

2. Адзначце пункт K , у якім перасякаюцца прамені BC і AD . Пры дапамозе транспарціра вызначыце велічыню вугла AKB .
3. Пабудуйце вугал BCF , роўны 60° , і вугал DAM , роўны 120° .
4. Правядзіце пры дапамозе чарцёжнага трохвугольніка прамую BH , перпендыкулярную да прамой AD .
5. Пабудуйце цыркулем акружнасць з цэнтрам у пункце D , радыус якой роўны адрэзку DA . Вызначыце, якія з пунктаў A, B, C, D, K ляжаць на акружнасці, якія — унутры акружнасці, а якія — па-за акружнасцю.
6. Правядзіце адрэзак AB і падлічыце агульную колькасць адрэзкаў з канцамі ў пунктах A, B, C, D і K .

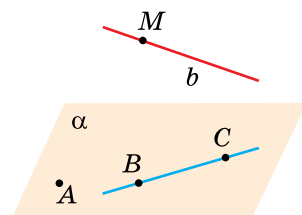
Заўвага. У главах 1—4 усе пабудовы выконваюцца пры дапамозе чарцёжных інструментаў: лінейкі, чарцёжнага трохвугольніка, транспарціра, цыркуля. Гарызантальныя (вертыкальныя) лініі разметкі ў школьным сшытку паралельныя, гарызантальная і вертыкальная лініі перпендыкулярныя. Памеры адной клеткі $0,5 \times 0,5$ см.

§ 2. Прадмет геаметрыі

2.1. Асноўныя фігуры

Асноўныя геаметрычныя фігуры — *пункт, прамая і плоскасць*. Гэта абстрактныя матэматычныя паняцці, якія прымаюцца без азначэння. Пункт абазначаецца вялікай літарай лацінскага алфавіта, прамая — дзвюма вялікімі або адной малой літарай лацінскага алфавіта. Плошасць абазначаецца трыма вялікімі літарамі лацінскага або адной малой літарай грэчаскага алфавіта.

На рысунку 14 паказаны пункты A, B, C і M , прамыя BC і b , плоскасць α (альфа). Пункт A і прамая BC належаць плоскасці α , пункт M належаць прамой b .



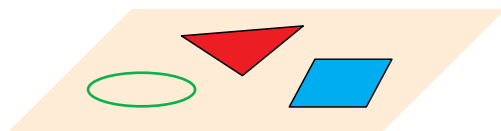
Рыс. 14

2.2. Планіметрыя і стэрэаметрыя

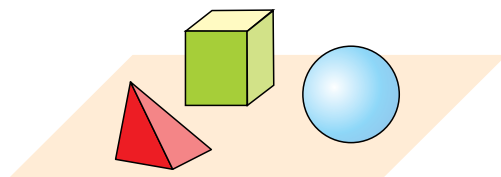
Школьны курс геаметрыі падзяляюць на планіметрыю і стэрэаметрыю.

У *планіметрыі* вивучаюцца ўласцівасці плоскіх геаметрычных фігур, г. зн. тых, якія ўсімі сваімі пунктамі могуць быць размешчаны ў адной плоскасці. Гэта трохвугольнік, квадрат, акружнасць і іншыя фігуры (рыс. 15).

У *стэрэаметрыі* разглядаюцца ўласцівасці прасторавых геаметрычных фігур, якія не могуць цалкам размяшчацца ў адной плоскасці (рыс. 16). Такіх, напрыклад, як куб, прамавугольны паралелепіпед, піраміда, шар.

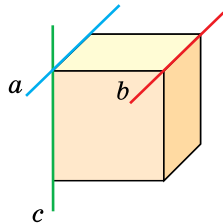


Рыс. 15



Рыс. 16

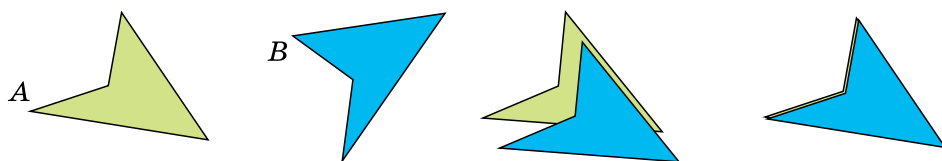
У стэрэаметрыі таксама разглядаюцца ўласцівасці пунктаў, прамых і плоскасцей у прасторы. Напрыклад, дзве прамыя на плоскасці або перасякаюцца, або не перасякаюцца, г. зн. паралельныя. У прасторы ж існуе яшчэ адзін выпадак узаемнага размяшчэння дзвюх прамых — гэта *скрываюцца* прамыя. Яны і не паралельныя, і не перасякаюцца.



