




-  Рассмотрим, как найти все пары чисел, удовлетворяющие каждому уравнению системы
- $$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases} \text{ т. е. решить систему уравнений.}$$

### Способ подстановки

-  Чтобы решить систему уравнений способом подстановки, нужно:

- ① Из одного уравнения системы выразить одну из переменных.
- ② Заменить во втором уравнении эту переменную на ее выражение.
- ③ Решить полученное уравнение, найти значение другой переменной.
- ④ Найденное значение переменной подставить в выражение из п. ① и найти значение выраженной переменной.
- ⑤ Записать ответ — упорядоченную пару найденных значений переменных.

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + y = 7, \\ 3x - 4y = 5. \end{cases}$$

- ① Из первого уравнения выразим  $y$ :  $2x + y = 7$ ;  $y = 7 - 2x$ .

② Подставим выражение для  $y$  во второе уравнение системы:

$$\begin{cases} y = 7 - 2x, \\ 3x - 4(7 - 2x) = 5. \end{cases}$$

- ③ Решим второе уравнение системы:

$$\begin{aligned} 3x - 4(7 - 2x) &= 5; \\ 3x - 28 + 8x &= 5; \\ 11x &= 33; x = 3. \end{aligned}$$

- ④ Найденное значение переменной  $x = 3$  подставим в выражение для  $y$ :

$$\begin{cases} y = 7 - 2x, \\ x = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 7 - 2 \cdot 3, \\ x = 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1, \\ x = 3. \end{cases}$$

- ⑤ *Ответ:* (3; 1).

### Способ сложения

Рассмотрим случай, когда коэффициенты перед  $x$  или  $y$  являются противоположными числами.

⊗ Чтобы решить систему уравнений способом сложения, нужно:

① Одно из уравнений системы оставить без изменений, а другое заменить суммой уравнений системы.

② Из полученного уравнения (суммы) найти значение переменной.

③ Подставить это значение переменной в оставленное без изменений уравнение системы.

④ Решить полученное линейное уравнение, т. е. найти значение другой переменной.

⑤ Записать ответ.

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y = 7, \\ 3x - 2y = 5 \end{cases} \text{ способом сложения.}$$

① Заметим, что коэффициенты перед одной из переменных ( $y$ ) являются противоположными числами. Поэтому одно из уравнений системы оставим без изменений, а другое заменим суммой двух уравнений системы:  $2x + 3x + 2y - 2y = 7 + 5$ ;  $5x = 12$ . Получим новую систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 7, \\ 5x = 12. \end{cases}$$

② Из второго уравнения этой системы найдем значение  $x$  и получим следующую систему:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 7, \\ x = 2,4. \end{cases}$$

③ Найденное значение  $x = 2,4$  подставим в первое уравнение. Получим:

$$\begin{cases} 2 \cdot 2,4 + 2y = 7, \\ x = 2,4. \end{cases}$$

④ Решим первое уравнение системы:

$$2 \cdot 2,4 + 2y = 7, \quad 2y = 2,2, \quad y = 1,1.$$

⑤ Запишем ответ:  $(2,4; 1,1)$ .

Если коэффициенты перед  $x$  или  $y$  не являются противоположными числами, то получить их можно, умножив каждое (или одно) из уравнений системы на дополнительный множитель.

Например, решим систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x + 5y = 16, \\ 3x - 2y = 5. \end{cases}$$

В этой системе нет противоположных коэффициентов перед одинаковыми переменными. Получим их, умножив первое уравнение (левую и правую его части) системы на 2, а второе — на 5. Имеем:

$$\begin{cases} 4x + 10y = 32, \\ 15x - 10y = 25. \end{cases}$$

Решим эту систему уравнений способом сложения:

$$\begin{cases} 4x + 10y = 32, \\ 19x = 57; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 5y = 16, \\ x = 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot 3 + 5y = 16, \\ x = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2, \\ x = 3. \end{cases}$$

Ответ: (3; 2).



