3.133. На координатной прямой отмечено число a (рис. 11). Расположите в порядке возрастания числа a; $\frac{1}{a}$ и a^2.

Рис. 11

3.134. Разложите многочлен $1 - x^2 + 2xy - y^2$ на множители.

3.135. Найдите сумму всех делителей числа 24.

§ 17. Числовые неравенства

3.136. На координатной прямой отмечены точки D, F, K, M, N, P (рис. 12). Укажите:

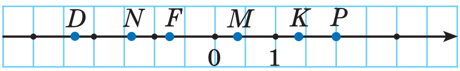

Рис. 12

а) точки, координаты которых противоположны;

б) точку, координата которой равна 1,4;

в) точку, соответствующую числу $-2\frac{1}{3}$;

г) точку, координата которой меньше нуля, но больше –1.

3.137. Придумайте по два числа, которые расположены между числами:

а) 10 и 12; б) –3 и –2.

Определение понятий «больше» и «меньше» для чисел

Условия различных задач часто содержат зависимости между значениями величин, выраженные терминами «больше» или «меньше». Если эти значения (числа) отметить на координатной прямой, то можно заметить, что большее число расположено

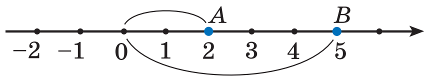

Рис. 13

правее меньшего, т. е. разность большего и меньшего чисел есть число положительное.

Например, число 5 больше числа 2. Точка $B(5)$ расположена правее точки $A(2)$ (рис. 13). Разность $5 - 2 = 3$ — положительное число.

Определение **Число a больше числа b**, если разность $(a - b)$ — число положительное.

Число a меньше числа b, если разность $(a - b)$ — число отрицательное.

Знак «>» читается **«больше»**. Знак «<» читается **«меньше»**.

$a > b$, если $(a - b)$ — положительное число;
если $(a - b)$ — положительное число, то $a > b$

$a < b$, если $(a - b)$ — отрицательное число;
если $(a - b)$ — отрицательное число, то $a < b$

Для любых данных чисел a и b возможно только одно из соотношений: $a = b$; $a > b$; $a < b$.

Если выражения соединены знаком «>» или «<», то такая запись называется **строгим неравенством**. Например, $8 < 11$; $-5 < 0$; $x > y$ — строгие неравенства.

Знак «$\geqslant$» читается **«больше или равно»**, либо **«не меньше»**, а знак «$\leqslant$» читается **«меньше или равно»**, либо **«не больше»**.

Если выражения соединены знаком «$\geqslant$» или «$\leqslant$», то такая запись называется **нестрогим неравенством**. Например, $3 \leqslant 10$; $2{,}01 \geqslant 2{,}0013$; $-7 \leqslant 0$; $m \geqslant n$ — нестрогие неравенства.

Положительное число больше нуля.
a — положительное число, значит, $a > 0$

Отрицательное число меньше нуля.
a — отрицательное число, значит, $a < 0$

Свойства неравенств

1. Если $a > b$, то $b < a$.

Если $a > b$, то $b < a$

Доказательство. Рассмотрим разность чисел b и a: $b - a = -(a - b)$.

Применим определения понятий «больше» и «меньше». Так как $a > b$, то $(a - b)$ — положительное число. Тогда $-(a - b)$ — отрицательное число. Значит, $b - a$ — отрицательное число. Поскольку $b - a$ — отрицательное число, то по определению $b < a$.

2. Если к обеим частям неравенства прибавить какое-либо число, то знак неравенства не изменится, т. е. если $a > b$, то $a + c > b + c$.

Если $a > b$, c — любое число, то $a + c > b + c$

Доказательство. Рассмотрим разность чисел $a + c$ и $b + c$: $(a + c) - (b + c) = a + c - b - c = a - b$. Так как $a > b$, то $a - b$ — число положительное, значит, разность чисел $a + c$ и $b + c$ является положительным числом, тогда по определению $a + c > b + c$.

3. Если обе части неравенства умножить на положительное число, то знак неравенства не изменится, а если обе части неравенства умножить на отрицательное

Если $a > b$, $c > 0$, то $ac > bc$

число, то знак неравенства изменится на противоположный, т. е. если $a > b$, $c > 0$, то $ac > bc$, а если $a > b$, $c < 0$, то $ac < bc$.

Если $a > b$, $c < 0$, то $ac < bc$

Доказательство. Рассмотрим разность чисел ac и bc: $ac - bc = c(a - b)$.

