



первоначального капитала, второй — 3000 р., третий — всю оставшуюся часть. Друзья договорились делить прибыль пропорционально внесенным суммам. Какая сумма от прибыли в 10 000 р. достанется третьему другу?

## § 20. Линейная функция и ее свойства

 **3.308.** Какая из точек  $A(-15; 2)$ ;  $B(20; -3)$ ;  $C(14; -99)$ ;  $D(10; -1)$  расположена ближе к оси ординат?

**3.309.** Найдите значение выражения  $-2x + 1$  при  $x = -6$ ;  $0$ ;  $2$ .

**3.310.** Решите уравнение  $5 - 2(3x - 4) = 4x - 3$ .

 Решение различных задач на определение зависимостей между величинами приводит к функциям одного и того же вида.

Рассмотрим задачи. 1) Если тело движется прямолинейно и равномерно со скоростью  $v$  и находится на расстоянии  $s_0$  от точки  $A$ , то расстояние, на котором оно будет через время  $t$  от этой точки, равно  $s(t) = s_0 + vt$ . Например, если  $s_0 = 5$ , а  $v = 3$ , то  $s(t) = 5 + 3t$ .

2) Если биатлонист проходит дистанцию в 5 км, а за каждый неверный выстрел ему приходится бежать еще 150 м, то путь  $s$ , который ему придется пройти, равен  $s(n) = 5000 + 150 \cdot n$ , где  $n$  — количество неверных выстрелов.

3) Если карта имеет масштаб  $m$ , то расстояние между объектами на местности  $L$  и расстояние на карте  $l$  связаны зависимостью  $L(l) = \frac{1}{m} \cdot l$ . Например, если масштаб карты  $m = 1 : 100\,000$ , то  $L(l) = 100\,000 \cdot l$ .

Функции в каждом из рассмотренных случаев можно выразить общей формулой  $y = kx + b$ , где  $x$  — значение аргумента,  $y$  — значение функции, а  $k$  и  $b$  — некоторые числа.

### Определение

Функция вида  $y = kx + b$ , где  $k$  и  $b$  — некоторые числа, а  $x$  и  $y$  — переменные, называется **линейной функцией**.

Например, линейными являются функции:

а)  $y = 5x + 3$ ;  $k = 5$ ,  $b = 3$ ;

б)  $y = -\frac{1}{2}x - 6$ ;  $k = -\frac{1}{2}$ ,  $b = -6$ ;

в)  $y = 4x$ ;  $k = 4$ ,  $b = 0$ ;

г)  $y = 8$ ;  $k = 0$ ,  $b = 8$ .

Для любой линейной функции можно найти ее значение по заданному значению аргумента и значение аргумента по заданному значению функции.

**✎** Для того чтобы найти значение функции по заданному значению аргумента, нужно:

① Назвать функцию и аргумент.

② В формулу функции вместо аргумента подставить его значение.

Найдите значение линейной функции  $y = 6x - 2$  при значении аргумента  $x = -3$ .

① Функция —  $y = 6x - 2$ , аргумент —  $x$ .

② Значение аргумента  $x = -3$  подставим в формулу функции  $y = 6x - 2$  и получим  $y = 6 \cdot (-3) - 2 = -20$ .

Значение функции  $y = 6x - 2$  при значении аргумента  $x = -3$  равно  $-20$ .

**✎** Для того чтобы найти значение аргумента по заданному значению функции, нужно:

- ① Назвать функцию и аргумент.
- ② В формулу функции подставить ее значение.
- ③ Решить полученное линейное уравнение.

Найдите значение аргумента, при котором значение функции  $y = 8x - 3$  равно 1.

① Функция —  $y = 8x - 3$ , аргумент —  $x$ .

② Значение функции, равное 1, подставим в формулу функции  $y = 8x - 3$  и получим уравнение  $1 = 8x - 3$ .

③ Решим линейное уравнение:  $1 = 8x - 3$ ;  $-8x = -3 - 1$ ;  $-8x = -4$ ;  $x = 0,5$ .

Функция  $y = 8x - 3$  принимает значение, равное 1, при  $x = 0,5$ .

## Свойства линейной функции

### Область определения линейной функции

Областью определения линейной функции  $y = kx + b$  является множество всех чисел.

$D(y)$ : все числа

Например, функция  $y = 8x - 1$  — линейная. Поскольку выражение, задающее функцию, имеет смысл при любых значениях аргумента, то ее область определения — множество всех чисел.

### Множество значений линейной функции

Рассмотрим линейную функцию при  $k \neq 0$ . В этом случае переменная  $y$  может принимать любое значение, значит, мно-

При  $k \neq 0$   
 $E(y)$ : все числа

жеством значений линейной функции  $y = kx + b$  является множество всех чисел.  $E(y)$ : все числа.

При  $k = 0$  получим  $y = b$  при любом значении  $x$ . В этом случае множество значений линейной функции состоит из единственного числа, равного  $b$ .  $E(y) = \{b\}$ .

При  $k = 0$   
 $E(y) = \{b\}$

Например, множеством значений линейной функции  $y = -2x + 1$  является множество всех чисел. А множество значений линейной функции  $y = 15$  состоит из единственного числа 15, т. е.  $E(y) = \{15\}$ .

### Нули линейной функции

Найдем те значения аргумента, при которых значения функции равны нулю, т. е. решим уравнение  $kx + b = 0$ .

При  $k \neq 0$  получим  $x = -\frac{b}{k}$  — нуль функции.

При  $k = 0$  и  $b \neq 0$  уравнение  $0 \cdot x + b = 0$  не имеет корней, значит, линейная функция не имеет нулей.

