


4.30. Когда поезд прошел 37,5 % пути между станциями, то до половины пути ему осталось пройти 20 км. Найдите длину пути между станциями.

§ 22. График линейного уравнения $ax + by = c$ с двумя переменными

 **4.31.** На рисунке 60 изображен график функции $y = -x + 4$. Найдите координаты точки пересечения этого графика с прямой:

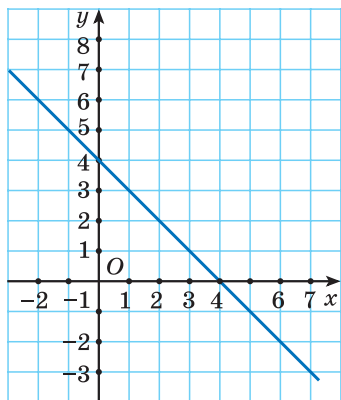


Рис. 60

а) $y = 5$; б) $y = -2$; в) $y = x$.

4.32. Функция задана формулой $y = \frac{1}{3}x - 4$. Найдите:


а) значение функции, если значение аргумента равно 9;

б) значение аргумента, если значение функции равно 8.

4.33. Постройте график функции $y = -2x + 3$. Принадлежит ли этому графику точка:

а) $A(0; 3)$; б) $B(-2; 3)$;

в) $C(100; -197)$?

 Рассмотрим линейное уравнение с двумя переменными $ax + by = c$.

1. Если $b \neq 0$, то разделим обе части уравнения $ax + by = c$ на b и выразим переменную y :

$$\frac{ax}{b} + y = \frac{c}{b}; \quad y = -\frac{ax}{b} + \frac{c}{b}.$$

Получили линейную функцию

$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$. Ее график — прямая.

$$ax + by = c,$$

$$b \neq 0$$

$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$$

График —
прямая

Рассмотрим, например, уравнение $3x + 2y = 6$. Разделим обе части уравнения на 2 и выразим переменную y : $\frac{3x}{2} + y = 3$; $y = -\frac{3}{2}x + 3$. Это уравнение задает линейную функцию, график которой изображен на рисунке 61.

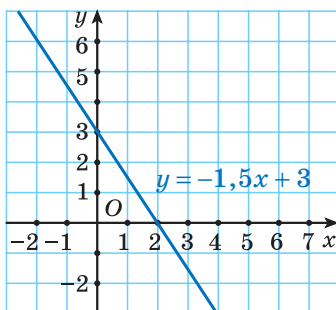


Рис. 61

2. Если $b \neq 0$, $a = 0$, то из уравнения $0x + by = c$, т. е. $by = c$, получим $y = \frac{c}{b}$. Если $c \neq 0$, то графиком линейной функции $y = \frac{c}{b}$ является прямая, параллельная оси абсцисс. Если $c = 0$, то графиком функции $y = 0$ является ось абсцисс.

$$ax + by = c,$$

$$b \neq 0, a = 0, c \neq 0$$

$$y = \frac{c}{b}$$

График — прямая,
параллельная оси
абсцисс

Например, если $0x + 3y = 6$, то $y = 2$. Это значит, что для любого значения x значение y равно 2. Графически это означает, что все точки графика лежат на прямой, параллельной оси абсцисс, проходящей через точку $(0; 2)$ (рис. 62).

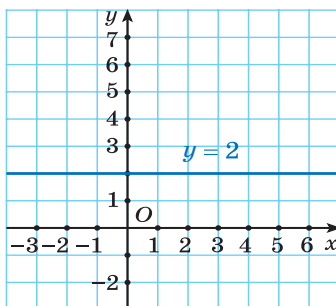


Рис. 62

3. Если $b = 0$, $a \neq 0$, то линейное уравнение с двумя переменными $ax + by = c$ принимает вид $ax = c$, откуда $x = \frac{c}{a}$. Если $c \neq 0$, то его графиком является прямая, параллельная оси ординат. Если $c = 0$, то графиком уравнения $x = 0$ является ось ординат.

$$ax + by = c,$$

$$b = 0, a \neq 0, c \neq 0$$

$$x = \frac{c}{a}$$

График — прямая,
параллельная оси
ординат

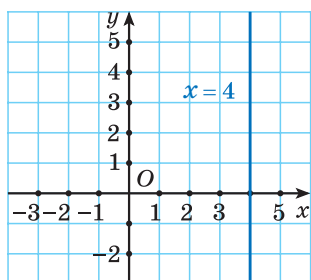


Рис. 63

Например, если $5x + 0y = 20$, то $x = 4$, т. е. для любого значения y значение x равно 4. Графически это означает, что все точки графика лежат на прямой, параллельной оси ординат и проходящей через точку $(4; 0)$ (рис. 63).