а) Если c — положительное число, то $ac - bc = c(a - b)$ — положительное число как произведение двух положительных чисел. Значит, $ac > bc$ по определению понятия «больше».

б) Если c — отрицательное число, то $ac - bc = c(a - b)$ — отрицательное число как произведение двух чисел разных знаков. Значит, $ac < bc$ по определению понятия «меньше».

4. Если $a > b$ и $b > c$, то $a > c$.

Если $a > b$ и $b > c$, то $a > c$

Доказательство. Так как $a > b$ и $b > c$, то $a - b$ и $b - c$ — положительные числа. Сумма двух положительных чисел $a - b$ и $b - c$ равна $a - b + b - c = a - c$ и является положительным числом, т. е. $a - c$ — положительное число, тогда по определению $a > c$.

5. Если $a > b$ и числа a и b — положительные, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

Если $a > b$ и $a > 0$, $b > 0$, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

Доказательство. Рассмотрим разность: $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b - a}{ab}$. Числитель этой дроби — отрицательное число, а знаменатель — положительное, значит, разность $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ является отрицательным числом, тогда $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

Аналогично рассмотренным доказательствам неравенств со знаком «$>$» проводятся доказательства неравенств со знаками «$<$», «$\geqslant$», «$\leqslant$».

Сложение и умножение неравенств

1. Неравенства одного знака можно почленно складывать, т. е. если $a > b$ и $c > d$, то $a + c > b + d$.

Если
$a > b$ и $c > d$,
то $a + c > b + d$

Доказательство. Рассмотрим разность чисел $a + c$ и $b + d$: $(a + c) - (b + d) = a + c - b - d = a - b + c - d = (a - b) + (c - d)$.

Так как $a > b$ и $c > d$, то числа $(a - b)$ и $(c - d)$ положительные, поэтому их сумма — положительное число, значит, $a + c > b + d$.

2. Неравенства одного знака с положительными частями можно почленно умножать, т. е. если $a > b$, $c > d$ и a, b, c, d — положительные числа, то $ac > bd$.

Если
$a > b$, $c > d$
и $a > 0$, $b > 0$,
$c > 0$, $d > 0$,
то $ac > bd$

Доказательство. При доказательстве этого свойства будем опираться на третье и четвертое свойства неравенств. По третьему свойству: так как $a > b$ и $c > 0$, то $ac > bc$; так как $c > d$ и $b > 0$, то $cb > db$. По четвертому свойству неравенств, поскольку $ac > bc$ и $cb > db$, то $ac > bd$.

3. Если обе части неравенства с положительными частями возвести в одну и ту же натуральную степень, то получится верное неравенство, т. е. если $a > b$ и a и b — положительные числа, то $a^n > b^n$, где n — натуральное число.

Если $a > b$
и $a > 0$, $b > 0$,
то $a^n > b^n$

Доказательство. Для доказательства этого свойства используем предыдущее свойство об умножении неравенств. Выполним почленное умножение двух одинаковых неравенств: $a > b$ и $a > b$ — и получим $a^2 > b^2$. Выполним почленное умножение неравенств $a^2 > b^2$ и $a > b$, будем иметь $a^3 > b^3$ и т. д. Выполняя почленное умножение неравенств, получим $a^n > b^n$ для любого натурального n.

Двойные неравенства

Неравенства вида $m < a < n$, $m < a \leqslant n$, $m \leqslant a < n$, $m \leqslant a \leqslant n$ называются **двойными**.

Их читают, начиная с середины: «a больше m, но меньше n». Для двойных неравенств справедливы все рассмотренные ранее свойства неравенств.

Определение понятий «больше» и «меньше» для чисел	
1. Докажите, что для любого a верно неравенство $a^2 + 2 \geqslant 2a + 1$.	Для доказательства найдем разность левой и правой частей неравенства: $a^2 + 2 - (2a + 1) = a^2 + 2 - 2a - 1 = a^2 - 2a + 1 = (a - 1)^2$. Выражение $(a - 1)^2$ неотрицательно для любых a. Так как разность левой и правой частей неравенства неотрицательна, то по определению $a^2 + 2 \geqslant 2a + 1$.
Свойства неравенств	
2. Если $a > b$, то является ли верным неравенство: а) $3a > 3b$;	а) Неравенство $3a > 3b$ верное, так как обе части данного неравенства умножили на одно и то же положительное число.