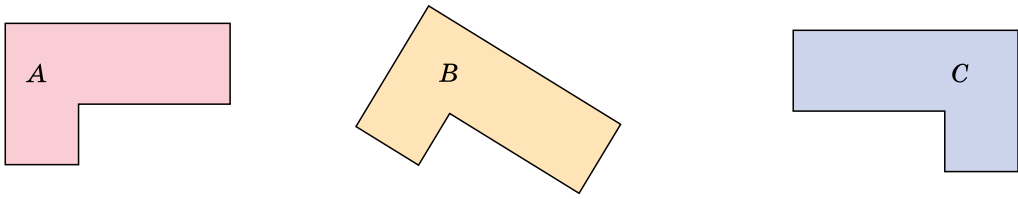
Рыс. 17

На рысунку 17 паказаны прамыя a , b і c , якія праходзяць праз канты куба. Прамыя a і b паралельныя. Прамыя a і c перасякаюцца. Прамыя b і c скрыжоўваюцца.

Геаметрычныя фігуры называюцца *роўнымі*, калі іх можна сумясціць накладаннем. Паколькі фігуры A і B , паказаныя на рысунку 18, сумясціліся ўсімі сваімі пунктамі, то гэта роўныя



Рыс. 18



Рыс. 19

фігуры. І калі сказана, што фігуры роўныя, то іх можна цалкам сумяшціць адну з адной.

Часам для сумяшчэння роўных фігур, размешчаных на плоскасці, адну з іх даводзіцца перавярнуць. Напрыклад, як фігуру *C* на рысунку 19 для сумяшчэння з роўнымі ёй фігурамі *A* і *B*.

2.3. Азначэнні, аксіёмы, тэарэмы

Усе геаметрычныя фігуры, акрамя пункта, прамой і плоскасці, маюць *азначэнні*. У азначэнні даюцца адметныя характарыстыкі дадзенай фігуры або ўзаемнага размяшчэння фігур. Азначэнне, як правіла, змяшчае або слова *называецца*, або слова *гэта*. Напрыклад:

Азначэнне. Адрэзкам называецца частка прамой, абмежаваная двума пунктамі.

Азначэнне. Роўнастаронні трохвугольнік — гэта трохвугольнік, у якога ўсе стораны роўныя.

Уласцівасці фігур фармулююцца ў выглядзе аксіём і тэарэм.

Аксіёмамі называюцца сцверджанні аб асноўных уласцівасцях найпростейшых фігур, якія прымаюцца без доказу і не выклікаюць сумненняў у сваёй праўдзівасці.

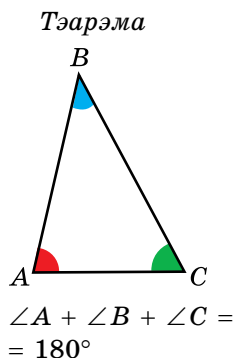
Тэарэмамі называюцца правільныя сцверджанні, справядлівасць якіх вызначаецца шляхам лагічных разважанняў, якія называюцца *доказам*. Доказ кожнай тэарэмы абавязваецца на аксіёмы і раней даказаныя тэарэмы.

Напрыклад:

Аксіёма. Праз любыя два пункты плоскасці можна правесці прамую, і прытым толькі адну (рыс. 20).



Рыс. 20



Рыс. 21

Тэарэма. Сума вуглоў трохвугольніка роўна 180° (рыс. 21).

Аксіёма — гэта сцверджанне, якое прымаецца без доказу.

Тэарэма — гэта сцверджанне, якое патрабуе доказу.