При  $k = 0$  и  $b = 0$  корнем уравнения  $0 \cdot x + 0 = 0$  является любое число, значит, нулями линейной функции являются все числа.

При  $k \neq 0$   $x = -\frac{b}{k}$  — нуль функции.

При  $k = 0$  и  $b \neq 0$  нулей нет.

При  $k = 0$  и  $b = 0$  все числа — нули функции.

*Пример 1.* Найдите нули линейной функции:

а)  $y = 4x + 1$ ;      б)  $y = -5$ ;      в)  $y = 0$ .

*Решение.* Чтобы найти нули функции, нужно найти значения аргумента  $x$ , при которых значения функции равны нулю, т. е. решить линейное уравнение.

а)  $4x + 1 = 0$ ;  $4x = -1$ ;  $x = -0,25$  — нуль функции;

б)  $y = -5$ ;  $y = 0 \cdot x - 5$ ;  $0 \cdot x - 5 = 0$ ;  $0 \cdot x = 5$  — уравнение не имеет корней, значит, функция не имеет нулей;

в)  $y = 0$ ;  $y = 0 \cdot x + 0$ ;  $0 \cdot x + 0 = 0$  — верно при любом значении аргумента, нулями функции являются все числа.

### Положительные и отрицательные значения линейной функции

Найдем те значения аргумента, при которых функция  $y = kx + b$  принимает положительные и отрицательные значения, т. е. решим неравенства  $kx + b > 0$  и  $kx + b < 0$ .

Рассмотрим решение неравенства  $kx + b > 0$ . При  $k > 0$  получим:  $kx + b > 0$ ,  $kx > -b$ ,  $x > -\frac{b}{k}$ , т. е.  $y > 0$  при  $x > -\frac{b}{k}$ .

При  $k < 0$  имеем  $kx + b > 0$ ,  $kx > -b$ . Обе части полученного неравенства делим на отрицательное число, тогда  $x < -\frac{b}{k}$ , т. е.  $y > 0$  при  $x < -\frac{b}{k}$ .

При  $k = 0$  получаем неравенство  $0x + b > 0$ ,  $b > 0$ , т. е.  $y > 0$ , если  $b > 0$ .

Аналогично рассматриваются решения неравенства  $kx + b < 0$ .

**Пример 2.** Найдите, при каких значениях аргумента функция  $y = 6x - 9$  принимает отрицательные значения.

**Решение.** Решим неравенство  $6x - 9 < 0$ :  $6x - 9 < 0$ ,  $6x < 9$ ,  $x < 1,5$ . Функция  $y = 6x - 9$  принимает отрицательные значения при  $x < 1,5$ .

Если  $k > 0$ , то:

$y > 0$  при  $x > -\frac{b}{k}$ ;

$y < 0$  при  $x < -\frac{b}{k}$

Если  $k < 0$ , то:

$y > 0$  при  $x < -\frac{b}{k}$ ;

$y < 0$  при  $x > -\frac{b}{k}$

Если  $k = 0$ , то:

$y > 0$  при  $b > 0$ ;

$y < 0$  при  $b < 0$

### График линейной функции

Составим таблицу значений линейной функции  $y = 3x + 2$ , соответствующих некоторым значениям аргумента.

$x$	-2	-1	0	1	2
$y$	-4	-1	2	5	8

Построим точки, координаты которых равны соответственно значениям аргумента (абсцисса) и значениям функции (ордината). Заметим, что построенные точки располагаются на одной прямой. Проведем ее (рис. 38).

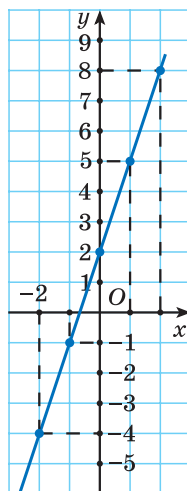


Рис. 38

**Графиком линейной функции является прямая.**

Так как график линейной функции есть прямая, то для ее построения достаточно найти две точки, через которые проходит прямая.

**⊗** Для того чтобы построить график линейной функции, нужно:

<p>① Выбрать два произвольных значения аргумента <math>x_1</math> и <math>x_2</math>.</p> <p>② Найти соответствующие им значения функции <math>y_1</math> и <math>y_2</math>.</p> <p>③ Построить точки с координатами <math>(x_1; y_1)</math> и <math>(x_2; y_2)</math>.</p>	<p>Постройте график функции <math>y = -2x + 3</math>.</p> <p>① <math>x_1 = -1; x_2 = 3</math>.</p> <p>② <math>y_1 = -2 \cdot (-1) + 3 = 5;</math> <math>y_2 = -2 \cdot 3 + 3 = -3.</math></p> <p>③ Построим на координатной плоскости точки с координатами <math>(-1; 5)</math> и <math>(3; -3)</math>.</p>
--	---

④ Провести через эти точки прямую.

④ Проведем через полученные точки прямую (рис. 39).

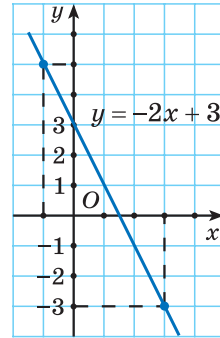


Рис. 39

### Геометрический смысл чисел $k$ и $b$ в формуле $y = kx + b$

Построим график функции  $y = 2x - 3$ .

1. Выберем два произвольных значения аргумента, например  $x_1 = -1$  и  $x_2 = 2$ .