б) $-4a < -4b$; в) $a + 0{,}5 > b + 0{,}5$; г) $a - 0{,}7 > b - 0{,}7$?	б) Неравенство $-4a < -4b$ верное, так как обе части данного неравенства умножили на одно и то же отрицательное число и поменяли знак неравенства. Неравенства в), г) верные, так как к обеим частям каждого из этих неравенств прибавили одно и то же число.
3. Если $a < b$, то верно ли неравенство: а) $a + 3x < b + 3x$; б) $a - 5n < b - 5n$; в) $-2a > -2b$; г) $5a < 5b$?	Неравенства а) и б) верны по свойству 2. Неравенства в) и г) верны по свойству 3.
Сложение и умножение неравенств	
4. Докажите, что если $2 < x < 3$, $-1 < y < 7$, то $1 < x + y < 10$.	По свойству сложения неравенств сложим почленно двойные неравенства: $+\begin{array}{l} 2 < x < 3, \\ -1 < y < 7, \\ \hline 1 < x + y < 10. \end{array}$ Получили то, что требовалось доказать.
5. Стороны треугольника a, b, c таковы, что $3 < a < 5$, $2 < b < 4$, $4 < c < 6$, а периметр треугольника — P. Докажите, что $9 < P < 15$.	Так как периметр треугольника равен сумме трех его сторон, то сложим почленно три данных неравенства и получим: $+\begin{array}{l} 3 < a < 5, \\ 2 < b < 4, \\ 4 < c < 6, \\ \hline 9 < a + b + c < 15. \end{array}$ Значит, $9 < P < 15$.

6. Известно, что S — площадь прямоугольника, a и b — его стороны, причем $3{,}9 < a < 5$, $2 < b < 3$. Докажите, что $7{,}8 < S < 15$.	По свойству умножения неравенств с положительными частями умножим двойные неравенства почленно и получим: $$\times\begin{array}{l} 3{,}9 < a < 5, \\ 2 < b < 3, \\ \hline 7{,}8 < ab < 15. \end{array}$$ Так как $S = ab$, то $7{,}8 < S < 15$.

1. Можно ли сравнить два числа, зная их разность?

2. Если одно число больше числа 10, а другое больше числа 1, то можно ли сравнить эти числа?

3. Если сложить почленно два верных неравенства, то всегда ли получится верное неравенство?

4. Если перемножить почленно два верных неравенства, то всегда ли получится верное неравенство?

5. Если обе части неравенства умножить на 0,1, то изменится ли знак этого неравенства?

6. Если обе части неравенства умножить на –1, то изменится ли знак этого неравенства?

3.138. Прочитайте неравенства:

а) $-4 < 8$; б) $a \geqslant 13$;
в) $m \leqslant -1$; г) $-5{,}01 < -5$.

Какие из данных неравенств являются строгими, а какие — нестрогими? Придумайте по два примера строгих и нестрогих неравенств.

3.139. Из данных неравенств выпишите верные числовые неравенства:

а) $6 > -3$; б) $-1\frac{2}{3} \geqslant -1\frac{1}{3}$;

в) $-5^2 < 25$; г) $\frac{1}{7} > 1$.

Придумайте три примера верных числовых неравенств.

3.140. Пользуясь определением понятий «больше» и «меньше» для чисел, сравните числа m и n, если известно, что:

а) $m - n = 8$; б) $n - m = -5$;
в) $m - n = -7^2$; г) $m - n = 0$.

3.141. Известно, что точка $A(n)$ на координатной прямой расположена левее точки $B(m)$. Верно ли, что:

а) $n - 3 > m + 2$; б) $n - 1 \leqslant m$;
в) $n + 6 < m + 6$; г) $n - 5 = m - 5$;
д) $n < m + \frac{1}{2}$; е) $n - 9 < m + 2$?

3.142. Известно, что $a > b$. Расположите числа $a + 5$; $b - 4$; $a + 10$; b; $b - 7$; a в порядке убывания.

3.143. Отметьте на координатной прямой точки $A(m)$, $B(n)$, $C(k)$ и $D(p)$, если известно, что $p < n$, $k > n$ и $p > m$.

3.144. Докажите неравенство:

а) $a^2 - 10a + 25 \geqslant 0$; б) $a^2 + 2 > 2a$.

3.145. Докажите, что при любом значении переменной верно неравенство:

а) $(a - 7)^2 > a(a - 14)$; б) $a^2 + 1 \geqslant 2(3a - 4)$.

3.146. Докажите неравенство:

а) $(a + 1)(a + 3) > a(a + 4)$;

б) $2b(b + 12) < (3b + 4)^2$;

в) $\frac{a^2 + 1}{2} \geqslant a$.