Акрамя азначэнняў, аксіём і тэарэм, у геаметрыі ёсць *задачы*. Вылучаюць тры асноўныя тыпы задач:

- а) задачы на доказ;
- б) задачы на вылічэнне;
- в) задачы на пабудову.

Задачы *на доказ* падобныя да тэарэм. Тэарэмы апісваюць уласцівасці фігур, якія сустракаюцца найбольш часта.

У задачах *на вылічэнне* трэба па некаторых вядомых лікавых даных знайсці даўжыню адрэзка, велічыню вугла, перыметр, плошчу фігуры, аб'ём геаметрычнага цела і г. д.

У задачах *на пабудову* неабходна знайсці спосаб пабудовы якой-небудзь геаметрычнай фігуры пры дапамозе названых ва ўмове чарцёжных інструментаў.

Такім чынам, геаметрыя вывучае ўласцівасці фігур на плоскасці і ў прасторы. Уласцівасці фігур апісваюцца ў выглядзе аксіём і тэарэм. Пры рашэнні задач спасылаюцца на азначэнні, аксіёмы і тэарэмы.

Такую геаметрыю стварылі старажытнагрэчаскія вучоныя Фалес, Архімэд, Піфагор і інш. Эўклід (III ст. да н. э.) быў першым, хто сістэматызаваў усе матэматычныя веды таго часу і выклаў у вялікай навуковай працы пад назвай «Пачаткі». На працягу доўгага часу геаметрыю вывучалі па «Пачатках» Эўкліда.

Геаметрыя		
Планіметрыя		Стэрэаметрыя
Фігуры		
Якія не маюць азначэння (пункт, прамая, плоскасць)		Якія маюць азначэнне (прамень, адрэзак, вугал, ...)
Уласцівасці		
Аксіёмы (без доказу)		Тэарэмы (доказ)
Задачы		
На доказ	На вылічэнне	На пабудову



Заданні да § 2

Правяраем ведаы

1. Хто з вучоных першым выклаў асновы геаметрыі?
2. Якія тры геаметрычныя фігуры прымаюцца без азначэння?
3. Што агульнае маюць аксіёма і тэарэма і чым яны адрозніваюцца?
4. Якія геаметрычныя фігуры называюцца роўнымі?
5. Якія тры тыпы геаметрычных задач вы ведаеце?

Вучымся будаваць чарцёж

1. Пакажыце відарыс прамой a і адзначце на ёй пункты A і B . Як адносна прамой a і адрэзка AB можа быць размешчаны трэці пункт? Адзначце некаторыя магчымыя варыянты.

2. На прамой a адзначце пункты A і B . Па-за прамой a па розныя бакі ад яе адзначце пункты C і D так, каб ні пункт A , ні пункт B не належалі прамой CD . Знайдзіце пункт перасячэння прамой CD і прамой a . Абзначце яго літарай P . Колькі ўсяго адрэзкаў атрымалася на вашым рысунку?

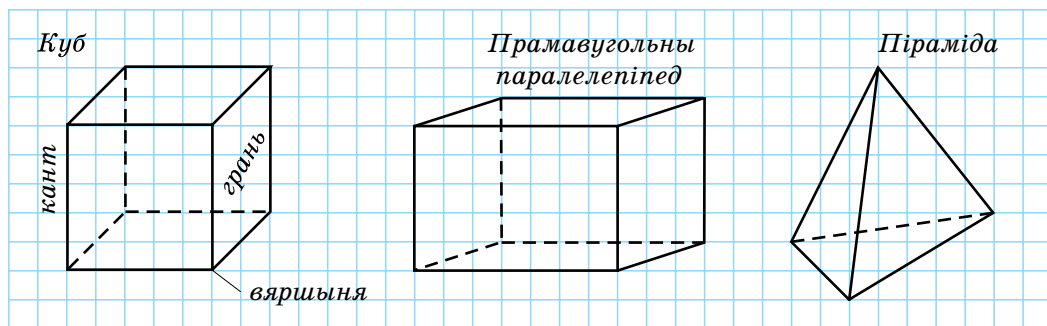
3. На прамой b адзначце пункты E , G і H так, каб пункты E і H ляжалі па адзін бок ад пункта G , а пункты H і G — па адзін бок ад пункта E . Які з пунктаў ляжыць паміж двума іншымі?