2. Найдем соответствующие им значения функции:  $y_1 = 2 \cdot (-1) - 3 = -5$  и  $y_2 = 2 \cdot 2 - 3 = 1$ .

Полученные результаты можно представить в виде таблицы.

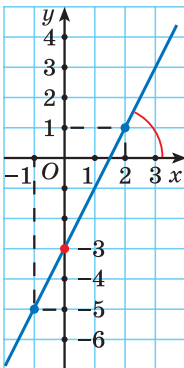


Рис. 40

$x$	-1	2
$y$	-5	1

3. Построим точки с координатами  $(-1; -5)$  и  $(2; 1)$ .

4. Проведем через эти точки прямую (рис. 40).

У линейной функции  $y = 2x - 3$  число  $k = 2 > 0$ , число  $b = -3$ . Заметим, что прямая, являющаяся графиком данной функции, образует с положительным

направлением оси абсцисс острый угол и пересекает ось ординат в точке  $(0; -3)$ .

Построим график функции  $y = -4x + 2$ . Составим таблицу значений функции, соответствующих двум произвольным значениям аргумента.

$x$	-1	1
$y$	6	-2

Построим точки с координатами  $(-1; 6)$  и  $(1; -2)$  и проведем через эти точки прямую (рис. 41).

Для функции  $y = -4x + 2$  число  $k = -4 < 0$ , а  $b = 2$ . Прямая, являющаяся графиком данной функции, образует с положительным направлением оси абсцисс тупой угол и пересекает ось ординат в точке  $(0; 2)$ .

Построим график функции  $y = -5$ . Для данной функции число  $k = 0$ , число  $b = -5$ . Так как  $k = 0$ , то значения функции равны  $-5$  при любом значении аргумента. Графиком функции является прямая, параллельная оси абсцисс и проходящая через точку  $(0; -5)$  (рис. 42).

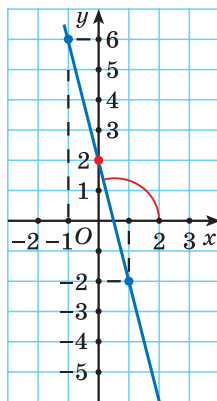


Рис. 41

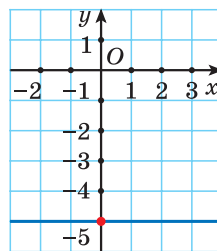


Рис. 42

### Определение

Число  $k$  называется **угловым коэффициентом** прямой, являющейся графиком функции  $y = kx + b$ .

По угловому коэффициенту  $k$  можно определить угол наклона прямой к оси  $Ox$ .

Число  $b$  — ордината точки пересечения прямой с осью ординат.



В общем случае для функции  $y = kx + b$ :

1. Если  $k > 0$ , то прямая образует с положительным направлением оси  $Ox$  острый угол (рис. 43).

2. Если  $k < 0$ , то прямая образует с положительным направлением оси  $Ox$  тупой угол (рис. 44).

3. Если  $k = 0$ , то прямая параллельна оси  $Ox$  (рис. 45).

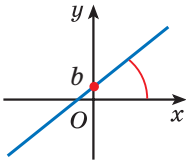


Рис. 43

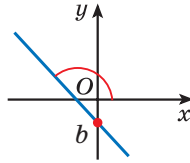


Рис. 44

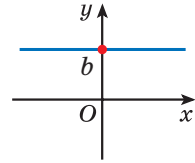


Рис. 45

### Взаимное расположение графиков линейных функций $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$

Рассмотрим функции  $y = 2x + 1$  и  $y = 2x - 3$ .

Для функции  $y = 2x + 1$  составим таблицу значений.

$x$	-1	2
$y$	-1	5

Для функции  $y = 2x - 3$  составим таблицу значений.

$x$	-2	3
$y$	-7	3

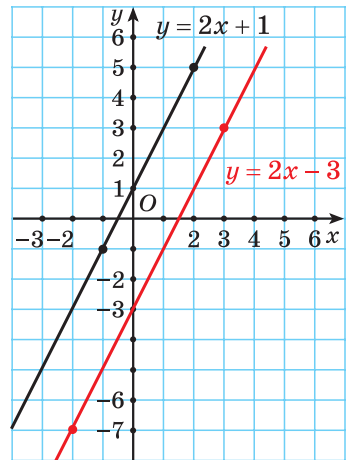


Рис. 46

Построим в одной системе координат графики функций  $y = 2x + 1$  и  $y = 2x - 3$  (рис. 46). Заметим, что у этих функций угловые коэффициенты равны ( $k_1 = k_2 = 2$ ), а  $b_1 \neq b_2$ . Прямые, являющиеся графиками функций  $y = 2x + 1$  и  $y = 2x - 3$ , параллельны.

В общем случае для функций  $y = k_1x + b_1$  и  $y = k_2x + b_2$ :

1. Если угловые коэффициенты линейных функций равны  $k_1 = k_2$ , а  $b_1 \neq b_2$ , то прямые параллельны (рис. 47).

2. Если угловые коэффициенты линейных функций не равны  $k_1 \neq k_2$ , то прямые пересекаются (рис. 48).

3. Если угловые коэффициенты линейных функций равны  $k_1 = k_2$  и  $b_1 = b_2$ , то прямые совпадают (рис. 49).