#### Способы решения системы линейных уравнений с двумя переменными

Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x + y = 3, \\ 2x - 5y = 9. \end{cases}$$

##### Способ подстановки

① Выразим переменную  $y$  из первого уравнения и по-

лучим: 
$$\begin{cases} y = 3 - 2x, \\ 2x - 5y = 9. \end{cases}$$

##### Способ сложения

① Умножим первое уравнение на  $-1$ , получим:

$$\begin{cases} -2x - y = -3, \\ 2x - 5y = 9. \end{cases}$$

② Подставим выражение  $y = 3 - 2x$  во второе уравнение вместо  $y$  и получим:

$$\begin{cases} y = 3 - 2x, \\ 2x - 5(3 - 2x) = 9. \end{cases}$$

③ Решим второе уравнение системы:

$$\begin{cases} y = 3 - 2x, \\ 2x - 15 + 10x = 9; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3 - 2x, \\ 12x = 24; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3 - 2x, \\ x = 2. \end{cases}$$

④ Подставим значение  $x = 2$  в первое уравнение:

$$\begin{cases} y = 3 - 2 \cdot 2, \\ x = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} y = -1, \\ x = 2. \end{cases}$$

⑤ Пара  $(2; -1)$  — решение системы уравнений.

② Сложим почленно два уравнения системы и получим  $-6y = 6$ .

③ Первое уравнение исходной системы оставим без изменений, а второе заменим суммой уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y = 3, \\ -6y = 6. \end{cases}$$

④ Найдем переменную  $y$  из второго уравнения и подставим это значение в первое уравнение:

$$\begin{cases} 2x + y = 3, \\ y = -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 1 = 3, \\ y = -1; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2, \\ y = -1. \end{cases}$$

⑤ Пара  $(2; -1)$  — решение системы уравнений.

- ❓ 1. Приведите пример системы линейных уравнений с двумя переменными, которую рациональнее решать способом сложения.
2. Приведите пример системы линейных уравнений с двумя переменными, которую рациональнее решать способом подстановки.



**4.90.** Решите систему уравнений способом подстановки:

а)  $\begin{cases} x = 7 - 5y, \\ 3x + 2y = -5; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 5x - 2y = 7; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} x + 5y = 0, \\ 3x + 7y = 16; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} 3x - y = 0, \\ 2x + 3y = 22. \end{cases}$

**4.91.** Решите систему уравнений способом подстановки, используя алгоритм:

$$\text{а) } \begin{cases} x + y = 6, \\ 5x - 2y = 9; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x - 2y = 3, \\ 5x + y = 4; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 4x - 9y = 3, \\ x + 3y = 6; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 3x - y = -5, \\ -5x + 2y = 1. \end{cases}$$

**4.92.** Решите систему уравнений способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} x - 3y + 2 = 0, \\ 2x - 4y + 1 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{1}{2}(x + y) = 8, \\ \frac{1}{4}(x - y) = 4; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{7y - x}{3} = -2, \\ \frac{x + 14y}{3} = 4,5; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{y}{2} = \frac{x}{5}, \\ 2x + 3y = 16. \end{cases}$$

**4.93.** Решите систему уравнений способом сложения, используя алгоритм:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x + y = 13, \\ 3x - y = 2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4x + 7y = 40, \\ -4x + 9y = 24; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 5x - 2y = 3, \\ 7x + 2y = 9; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} -3x + 5y = 10, \\ 3x + y = 14. \end{cases}$$

**4.94.** Умножьте одно из уравнений системы на  $(-1)$  и решите систему уравнений способом сложения:

$$\text{а) } \begin{cases} x + 5y = 8, \\ x + 4y = 7; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x - 5y = 1, \\ 4x - 5y = 7; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2y - 3x = 9, \\ y - 3x = 12; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2x - y = -1, \\ 6x - y = 7. \end{cases}$$

**4.95.** Определите, на какое число удобно умножить одно из уравнений системы, и решите систему уравнений способом сложения:

а) 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ 5x + 4y = 1; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} 2x - 5y = 2, \\ 6x - 7y = -2; \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 3, \\ 5x + 6y = 9; \end{cases}$$