4. Пакажыце відарысы прамых m і n , якія перасякаюцца ў пункце A . На прамой m адзначце пункт M , на прамой n — пункт N . Правядзіце прамую MN . Колькі ўсяго адрэзкаў атрымалася на рысунку? Якую фігуру ўтвараюць гэтыя адрэзкі? Правядзіце прамую k , якая перасякае тры пабудаваныя прамыя m , n і MN і не праходзіць праз пункты A , M і N . Колькі цяпер адрэзкаў паказана на рысунку? На колькі частак дадзеныя чатыры прамыя разбілі плоскасць?



РАШАЕМ САМАСТОЙНА

1. Перанясіце ў сшытак прасторавыя фігуры, паказаныя на рысунку 22 (нябачныя канты на чарцяжы паказаны штыравымі лініямі). Успомніце, якімі фігурамі з'яўляюцца канты куба, канты прамавугольнага паралелепіпеда, канты трохвугольнай піраміды. Вызначыце колькасць вяршынь, кантаў і граней для кожнай фігуры.



Рыс. 22

2. Знайдзіце плошчу паверхні (суму плошчаў усіх граней) куба, калі сума даўжынь усіх яго кантаў роўна 60 см, а плошчу квадрата са старонай a знаходзяць па формуле $S = a^2$.
3. Знайдзіце плошчу паверхні прамавугольнага паралелепіпеда, калі яго даўжыня, шырыня і вышыня адпаведна роўны 3 см, 4 см і 5 см, а плошчу прамавугольніка са старонамі a і b знаходзяць па формуле $S = ab$.

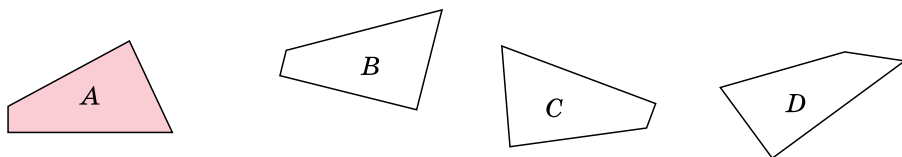


Калі виконання завдання 3 викликала у вас цяжкасті, атримайте додаткову інформацію у **Інтернеті**, набравши запит «прямавугольний паралелепіпед».

Гімнастика розуму

Визначте, яка з фігур B , C або D ро́зна фігури A (рис. 23).

Рис. 23



§ 3. Прямая. Прамень. Адрэзак. Ломаная

3.1. Прямая

Прямая бясконца (у абодва бакі) і разбівае плоскасць на дзве *паўплоскасці*, для якіх прамая з'яўляецца *мяжой* (рис. 24). Мяжа належыць паўплоскасцям. На рысунку 25 пункт C ляжыць на прамой паміж пунктамі A і B , якія ляжаць па розныя бакі ад пункта C . Пункты C і B ляжаць па адзін бок ад пункта A . З трох пунктаў на прамой адзін і толькі адзін пункт ляжыць паміж двума іншымі.

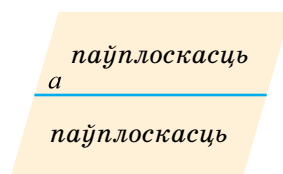


Рис. 24



Рис. 25

Калі на плоскасці адзначыць два пункты A і B , то праз іх заўсёды можна правесці прамую AB (рис. 26, а). Праз адзін пункт можна правесці бясконца многа прамых (рис. 26, б), праз тры пункты не заўсёды можна правесці прамую (рис. 26, в). Праз два пункты можна правесці бясконца многа акружнасцей (рис. 26, г), а прамую — толькі адну!

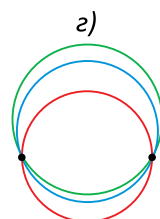
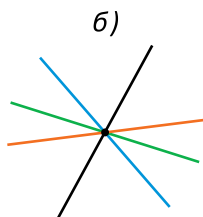
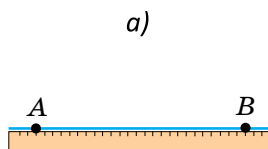


Рис. 26