3.147. Сравните значения выражений $(a-2)^2$ и $4(1-a)$.

3.148. Пользуясь свойствами числовых неравенств, прибавьте к обеим частям неравенства:

а) $-8 < 3{,}5$ число 3;
б) $-0{,}1 > -0{,}8$ число $-2{,}1$;
в) $1\frac{2}{3} > \frac{1}{12}$ число $\frac{1}{3}$;
г) $-3\frac{4}{9} < 0$ число -8.

3.149. Пользуясь свойствами числовых неравенств, умножьте обе части неравенства:

а) $-7 < -2$ на 6;
б) $1{,}8 > -2{,}2$ на 5;
в) $-5{,}6 < -2{,}3$ на -1;
г) $10 > 1{,}2$ на $-\frac{1}{2}$.

3.150. Используя свойства числовых неравенств:

а) умножьте обе части верного числового неравенства $c > b$ на -5;
б) разделите обе части верного числового неравенства $p \geqslant t$ на -1.

3.151. Известно, что точка $A(m)$ на координатной прямой расположена правее точки $B(n)$. Верно ли, что:

а) $7n > 7m$;
б) $-8n > -8m$;
в) $n + 6 > m + 6$;
г) $n - 5 < m - 5$;
д) $-\frac{n}{2} < -\frac{m}{2}$;
е) $-3n < -3m$?

3.152. Известно, что $a > b$. Сравните:

а) $-11a$ и $-11b$;
б) $\frac{a}{7}$ и $\frac{b}{7}$;
в) $0{,}8a$ и $0{,}8b$;
г) $-\frac{a}{11}$ и $-\frac{b}{11}$.

3.153. Определите знак числа a, если известно, что:

а) $4a < 3a$; б) $7a > a$;
в) $-2a < 2a$; г) $-10a > -3a$.

3.154. Известно, что число a — положительное, а число b — отрицательное. Сравните:

а) $a - b$ и 0; б) a и $b - a$; в) $2a - 3b$ и b.

3.155. Известно, что $a < b$, $c > b$. Сравните значения выражений $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ и $\frac{1}{c}$, если a, b, c — положительные числа.

3.156. Пользуясь свойствами числовых неравенств, сложите почленно неравенства:

а) $-18 < 13$ и $-21 < -18$;

б) $7\frac{2}{9} > -1$ и $2\frac{7}{9} > \frac{3}{17}$;

в) $6{,}85 > -0{,}03$ и $1{,}25 > -0{,}18$.

3.157. Пользуясь свойствами числовых неравенств, умножьте почленно неравенства:

а) $5 < 12$ и $2 < 8$;

б) $1\frac{2}{7} > 1$ и $\frac{7}{9} > \frac{1}{3}$;

в) $7{,}23 > 0{,}03$ и $10 > 0{,}1$.

3.158. Верно ли, что если:

а) $a > 5$, $b > 6$, то $a + b > 10$;
б) $a < 8$, $b < 2$, $a > 0$, $b > 0$, то $ab < 16$;
в) $a > 3$, $b > 8$, то $ab > 25$?

3.159. Пусть $a > 3$ и $b > 5$. Докажите, что:

а) $a + b > 8$; б) $ab > 15$; в) $2a + b > 11$;
г) $4ab > 60$; д) $a^2 + b^2 > 34$.

3.160. Длина прямоугольника больше 10 см, а ширина в 2,5 раза меньше длины. Докажите, что периметр прямоугольника больше 28 см.

3.161. Известно, что $-9 \leqslant a < 2$. Верно ли, что:

а) a меньше -9 и больше 2;
б) a не меньше -9 и меньше 2;
в) a больше -9 и меньше 2;
г) a больше -9 и не меньше 2?

3.162. Известно, что $5 < a < 9$. Оцените:

а) $2a$; б) $a + 3$; в) $-3a$; г) $a - 4$.

3.163. Известно, что $-3 \leqslant b < 8$. Оцените:

а) $\frac{1}{4}b$; б) $b + 2$; в) $-b$; г) $b - 3$.

3.164. Для перевозки учебников в новую библиотеку их складывают в стопки, по 10 книг в каждой. Какой высоты могут получиться стопки, если толщина книг варьируется от 15 до 24 мм?

3.165. Периметр квадрата равен P см. Известно, что $2{,}4 \leqslant P \leqslant 2{,}8$. Оцените сторону квадрата a.