г) 
$$\begin{cases} 5x - 4y = 8, \\ x - y = 2. \end{cases}$$

**4.96.** Решите систему уравнений способом сложения:

а) 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ 2x + 5y = 16; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 5, \\ 3x + 2y = 14; \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} 7x + 6y = 1,5, \\ 4x - 9y = 5; \end{cases}$$

г) 
$$\begin{cases} 3x - 7y = -32, \\ 2x - 3y = -3. \end{cases}$$

**4.97.** Приведите уравнения системы к уравнениям с целыми коэффициентами и решите систему уравнений способом сложения:

а) 
$$\begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 0, \\ 2x + y = 26; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} \frac{2x+1}{5} = \frac{y-1}{2}, \\ 4x + 5y = 23. \end{cases}$$

**4.98.** Решите систему уравнений наиболее рациональным способом:

а) 
$$\begin{cases} 1,2x - 3,4y = 12, \\ 2,5x + 1,4y = 25; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} 2,5x - 1,25y = 7,5, \\ 1,2x + 0,7y = 8,8; \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} 0,3x - 0,5y = 1,18, \\ 1,6x + 2y = -3,04; \end{cases}$$

г) 
$$\begin{cases} 0,5x + 5,5 = \frac{1}{3}y + 6\frac{1}{3}, \\ 5x = 3y + 8. \end{cases}$$

**4.99.** Среди решений уравнения  $2x + y = 24$  найдите пару, которая:

- а) состоит из двух равных чисел;
- б) состоит из двух противоположных чисел.

**4.100.** Не выполняя построения, найдите координаты точки пересечения графиков уравнений

$$5x - 2y = 0 \text{ и } x + 2y = 12.$$

**4.101.** Решите систему уравнений:

а) 
$$\begin{cases} 12x + 3y - 9 = 2x + 13, \\ 8x + 20 = 10 + 2(x + 2y); \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} 3(x + y) + 1 = x + 4y, \\ 7 - 2(x - y) = x - 8y; \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} 1 + 2(x - y) = 3x - 4y, \\ 10 - 4(x + y) = 3y - 3x; \end{cases}$$

г) 
$$\begin{cases} 2 - 5(0,2y - 2x) = 3(3x + 2) + 2y, \\ 4(x - 2y) - (2x + y) = 2 - 2(2x + y). \end{cases}$$

**4.102.** Задайте линейную функцию формулой, если известно, что ее график проходит через точки  $A(1; 1)$  и  $B(2; 5)$ .

**4.103.** Решите систему уравнений:

а) 
$$\begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 2, \\ \frac{2x}{3} + y = 8; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} \frac{3x}{4} + \frac{3y}{8} = 4,5, \\ \frac{2x}{3} - \frac{y}{12} = \frac{2}{3}. \end{cases}$$

**4.104.** Запишите формулу, задающую линейную функцию, график которой представлен на рисунке 74.



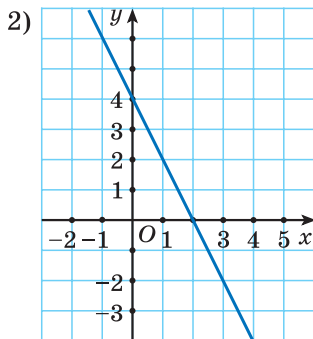
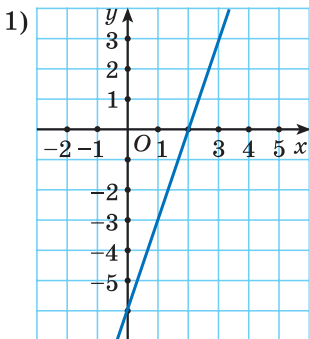