Графиком линейного уравнения $ax + by = c$ с двумя переменными является прямая.



График линейного уравнения $ax + by = c$ с двумя переменными

Постройте график линейного уравнения:

а) $2x + 3y = -6$; б) $0x - 4y = 8$; в) $4x - 0y = 12$.

Решение: а) Так как коэффициент перед переменной y не равен нулю ($b \neq 0$), то выразим из уравнения переменную y . Получим линейную функцию $y = -\frac{2}{3}x - 2$, графиком которой служит прямая. Построим график, задав две точки, координаты которых удовлетворяют уравнению. Выберем, например, $x = 3$, тогда $y = -\frac{2}{3} \cdot 3 - 2$, $y = -4$. Построим точку $(3; -4)$. Выберем еще одно значение: $x = -6$, тогда

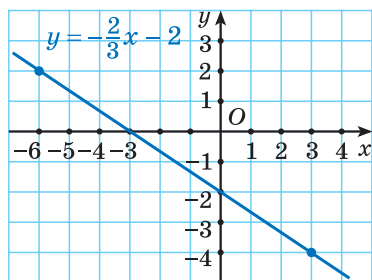


Рис. 64

$y = -\frac{2}{3} \cdot (-6) - 2$, $y = 2$. Построим точку $(-6; 2)$. Проведем прямую через точки $(3; -4)$ и $(-6; 2)$ (рис. 64).

б) Выразим из уравнения $0x - 4y = 8$ ($b \neq 0$, $a = 0$) переменную y и получим

$y = -2$. График этой функции — прямая, параллельная оси абсцисс и проходящая через точку $(0; -2)$ (рис. 65).

в) Так как коэффициент перед y равен нулю ($b = 0, a \neq 0$), то график уравнения $4x - 0y = 12$ — прямая, параллельная оси ординат и проходящая через точку $(3; 0)$ (рис. 66).

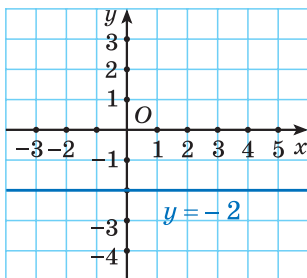


Рис. 65

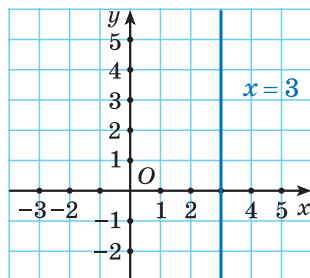


Рис. 66

- ?** 1. Все точки графика уравнения $3x + 2y = 6$ лежат на прямой, пересекающей обе оси координат. Запишите еще два линейных уравнения с двумя переменными, графики которых пересекают обе оси координат.
2. Все точки графика уравнения $0x + 2y = -8$ лежат на прямой, параллельной оси абсцисс. Запишите еще два линейных уравнения с двумя переменными, графики которых параллельны оси абсцисс.
3. Все точки графика уравнения $3x + 0y = 6$ лежат на прямой, параллельной оси ординат. Запишите еще два линейных уравнения с двумя переменными, графики которых параллельны оси ординат.



4.34. Выберите уравнение, графиком которого является прямая, параллельная оси абсцисс:

- а) $5x + 4y = 13$; б) $9x + 0y = 2$;
 в) $0x + 8y = 24$; г) $x = 2$.

4.35. Выберите уравнения, графики которых проходят через точку $A(-1; 2)$:

а) $3x - y = 5$;

б) $x - 2y = 0$;

в) $-x + 10y = 21$;

г) $0x + y = 2$.

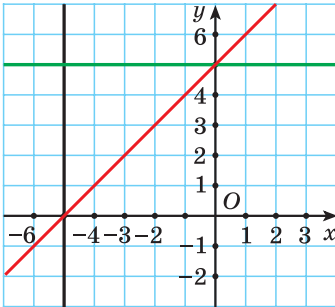


Рис. 67

4.36. Выберите уравнение, графика которого нет на рисунке 67:

а) $x = -5$;

б) $5x + y = 0$;

в) $-x + y = 5$;

г) $y - 5 = 0$.