3.166. Известно, что $3 < n < 5$ и $2 < m < 7$. Оцените:

а) $n + m$; б) $m - n$; в) nm; г) $\frac{m}{n}$.

3.167. Известно, что $2 \leqslant n < 8$ и $3 < m < 9$. Оцените:

а) $n + m$; б) $m - n$; в) nm; г) $\frac{m}{n}$.

3.168. Зная, что $5 < a \leqslant 9$ и $2 < b \leqslant 7$, оцените значение выражения $5a - \frac{b}{3}$.

3.169. Куплено 9 карандашей и 3 блокнота. Цена карандаша не превышает 15 к., а блокнота — не превышает 1 р. Оцените стоимость покупки.

3.170. В зависимости от скидки 1 кг яблок в магазине стоит от 2,9 р. до 3 р., а 1 кг груш — от 5,1 р. до 5,2 р. Оцените стоимость покупки 1 кг груш и 2 кг яблок.

3.171. Дан треугольник со сторонами a, b и c и периметром 180. Известно, что $30 < a < 34$ и $84 < b < 86$. Оцените длину стороны c.

3.172*. Докажите неравенство:

а) $a^2 + b^2 \geqslant 2(a + b - 1)$;   б) $x^2 - 2xy + 2y^2 \geqslant 0$.

3.173*. Даны три последовательных натуральных числа. Сравните квадрат среднего из них с произведением двух других чисел.

3.174. Пользуясь определением понятий «больше» и «меньше» для чисел, сравните числа a и b, если известно, что:

а) $a - b = -3$;   б) $b - a = 0{,}01$;

в) $a - b = (-8)^2$;   г) $b - a = 0$.

3.175. Отметьте на координатной прямой точки $A(m)$, $B(n)$, $C(k)$ и $D(p)$, если известно, что $n < m$, $p < n$ и $p > k$.

3.176. Расположите числа $a + 9$; $b - 3$; a; $a + 4$; $b - 2$; b в порядке возрастания, если $a > b$.

3.177. Докажите неравенство:

а) $a^2 + 6a + 9 \geqslant 0$;   б) $a^2 + 5 > -4a$.

3.178. Докажите, что при любом значении переменной верно неравенство:

а) $(a + 5)^2 > a(a + 10)$;   б) $a^2 + 5 \geqslant 10(a - 2)$.

3.179. Докажите неравенство:

а) $a(a+3) > 3a-7$; б) $(b-5)(b-7) < (b-6)^2$.

3.180. Сравните значения выражений $(b+3)^2$ и $(b+2)(b+4)$.

3.181. Пользуясь свойствами числовых неравенств, прибавьте к обеим частям неравенства:

а) $10{,}5 > -8{,}5$ число $2{,}5$; б) $-4\frac{3}{7} < 0$ число $-\frac{4}{7}$.

3.182. Пользуясь свойствами числовых неравенств, умножьте обе части неравенства:

а) $-9 < 5$ на число 2;
б) $3{,}3 > -1{,}2$ на число -10.

3.183. Используя свойства числовых неравенств:

а) разделите обе части верного числового неравенства $m \leqslant n$ на $-0{,}1$;
б) умножьте обе части верного числового неравенства $p < k$ на -1.

3.184. Известно, что $a < b$. Верно ли, что:

а) $-13a < -13b$; б) $\frac{a}{9} > \frac{b}{9}$?

3.185. Известно, что $m < n$. Сравните числа:

а) $m+2$ и $n+2$; б) $m-8{,}9$ и $n-8{,}9$;
в) $5m$ и $5n$; г) $-m$ и $-n$;
д) $\frac{m}{5}$ и $\frac{n}{5}$; е) $-\frac{m}{7}$ и $-\frac{n}{7}$.

3.186. Пользуясь свойствами числовых неравенств, сложите почленно неравенства:

а) $-24 < 15$ и $-41 < -19$;

б) $8\frac{2}{7} > -2$ и $3\frac{5}{14} > \frac{2}{9}$.

3.187. Пользуясь свойствами числовых неравенств, умножьте почленно неравенства:

а) $3 < 18$ и $5 < 10$;
б) $8{,}43 > 0{,}04$ и $10 > 0{,}1$.

3.188. Верно ли, что если:

а) $a > 6$, $b > 7$, то $ab > 43$;
б) $a < 3$, $b < 5$, $a > 0$, $b > 0$, то $ab < 15$;
в) $a > 2$, $b > 6$, то $a + b > 7$?

3.189. Длины сторон треугольника не превышают 8 см; 12 см и 17 см. Оцените периметр данного треугольника.

