} \cdot 4^{12}}{3^{12} \cdot 8^{12}}$.

3.133. На координатной прямой отмечено число a (рис. 11). Расположите в порядке возрастания числа a ; $\frac{1}{a}$ и a^2 .



Рис. 11

3.134. Разложите многочлен $1 - x^2 + 2xy - y^2$ на множители.

3.135. Найдите сумму всех делителей числа 24.

§ 17. Числовые неравенства

3.136. На координатной прямой отмечены точки D, F, K, M, N, P (рис. 12). Укажите:

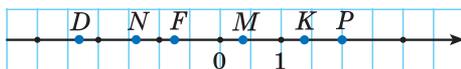


Рис. 12

- а) точки, координаты которых противоположны;
- б) точку, координата которой равна $1,4$;
- в) точку, соответствующую числу $-2\frac{1}{3}$;
- г) точку, координата которой меньше нуля, но больше -1 .

3.137. Придумайте по два числа, которые расположены между числами:

- а) 10 и 12;
- б) -3 и -2 .



Определение понятий «больше» и «меньше» для чисел

Условия различных задач часто содержат зависимости между значениями величин, выраженные терминами «больше» или «меньше». Если эти значения (числа) отметить на координатной прямой, то можно заметить, что большее число расположено