Рис. 74

**4.105.** Решите систему уравнений:

а) 
$$\begin{cases} \frac{x-2}{4} + \frac{y-2}{4} = 2, \\ \frac{x-2}{3} - \frac{y-2}{9} = 1\frac{1}{3}; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} \frac{x+y}{3} + \frac{y}{5} = -2, \\ \frac{3x}{4} - \frac{2x-y}{4} = -1\frac{1}{2}; \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} \frac{3y-2}{4} - \frac{2x-1}{5} = -2, \\ \frac{3x+1}{5} - \frac{3y+2}{4} = 0; \end{cases}$$

г) 
$$\begin{cases} \frac{3x-7}{4} = \frac{2y-3}{5} + 1, \\ \frac{2x-y}{2} - 1 = y - 2; \end{cases}$$

д) 
$$\begin{cases} \frac{1}{9}(x+y) - \frac{1}{3}(x-y) = 2, \\ \frac{1}{6}(2x-y) - \frac{1}{3}(3x+2y) = -20. \end{cases}$$

**4.106.** Проходит ли прямая  $3x - 7y = 1$  через точку пересечения прямых  $2x + y = -5$  и  $5x - y = -9$ ?

**4.107.** Выполните преобразования уравнений системы и решите ее:

а) 
$$\begin{cases} (x+5)^2 - (x-4)^2 = (y+4)^2 - (y-5)^2, \\ 13y - 2x(4-x) = (2+x)^2 + (3-x)^2; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} (x-2)(y+6) = xy + 13, \\ (y-2)(x+4) = xy - 13. \end{cases}$$

**4.108.** Прямая проходит через точки  $A(-1; 4)$  и  $B(3; -4)$ . Найдите координаты точки пересечения данной прямой с осью абсцисс.

**4.109.** Запишите уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $3x - y = 2$  и  $2y - x = 1$  и параллельной графику прямой  $y = 2x + 13$ .

**4.110.** Найдите расстояние от точки пересечения прямых  $x - y = -0,2$  и  $5x + 5y = 7$  до оси абсцисс; оси ординат.

**4.111\*.** Найдите, при каких значениях  $a$  и  $b$  пара чисел  $(2; -1)$  является решением системы уравнений

$$\begin{cases} ax + by = 36, \\ ax - by = 8. \end{cases}$$

**4.112\*.** Решите систему уравнений, используя тождественные преобразования:

а) 
$$\begin{cases} x - 3y = 2, \\ xy - 3y^2 = -2; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} 3x + y = 7, \\ 3xy + y^2 = 7; \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} x + y = 4, \\ x^2 - y^2 = 8; \end{cases}$$

г) 
$$\begin{cases} x - y = 2, \\ x^2 - y^2 = 16. \end{cases}$$

**4.113\*.** С помощью замены переменных решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{19x + 5y + 7}{12} - \frac{21x - 10y + 2}{7} = 3, \\ \frac{5(19x + 5y + 7)}{12} - \frac{11(21x - 10y + 2)}{7} = 3. \end{cases}$$

**4.114\*.** Решите систему уравнений:

а) 
$$\begin{cases} x + y = 3, \\ 3|y| - x = 1; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} x + |y| = 2, \\ 3x + |y| = 4. \end{cases}$$



**4.115.** Решите систему уравнений способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} x = 4 + 5y, \\ 4x - 3y = -1; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} y = 3x - 3, \\ 3x - 2y = 0; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x - 2y = 0, \\ 2x - 3y = 7; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 5x - y = 0, \\ 3x - 2y = 21. \end{cases}$$

**4.116.** Решите систему уравнений способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} x + y = 7, \\ 5x - 3y = 11; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x - 3y = 6, \\ 2x - 5y = -4; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 3x + y = 7, \\ 9x - 4y = -7; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2x + 4y = 90, \\ -x + 3y = -10. \end{cases}$$

**4.117.** Решите систему уравнений способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x + 7y - 8 = 0, \\ x + 5y - 4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{1}{6}(x + y) = 4, \\ \frac{1}{3}(x - y) = 8; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{7x - y}{2} = -3, \\ \frac{-8x + 5y}{2} = 1,5; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{x}{5} = \frac{y}{7}, \\ 2x + 5y = 90. \end{cases}$$