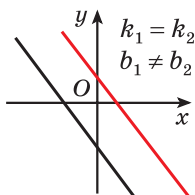


Рис. 47

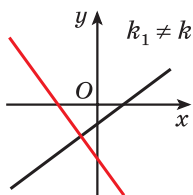


Рис. 48

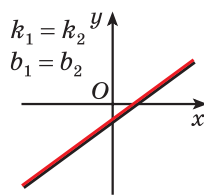


Рис. 49



### Определение линейной функции

1. Определите, какие из функций являются линейными:

- а) зависимость периметра  $P$  квадрата от длины его стороны  $a$ ;
- б) зависимость объема  $V$  куба от длины его ребра  $x$ ;
- в) зависимость площади  $S$  прямоугольника с измерениями  $8$  и  $x$  от  $x$ .

а)  $P(a) = 4a$  — линейная функция вида  $y = kx + b$ , где  $k = 4$ ,  $b = 0$ ;

б) функция  $V(x) = x^3$  не является линейной, так как содержит переменную  $x$  в третьей степени;

в)  $S(x) = 8x$  — линейная функция вида  $y = kx + b$ , где  $k = 8$ ,  $b = 0$ .

2. Определите, какие из функций являются линейными:

- а)  $y = 2x + 5$ ;

а) Функция  $y = 2x + 5$  линейная, так как имеет вид  $y = kx + b$ , где  $k = 2$ ,  $b = 5$ .

<p>б) <math>y = \frac{2}{x} - 6</math>;  в) <math>y = 12x^2 + 7</math>;  г) <math>y = 16x</math>;  д) <math>y = 6 - x</math>;  е) <math>y = 12</math>.</p>	<p>б) Функция <math>y = \frac{2}{x} - 6</math> не является линейной, так как содержит действие деления на переменную <math>x</math>.  в) Функция <math>y = 12x^2 + 7</math> не является линейной, так как содержит переменную <math>x</math> во второй степени.  г) Функция <math>y = 16x</math> линейная, так как имеет вид <math>y = kx + b</math>, где <math>k = 16</math>, <math>b = 0</math>.  д) Функция <math>y = 6 - x</math> линейная, так как имеет вид <math>y = kx + b</math>, где <math>k = -1</math>, <math>b = 6</math>.  е) Функция <math>y = 12</math> линейная, так как имеет вид <math>y = kx + b</math>, где <math>k = 0</math>, <math>b = 12</math>.</p>
<p><b>3.</b> Функция задана формулой <math>f(x) = -3x + 2</math>. Найдите значение функции при значении аргумента, равном:  а) 3; б) -1; в) 0; г) 5,2.</p>	<p>а) <math>f(3) = -3 \cdot 3 + 2 = -7</math>;  б) <math>f(-1) = -3 \cdot (-1) + 2 = 5</math>;  в) <math>f(0) = -3 \cdot 0 + 2 = 2</math>;  г) <math>f(5,2) = -3 \cdot 5,2 + 2 = -13,6</math>.</p>
<p><b>4.</b> Функция задана формулой <math>y = 5 - 8x</math>. Найдите значение аргумента, при котором значение функции равно:  а) -11; б) 0; в) 3.</p>	<p>а) <math>5 - 8x = -11</math>; <math>-8x = -16</math>;  <math>x = 2</math>;  б) <math>5 - 8x = 0</math>; <math>-8x = -5</math>;  <math>x = \frac{5}{8}</math>;  в) <math>5 - 8x = 3</math>; <math>-8x = -2</math>;  <math>x = \frac{1}{4}</math>.</p>
<b>Свойства линейной функции</b>	
<p><b>5.</b> Найдите область определения и множество значений линейной функции:  а) <math>y = 4x + 5</math>;  б) <math>y = -6</math>.</p>	<p>а) Функция <math>y = 4x + 5</math> линейная, ее область определения <math>D(y)</math> — множество всех чисел. Так как для данной функции <math>k = 4 \neq 0</math>, то ее множество значений <math>E(y)</math> — множество всех чисел.</p>

	<p>б) Функция <math>y = -6</math> линейная, ее область определения <math>D(y)</math> — множество всех чисел. Так как для данной функции <math>k = 0</math>, то ее множество значений состоит из единственного числа, равного <math>-6</math>, т. е. <math>E(y) = \{-6\}</math>.</p>
<p>6. Найдите нули функции: а) <math>y = 2x - 15</math>; б) <math>y = 7 - 8x</math>.</p>	<p>а) Решим уравнение: <math>2x - 15 = 0</math>; <math>2x = 15</math>; <math>x = 7,5</math> — нуль функции. б) Решим уравнение: <math>7 - 8x = 0</math>; <math>-8x = -7</math>; <math>x = \frac{7}{8}</math> — нуль функции.</p>
<p>7. Найдите, при каких значениях аргумента функция: а) <math>y = 3 - x</math> принимает положительные значения; б) <math>y = 1,2x + 6</math> принимает отрицательные значения.</p>	<p>а) Решим неравенство: <math>3 - x &gt; 0</math>; <math>-x &gt; -3</math>; <math>x &lt; 3</math>. Функция <math>y = 3 - x</math> принимает положительные значения при <math>x &lt; 3</math>. б) Решим неравенство: <math>1,2x + 6 &lt; 0</math>; <math>1,2x &lt; -6</math>; <math>x &lt; -5</math>. Функция <math>y = 1,2x + 6</math> принимает отрицательные значения при <math>x &lt; -5</math>.</p>
<b>График линейной функции</b>	
<p>8. Определите, принадлежит ли точка <math>M(-1; 5)</math> графику линейной функции <math>y = 2x - 3</math>.</p>	<p>Подставим в формулу <math>y = 2x - 3</math> значение аргумента <math>x = -1</math> и найдем соответствующее значение функции: <math>y = 2 \cdot (-1) - 3 = -5</math>, оно не совпадает с ординатой данной точки <math>M(-1; 5)</math>, значит, точка не принадлежит графику.</p>

9. Постройте график функции  $y = -x + 3$ .