4.37. Постройте график уравнения $x + y = 4$.

4.38. Постройте график уравнения $2x - y = 3$.

4.39. Найдите координаты точек пересечения прямой с осями координат:

а) $x - y = 7$;

б) $3x + y = 1$.

4.40. Постройте график уравнения:

а) $0x + 4y = 20$;

б) $-3x + 0y = -12$;

в) $1,2x = -3,6$;

г) $\frac{y}{2} = 1,5$.

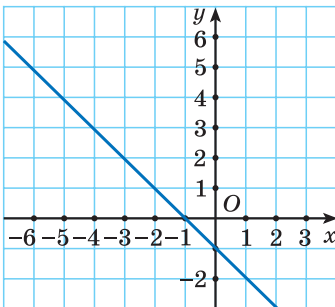


Рис. 68

4.41. По графику линейного уравнения с двумя переменными (рис. 68) найдите три каких-либо его решения.

4.42. Постройте график уравнения:

а) $3x + y - 4 = 0$;

б) $y - 2x = 0$.

4.43. График уравнения $-5x - 6y = 11$ проходит через точку с ординатой 4. Найдите абсциссу этой точки.

4.44. Постройте график уравнения:

а) $3(x+y) - y = 4$; б) $(x - 2y) - 2(x - y) - 5 = 0$.

4.45. График уравнения $x - y = a$ проходит через точку $N(-2; 3)$. Найдите число a .

4.46*. Выберите уравнения, графики которых совпадают:

а) $x - 2y = 3$; б) $-2x + 4y = -6$;
в) $0,5x - y = 1,5$; г) $x + 2y = 3$.

4.47*. Укажите точки первой координатной четверти с целыми координатами, принадлежащие прямой $2x + 5y = 19$. Дайте ответ, не выполняя построения.



4.48. Выберите уравнение, график которого не пересекает ось ординат:

а) $2x + 8y = 11$; б) $5x + 0y = -8$;
в) $0x - 9y = 11$; г) $3x - 5y = 15$.

4.49. Выберите точки, принадлежащие графику уравнения $3x - 4y = 12$:

а) $A(4; -1)$; б) $B(4; 0)$;
в) $C(2; -1,5)$; г) $D(0; -3)$.

4.50. Выберите уравнение, график которого изображен на рисунке 69:

а) $y = -2x$;
б) $2x - y + 5 = 0$;
в) $2x + y = 1$;
г) $y + x + 1 = 0$.

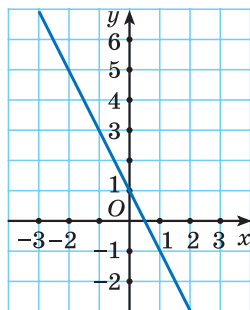


Рис. 69

4.51. Постройте график уравнения:

- а) $x + y = 5$; б) $-2x + 3y = 4$;
 в) $0x - 8y = 32$; г) $-x + 0y = 3$.

4.52. График уравнения $8x - 5y = 14$ проходит через точку с абсциссой 3. Найдите ординату этой точки.

4.53. График уравнения $x + y = a$ проходит через точку $M(4; -1)$. Найдите число a .



4.54. Найдите значение выражения

$$(2 - 6,588 : 6,1) : 0,01.$$

4.55. Разложите на множители $a^2 - b^2 - 3(a - b)$.

4.56. Файл объемом 60 Мб скачивается с сайта за 5 с. За какое время скачается файл объемом 885 Мб, если скорость скачивания увеличится на 25 %?

§ 23. Система линейных уравнений с двумя переменными

 **4.57.** Найдите отношение значений величин:

- а) 15 мин и 1 ч; б) 1,8 м и 12 см.

4.58. Найдите значение выражения $-2m + n^2$ при:

- а) $m = 5$; $n = 3$; б) $m = \frac{1}{2}$; $n = -2$.

4.59. Приведите пример линейной функции, график которой:

- а) параллелен графику функции $y = -2x + 7$;
 б) пересекает график функции $y = x - 8$.

4.60. Проверьте, принадлежит ли точка $(1; 2)$ графику уравнения $2x - y = 0$.

4.61. Даны два линейных уравнения с двумя переменными: $x - y = 3$ и $x + y = 5$. Найдите пару