**4.118.** Решите систему уравнений способом сложения, используя алгоритм:

$$\text{а) } \begin{cases} x + 3y = 17, \\ 2y - x = -2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4x + 3y = -15, \\ 5x + 3y = -3. \end{cases}$$

**4.119.** Решите систему уравнений способом сложения:

$$\text{а) } \begin{cases} 9x + 4y = 8, \\ 5x + 2y = 3; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x - 2y = 11, \\ 4x - 5y = 3. \end{cases}$$

**4.120.** Решите систему уравнений способом сложения:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 0, \\ 2x - y = 2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{x-5}{3} = \frac{3y+2}{4}, \\ 4x + 9y = -10. \end{cases}$$

**4.121.** Решите систему уравнений наиболее рациональным способом:

$$\text{а) } \begin{cases} 0,1x + 0,2y = 0,3, \\ 0,4x + 0,5y = 0,9; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 0,6x - 0,2 = 19 - 3y, \\ 0,5y - \frac{5}{6} = 15\frac{2}{3} - 2x. \end{cases}$$

**4.122.** Не выполняя построения, найдите координаты точки пересечения графиков уравнений

$$4x + 3y = 0 \text{ и } x - 3y = 15.$$

**4.123.** Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} 3 - (x - 2y) - 4y = 18, \\ 2x - 3y + 3 = 2(3x - y); \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3(y - 2x) - (5y + 2) = 5(1 - x), \\ 7 - 6(x + y) = 2(3 - 2x) + y. \end{cases}$$

**4.124.** Задайте линейную функцию формулой, если известно, что ее график проходит через точки  $A(-1; 5)$  и  $B(1; 1)$ .

**4.125.** Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{5x}{2} + \frac{y}{5} = -4, \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = \frac{1}{6}; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{x+3}{2} - \frac{y-2}{3} = 2, \\ \frac{x-1}{4} + \frac{y+1}{3} = 4; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{x-1}{3} + \frac{y-1}{3} = 2, \\ \frac{x-1}{2} - \frac{y-15}{6} = 4; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \frac{5y-x}{3} - 2 = \frac{2y-x}{2} + 9, \\ \frac{3y-x}{5} = y - 8. \end{cases}$$

**4.126.** Среди решений уравнения  $11x - 6y = 25$  найдите пару, которая состоит из двух одинаковых чисел.

**4.127.** Выясните, проходит ли прямая  $9x - 2y = 1$  через точку пересечения прямых  $y - 2x = 5$  и  $x + y = 11$ .

**4.128.** Прямая проходит через точки  $A(8; 2)$  и  $B(-4; -1)$ . Найдите координаты точки пересечения данной прямой с осью ординат.

**4.129.** Запишите уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $2x + y = 3$  и  $2y - x = 1$  и параллельной графику функции  $y = 2x - 9$ .



**4.130.** Вычислите:

а)  $25^2 \cdot (-4)^2 \cdot (0,01)^3$ ;      б)  $\frac{4^5 \cdot 8^4}{2^{22}}$ .

**4.131.** Используя переменные  $x$ ,  $y$  и  $z$ , запишите два различных одночлена стандартного вида, коэффициент каждого из которых равен 1.

**4.132.** Разложите на множители:

а)  $7x - 7y + a(y - x)$ ;      б)  $(2x + 3)^2 - (x - 1)^2$ .

**4.133.** Решите неравенство:


а)  $3(x - 2) + 1 \leq 4x$ ;      б)  $\frac{15 + 2c}{9} - \frac{1 - c}{5} < \frac{c}{3}$ .

**4.134.** Бульдог съедает порцию корма за 5 мин, а такса — за 7 мин. За какое время обе собаки съедят одну порцию корма, если не будут из-за нее конфликтовать?

**4.135.** На сколько процентов число 120 больше числа 80?

## § 25. Решение текстовых задач

### с помощью системы линейных уравнений

 **4.136.** На двух улицах 117 домов. На первой улице домов в два раза меньше, чем на второй. Сколько домов на первой улице? Выберите уравнение,