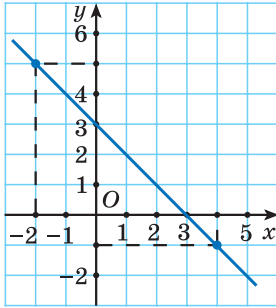


Рис. 50

① Выберем два значения аргумента, например  $x_1 = -2$  и  $x_2 = 4$ .

② Найдем соответствующие им значения функции:

$$y_1 = -1 \cdot (-2) + 3 = 5 \text{ и}$$

$$y_2 = -1 \cdot 4 + 3 = -1.$$

Полученные результаты запишем в таблицу.

$x$	-2	4
$y$	5	-1

③ Построим точки с координатами  $(-2; 5)$  и  $(4; -1)$ .

④ Проведем через эти точки прямую (рис. 50).

### Геометрический смысл чисел $k$ и $b$ в формуле $y = kx + b$

10. Определите, график какой из функций:  $y = -3x - 4$ ;  $y = 2x + 4$ ;  $y = 4$ ;  $y = -2x + 4$ ;  $y = -4x + 2$  — изображен на рисунке 51.

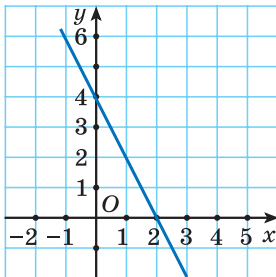


Рис. 51

График функции, изображенный на рисунке 51, составляет тупой угол с положительным направлением оси абсцисс. Значит, угловой коэффициент прямой отрицательный ( $k < 0$ ). График функции пересекает ось ординат в точке с ординатой 4, т. е. у искомой функции  $b = 4$ . Из предложенных функций выберем функцию, у которой  $k < 0$  и  $b = 4$ .

На рисунке изображен график функции  $y = -2x + 4$ .

**Взаимное расположение графиков линейных функций**  
 $y = k_1x + b_1$  и  $y = k_2x + b_2$

**11.** Определите взаимное расположение прямых — графиков линейных функций, не выполняя их построения:

а)  $y = x - 6$  и  $y = 49x$ ;

б)  $y = x$  и  $y = x + 8$ ;

в)  $y = 1,5x + 5$  и  $y = 9$ ;

г)  $y = 5,6 - 7x$  и  $y = 7x$ ;

д)  $y = 0,1x$  и  $y = 0,2x + 0,1$ .

а)  $k_1 = 1, k_2 = 49, k_1 \neq k_2$ , значит, прямые пересекаются;

б)  $k_1 = 1, k_2 = 1, b_1 = 0, b_2 = 8, k_1 = k_2$ , а  $b_1 \neq b_2$ , значит, прямые параллельны;

в)  $k_1 = 1,5, k_2 = 0, k_1 \neq k_2$ , значит, прямые пересекаются;

г)  $k_1 = -7, k_2 = 7, k_1 \neq k_2$ , значит, прямые пересекаются;

д)  $k_1 = 0,1, k_2 = 0,2, k_1 \neq k_2$ , значит, прямые пересекаются.



**1.** Если функция задана формулой  $y = kx + b$ , то верно ли, что ее графиком может быть любая прямая на координатной плоскости?

**2.** Всегда ли прямая  $y = kx + b$  пересекает обе оси координат?

**3.** Верно ли, что значения функции  $y = 3x + 1$  для всех значений аргумента положительны, а значения функции  $y = -3x - 1$  для всех значений аргумента отрицательны?



**3.311.** Определите, какие из функций являются линейными: а) зависимость длины окружности  $C$  от длины ее радиуса  $r$ ; б) зависимость площади квадрата  $S$  от длины его стороны  $a$ ; в) зависимость произведения  $P$  двух чисел  $7$  и  $x$  от  $x$ .

**3.312.** Из данных функций выберите линейные:

а)  $y = \frac{3}{x} + 1$ ;

б)  $y = 3x + 1$ ;

в)  $y = x^2 + 3x$ ;

г)  $y = 3 - x$ .

Назовите числа  $k$  и  $b$  для линейных функций.

**3.313.** Из данных функций выберите ту, которая не является линейной:

а)  $y = 100$ ;                      б)  $y = \frac{x}{7} + 1$ ;                      в)  $y = \frac{2}{x} - 1$ .

Приведите примеры каких-либо линейных функций.

**3.314.** Придумайте два примера линейных функций, для которых: а) числа  $k$  и  $b$  противоположны; б) число  $k$  в три раза больше числа  $b$ .

**3.315.** Функция задана формулой  $y = -2x - 12$ . Найдите значение функции при значении аргумента, равном: а)  $-1$ ; б)  $0$ ; в)  $4,5$ .

**3.316.** Найдите, при каком значении аргумента значение функции  $y = 13 - 5x$  равно: а)  $-2$ ; б)  $0$ ; в)  $13$ .

**3.317.** Функция задана формулой  $f(x) = 5x - 7$ . Определите: а) значение функции при значении аргумента, равном  $2$ ; б) значение аргумента, при котором значение функции равно  $3$ .

**3.318.** Найдите область определения и множество значений линейной функции:

а)  $y = 3x + 4$ ;                      б)  $y = 5 - 7x$ ;  
в)  $y = 4x$ ;                              г)  $y = -9$ .