3.190. Известно, что $7 < b < 10$. Оцените:

а) $3b$; б) $b + 2$;
в) $-2b$; г) $b - 1$.

3.191. Известно, что $-2 < a \leqslant 5$. Оцените:

а) $\frac{1}{2}a$; б) $a + 1$;
в) $-a$; г) $a - 3$.

3.192. Сторона квадрата равна a см. Известно, что $0{,}3 \leqslant a \leqslant 0{,}4$. Оцените периметр квадрата P.

3.193. Известно, что $7 < n < 10$ и $3 < m < 8$. Оцените:

а) $n + m$; б) $n - m$;
в) nm; г) $\frac{n}{m}$.

3.194. Зная, что $5 \leqslant a < 8$ и $2 \leqslant b < 9$, оцените значение выражения $\frac{a}{6} - 7b$.

3.195*. Даны три последовательных натуральных числа. Сравните удвоенный квадрат среднего из них с суммой квадратов двух других чисел.

3.196. Из неисправного крана в сутки вытекает 150 л воды. Сколько денег «утечет» через этот кран за 10 дней, если за 1 м^3 воды нужно заплатить 90 к.?

3.197. На столбчатой диаграмме (рис. 14) отражена динамика продаж велосипедов в спортивном магазине за пять дней. Сколько в среднем продавали велосипедов за один день?

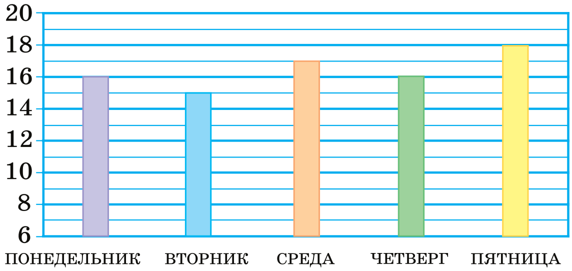

Рис. 14

3.198. Округлите число 234,5998 до:

а) единиц; б) сотых.

3.199. Какая из точек $A(2;\ 0)$; $B(3;\ -7)$; $C(-9;\ 0)$; $D(0;\ -5)$ расположена левее оси ординат?

3.200. Выбрав удобный порядок действий, вычислите: $2\frac{1}{2}\cdot 19-9\cdot 2\frac{1}{2}-0{,}25\cdot 31\cdot 4$.

3.201. Упростите выражение $\frac{a^{-6}}{a^{-3}\cdot a^{-2}}$ и найдите его значение при $a=\frac{2}{3}$.

3.202. Разложите на множители:

а) $2ab-3a$; б) $6x^6+8x^2$;

в) $\frac{1}{4}a^2-81$; г) $36x^2-12x+1$;

д) $y(x-1)-5(1-x)$; е) $b^3-7b^2c-bc^2+7c^3$.

3.203. Решите уравнение $10-\frac{3x-1}{2}=\frac{6x+3}{11}$.

3.204. Почтальон ехал от почты до села на автобусе со скоростью 60 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. На обратный путь он затратил на 1 ч 12 мин больше, так как возвращался пешком со скоростью, составляющей 10 % скорости его движения на автобусе. Найдите длину дороги от почты до села.

§ 18. Линейные неравенства с одной переменной

3.205. Решите уравнение $18x - 5(5x + 1) = 54$.

3.206. Сравните числа:

а) $-\frac{1}{5}$ и $-\frac{1}{4}$; б) 1,3 и $1\frac{1}{3}$; в) $-2\frac{1}{8}$ и $-2{,}125$.

Рассмотрим задачу. Из пунктов A и B навстречу друг другу одновременно вышел пешеход и выехал велосипедист. Скорость велосипедиста в 4 раза больше скорости пешехода. Они встретились через 48 мин после начала движения. Какова скорость пешехода, если протяженность шоссе между пунктами A и B больше 20 км?

Обозначим через x $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$ скорость пешехода, тогда $(4x)$ $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$ — скорость велосипедиста, а $(4x + x)$ $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$ — скорость сближения пешехода и велосипедиста. Путь, пройденный ими за 48 мин, равен $5x \cdot 0{,}8 = 4x$ (км). По условию задачи протяженность шоссе больше 20 км, значит, $4x > 20$. Получили **линейное неравенство с одной переменной.**

Определение

Неравенства вида $ax > b$, $ax < b$, $ax \geqslant b$, $ax \leqslant b$, где a и b — числа, а x — переменная, называются **линейными неравенствами с одной переменной.**