**3.319.** Найдите нуль функции:

а)  $f(x) = 9x - 1$ ;                      б)  $f(x) = -6x$ ;  
в)  $f(x) = 0,1 - 2x$ ;                      г)  $f(x) = -\frac{3}{4}x - 12$ .

**3.320.** Приведите пример линейной функции:

- а) не имеющей нулей;  
б) нулями которой являются все числа.

**3.321.** Известно, что нулем линейной функции является число  $7,1$ . Определите координаты точки пересечения графика этой функции с осью абсцисс.

**3.322.** Дана функция  $y = 4x - 4$ . Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения графика функции с осями координат.





**3.331.** В одной системе координат постройте графики линейных функций  $y = 3x - 1$ ;  $y = -x + 4$ ;  $y = \frac{2x}{3} + 2$ ;  $y = 3 - 4x$ ;  $y = \frac{6-x}{2}$ ;  $y = -5$ .

**3.332.** Постройте график функции  $y = 2x - 4$ . По графику функции определите:

- а) значение функции при  $x = -1$ ;  
 б) значение аргумента при  $y = -2$ .

**3.333.** Определите, какая из прямых  $y = 4x + 2$ ;  $y = \frac{x}{2}$ ;  $y = 2$  проходит через начало координат. Постройте эту прямую. Пользуясь графиком, найдите, при каких значениях аргумента соответствующая функция принимает отрицательные значения.

**3.334.** Постройте графики линейных функций  $y = 5 - 2x$ ;  $y = 0,25x - 5$ ;  $y = -4x$ ;  $y = \frac{8-3x}{4}$ . Укажите функции, графики которых составляют тупой угол с положительным направлением оси абсцисс. Можно ли назвать такие функции, не выполняя построения их графиков?

**3.335.** Чему равен угловой коэффициент прямой:

- а)  $y = -x + 3$ ;                      б)  $y = x + 3$ ;  
 в)  $y = \frac{x}{5} + 3$ ;                      г)  $y = -8$ ?

Выберите прямые, составляющие острый угол с положительным направлением оси абсцисс. Постройте графики этих прямых.

**3.336.** Из функций  $y = 4x - 1$ ;  $y = 4 - x$ ;  $y = -4x + 2$ ;  $y = -x - 4$  выберите ту, график которой пересекает ось ординат в точке с ординатой 4. Постройте график этой функции. Пользуясь графиком, найдите, при каких значениях аргумента функция принимает положительные значения.

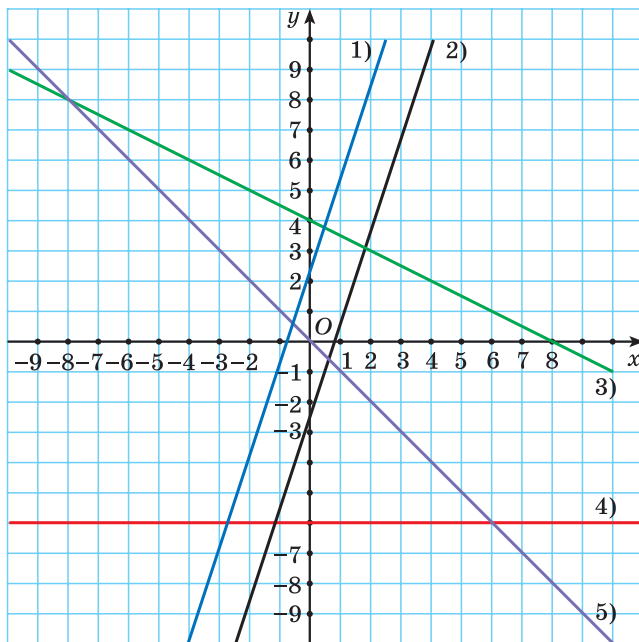


Рис. 52

**3.337.** На рисунке 52 изображены графики функций:

- а)  $y = -6$ ;                      б)  $y = -\frac{x}{2} + 4$ ;      в)  $y = \frac{12x + 9}{4}$ ;  
 г)  $y = 3x - 2,5$ ;              д)  $y = -x$ .

Установите соответствие между формулами функций и их графиками.

**3.338.** Придумайте по два примера линейных функций, графики которых: а) составляют острый угол с положительным направлением оси абсцисс и пересекают ось ординат в точке с отрицательной ординатой; б) составляют тупой угол с положительным направлением оси абсцисс и проходят через начало координат; в) параллельны оси абсцисс и пересекают ось ординат в точке с положительной ординатой.

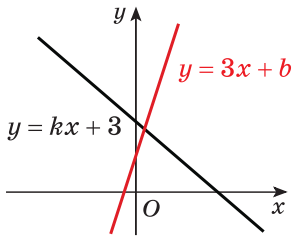


Рис. 53

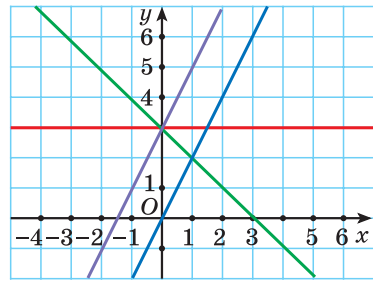


Рис. 54

**3.339.** Запишите формулу линейной функции, график которой параллелен оси абсцисс и проходит через точку  $A(1; 5)$ . Постройте график этой функции. Запишите координаты каких-либо еще двух точек, принадлежащих графику функции.

**3.340.** На рисунке 53 изображены графики функций  $y = kx + 3$  и  $y = 3x + b$ . Укажите верное утверждение: а)  $b < 0$ ; б)  $b > 3$ ; в)  $b < 3$ ; г)  $b = 3$ .

**3.341.** В одной системе координат постройте графики функций  $y = -0,5x + 2$ ;  $y = -0,5x - 1$ ;  $y = 3$ .

**3.342.** При каком значении  $k$  прямые  $y = kx + 8$  и  $y = -5x + 6$  не пересекаются?

**3.343.** Укажите функцию, графика которой нет на рисунке 54: а)  $y = 2x$ ; б)  $y = 2x + 3$ ; в)  $y = -x + 3$ ; г)  $y = 3$ ; д)  $y = 3x - 2$ .

**3.344.** Запишите функцию, график которой параллелен графику функции  $y = 3x - 4$  и пересекает ось ординат в точке  $F(0; -5)$ . Постройте ее график.

**3.345.** Графики функций  $y = -5x$  и  $y = kx + b$  параллельны, причем график функции  $y = kx + b$  проходит через точку  $N(2; -7)$ . Найдите  $k$  и  $b$ .

**3.346.** Постройте график линейной функции, если известно, что он проходит через точку  $A(2; 1)$  и параллелен графику функции  $y = 3x - 1$ .

**3.347.** Постройте графики функций  $y = -3x + 8$  и  $y = 5x$ . Найдите координаты точки их пересечения.

**3.348.** Не выполняя построения, найдите координаты точки пересечения графиков функций:

а)  $y = -2x - 1$  и  $y = 3x + 5$ ;

б)  $y = \frac{2x + 3}{2}$  и  $y = \frac{5x - 1}{3}$ .

**3.349.** При каких значениях аргумента значения функций  $y = -2x + 1$  и  $y = -6x$  равны?

**3.350.** Существует ли значение аргумента, при котором значения функций  $y = \frac{7x - 2}{2}$  и  $y = 3,5x + 4$  равны?

**3.351\*.** Постройте график функции  $y = 5(x + 1)^2 + (x - 3)^2 - 6(x - 1)(x + 1) - 17$ .

Проходит ли построенный график через точку  $A(-35; 33)$ ?

**3.352\*.** Две прямые, изображенные на рисунке 55, пересекаются в точке  $A$ . Найдите абсциссу точки  $A$ .

**3.353\*.** Постройте график функции  $y = (x + 1)^2 - (x + 2)^2 + 6$ . Найдите координаты точек пересечения графика функции с осями координат.

**3.354\*.** Дана линейная функция  $y = kx + 4$ . При каком значении  $k$  график этой функции: а) не пересекает ось абсцисс; б) пересекает ось абсцисс в точке с абсциссой  $-2$ ; в) проходит через точку пересечения графиков функций  $y = 5 - 3x$  и  $y = 2x$ ?

**3.355\*.** Докажите, что графики функций  $y = -5x$ ,  $y = -2x - 3$  и  $y = 0,4x - 5,4$  пересекаются в одной точке.

**3.356\*.** Постройте прямую  $y = -2x + 1$  и прямую, симметричную ей относительно: а) оси ординат; б) оси абсцисс; в) начала координат. В каждом случае запишите уравнение построенной прямой.

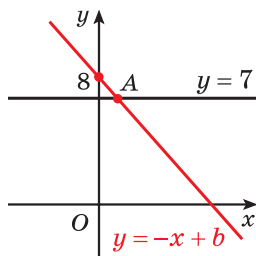


Рис. 55



**3.357.** Определите, какие из функций являются линейными: а) зависимость площади круга  $S$  от длины его радиуса  $r$ ; б) зависимость суммы  $A$  двух чисел  $5$  и  $x$  от  $x$ .

**3.358.** Среди функций  $y = 5x - 1$ ,  $y = x^2 + 4$ ,  $y = 7 - 8x$ ,  $y = \frac{5}{x} + 6$  выберите линейные. Укажите для них значения чисел  $k$  и  $b$ .

**3.359.** Придумайте два примера линейных функций, для которых числа  $k$  и  $b$ : а) равны; б) являются взаимно обратными.

**3.360.** Функция задана формулой  $y = \frac{1}{3}x - 12$ . Найдите значение функции при значении аргумента, равном: а)  $-6$ ; б)  $1$ ; в)  $0$ .

**3.361.** Найдите, при каком значении аргумента значение функции  $y = 6x + 9$  равно: а)  $-3$ ; б)  $0$ ; в)  $-9$ .

**3.362.** Для функции  $f(x) = 10x - 3$  найдите: а) значение функции при значении аргумента, равном  $3$ ; б) значение аргумента, при котором значение функции равно  $7$ .

**3.363.** Найдите область определения и множество значений линейной функции:

а)  $y = 5x - 7$ ;                      б)  $y = -6x$ ;                      в)  $y = 10$ .

**3.364.** Найдите нуль функции:

а)  $f(x) = 6x + 2$ ;                      б)  $f(x) = 3x$ ;                      в)  $f(x) = -\frac{2}{3}x + 6$ .

Придумайте пример линейной функции, нулем которой является число  $12$ .

**3.365.** График линейной функции пересекает ось абсцисс в точке  $F(-4; 0)$ . Найдите нуль этой функции.

**3.366.** Дана функция  $y = 5x - 10$ . Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения графика функции с осями координат.

**3.367.** Для функции  $y = -2x + 9$  найдите: а) нуль функции; б) значения аргумента, при которых функция принимает положительные значения; в) значения аргумента, при которых функция принимает отрицательные значения.

**3.368.** Через какие из точек  $A(-3; -10)$ ;  $B(2; 0)$ ;  $C(0; 4)$  проходит прямая  $y = 2x - 4$ ? Назовите еще какие-либо две точки, через которые проходит эта прямая.

**3.369.** В одной системе координат постройте графики функций  $y = 2x + 1$ ;  $y = -x + 3$ ;  $y = -\frac{1}{2}x - 2$ ;  $y = 6$ . Определите координаты точки пересечения графика каждой функции с осью ординат. Можно ли определить координаты этих точек, не выполняя построения графиков?

**3.370.** Какая из прямых  $y = 2x + 4$ ;  $y = -\frac{x}{4}$ ;  $y = 4x - 2$  проходит через точку  $A(0; 4)$ ? Постройте эту прямую. Пользуясь графиком, найдите, при каких значениях аргумента соответствующая функция принимает положительные значения.

**3.371.** Выберите прямую, угловой коэффициент которой равен  $-3$ :

- а)  $y = 8x - 3$ ;                      б)  $y = 5 - 3x$ ;  
 в)  $y = -3$ ;                              г)  $y = -\frac{1}{3}x + 2$ .

Верно ли, что эта прямая составляет острый угол с положительным направлением оси абсцисс?

**3.372.** Какой из графиков (рис. 56) может являться графиком функции  $y = 2x - 3$ ?

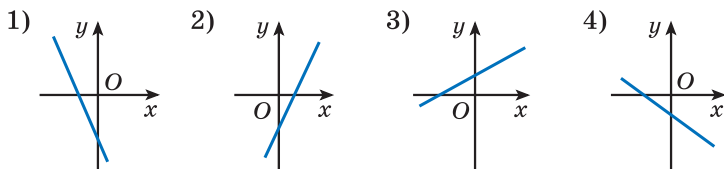


Рис. 56

**3.373.** Из данных функций выберите те, графики которых составляют тупой угол с положительным направлением оси абсцисс и пересекают ось ординат в точке с положительной ординатой:

- а)  $y = 4x - 3$ ;                      б)  $y = -3x + 8$ ;  
в)  $y = 1 - x$ ;                        г)  $y = 4x$ .

Постройте графики выбранных функций.

**3.374.** При каком значении  $b$  прямые  $y = 3x + b$  и  $y = -8x - 2$  пересекаются в точке, лежащей на оси ординат?

**3.375.** На рисунке 57 изображен график функции  $y = -2x + b$ . Найдите значение  $b$ . Найдите значение функции при  $x = -33$ .

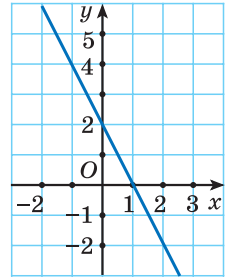


Рис. 57

**3.376.** Запишите формулу линейной функции, график которой параллелен оси абсцисс и проходит через точку  $A(-3; -7)$ . Постройте график этой функции.

**3.377.** В одной системе координат постройте графики функций  $y = 2x$ ;  $y = 2x - 3$ ;  $y = 2x + 5$ .

**3.378.** Запишите функцию, график которой параллелен графику функции  $y = -3x + 4$  и пересекает ось ординат в точке  $B(0; 3)$ . Постройте ее график.

**3.379.** Графики функций  $y = kx$  и  $y = 3x + b$  параллельны, причем график функции  $y = 3x + b$  проходит через точку  $N(-1; 2)$ . Найдите  $k$  и  $b$ .

**3.380.** Постройте графики функций  $y = 3x - 5$  и  $y = -2x$ . Найдите координаты точки их пересечения.

**3.381.** Найдите координаты точки пересечения графиков функций  $y = \frac{x - 2}{2}$  и  $y = \frac{2x - 1}{5}$ , не выполняя построения графиков.

**3.382.** При каких значениях аргумента значения функций  $y = 5x - 2$  и  $y = -6x$  равны?

**3.383\*.** Постройте график функции

$$y = 2(x - 1)^2 + (x + 1)^2 - 3(1 + x)(x - 1) - 2.$$

**3.384\*.** Дана линейная функция  $y = 4x + b$ . При каком значении  $b$  график этой функции проходит через точку пересечения графиков функций  $y = -0,5x + 1$  и  $y = -x - 1$ ?

**3.385\*.** Постройте график функции  $y = (x - 3)^2 - (x - 2)^2$ . Найдите координаты точек пересечения графика этой функции с осями координат.



**3.386.** Выразите 0,00025 мм в сантиметрах и запишите ответ в стандартном виде.

**3.387.** Проездной билет на месяц стоит 50 р. Студент приобрел проездной билет и сделал за месяц 112 поездок. Выясните, удалось ли студенту сэкономить, если стоимость разовой поездки составляет 1,2 % от стоимости проездного билета.

**3.388.** Найдите НОД и НОК чисел 125; 1575; 2025.

**3.389.** Вычислите:  $\frac{1,3 \cdot 4 - 3,3 \cdot 3 - 1,3 \cdot 5 + 3,3 \cdot 4}{1,1 \cdot 2 + 0,7 \cdot 2}$ .

**3.390.** Решите неравенство  $\frac{x + 2}{15} - \frac{7x - 1}{5} \leq \frac{5 - 2x}{9}$ .

**3.391.** Выразите 1 тыс. секунд в часах. Полученный ответ округлите до десятых.

**3.392.** На конференцию по развитию искусственного интеллекта приехали 165 делегатов из разных стран. Из них 70 человек говорят на английском языке, 70 — на китайском, а 35 человек владеют только французским языком. Найдите число делегатов, говорящих и на английском и на китайском языках.