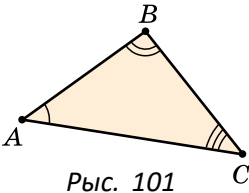


§ 8. Трохвугольнікі

8.1. Трохвугольнік

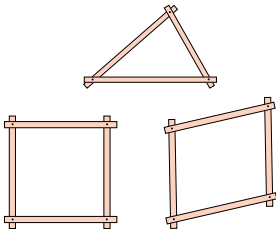


Рыс. 101

Калі на плоскасці адзначыць тры пункты A , B і C , якія не ляжаць на адной прамой, і злучыць іх адрэзкамі, то атрымаецца трохвугольнік ABC . Можна сказаць, што трохвугольнік — гэта трохзвённая замкнёная ломаная. Абазначаюць: $\triangle ABC$, дзе AB , BC і AC — стораны, пункты A , B і C — вяршыні, $\angle A$, $\angle B$ і $\angle C$ — вуглы трохвугольніка (рыс. 101). Каб знайсці перыметр трохвугольніка, трэба складзі даўжыні яго старон: $P_{ABC} = AB + BC + AC$. Трохвугольнікам таксама лічаць частку плоскасці, абмежаваную замкнёнай ломанай ABC .



Азначэнне. **Трохвугольнікам** называецца трохзвённая замкнёная ломаная разам з часткай плоскасці, якую яна абмяжоўвае.



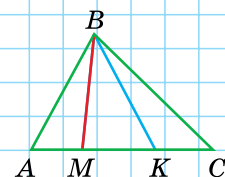
Рыс. 102

Калі злучыць канцы трох драўляных пла-нак, то атрымаецца трохвугольнік, які немагчыма дэфармаваць — ён будзе захоўваць сваю форму, у той час як чатырохвугольнік можа змяняць сваю форму (рыс. 102). Гэта ўласцівасць «жорсткасці» трохвугольніка шырока выкарыстоўваецца ў тэхніцы, вытворчасці, будаўніцтве.

А цяпер выканайце **Заданне 1**.

Заданне 1

Назавіце ўсе трохвугольнікі, паказаныя на рысунку. Колькі ўсяго трохвугольнікаў атрымалася?

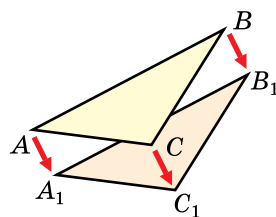


8.2. Роўныя трохвугольнікі

Роўныя трохвугольнікі можна сумясціць накладаннем так, што адпаведна супадуць усе тры стараны і ўсе тры вуглы (рыс. 103). У трохвугольніках, якія супалі, г. зн. у роўных трохвугольніках, супраць роўных старон ляжаць роўныя вуглы, а супраць роўных вуглоў — роўныя стараны. Калі $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ і $AB = A_1B_1$, то $\angle C = \angle C_1$, а калі $\angle B = \angle B_1$, то $AC = A_1C_1$.

Для сумяшчэння роўных адрэзкаў дастаткова супадзення іх канцоў, а для сумяшчэння роўных трохвугольнікаў — супадзення іх вяршынь.

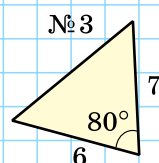
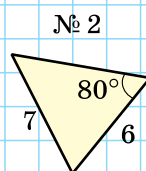
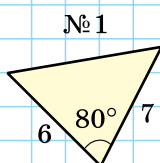
А цяпер выканайце **Заданне 2**.



Рыс. 103

Заданне 2

Якія трохвугольнікі, на ваш погляд, можна сумясціць накладаннем?



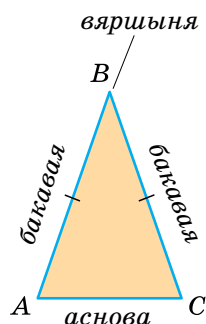
8.3. Віды трохвугольнікаў

Калі ў трохвугольніка ўсе тры стараны маюць розныя даўжыні, то такі трохвугольнік называецца *рознастароннім*.

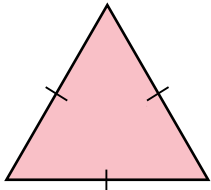
Трохвугольнік, у якога дзве стараны роўныя, называецца *раўнабедраным*. Яго роўныя стараны называюцца *бакавымі старанамі*, трэцяя старана — *асновай*, вяршыня, процілеглая аснове, — *вяршыняй раўнабедранага трохвугольніка* (рыс. 104).

Калі ў трохвугольніка роўныя ўсе тры стараны, то ён называецца *роўнастароннім* (рыс. 105). Роўнастаронні трохвугольнік з'яўляецца таксама раўнабедраным, дзе любую пару старон можна прыняць за бакавыя стараны.

Па велічыні вуглоў трохвугольнікі падзяляюцца на *востравугольныя* (усе вуглы вострыя),

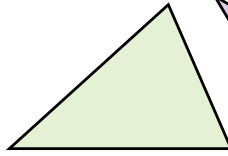


Рыс. 104

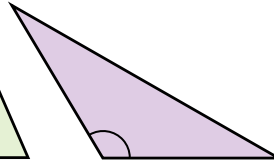


роўнастаронні

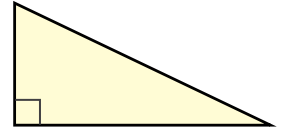
Рыс. 105



востравугольны



тупавугольны



прамавугольны

Рыс. 106

тупавугольныя (ёсць тупы вугал) і прмавугольныя (ёсць прамы вугал) (рыс. 106).

А цяпер выканайце **Заданне 3**. Падвядзём вынікі.

Трохвугольнікам называецца трохзвённая замкнёная ломаная разам з часткай плоскасці, якую яна абмяжоўвае.

Перыметрам трохвугольніка (многавугольніка) называецца сума даўжынь яго старон.

Роўнымі трохвугольнікамі называюцца трохвугольнікі, якія можна сумясціць накладаннем.

Роўнабедраным трохвугольнікам называецца трохвугольнік, у якога дзве стараны роўныя.

Роўнастароннім трохвугольнікам называецца трохвугольнік, у якога ўсе стараны роўныя.

Заданне 3

Ці з'яўляецца $\triangle ABC$ роўнабедраным, калі $P_{ABC} = 31$ см, $AB = 12$ см, $BC = 7$ см?



Уласціваць роўных трохвугольнікаў. У роўных трохвугольніках супраць роўных старон ляжаць роўныя вуглы, а супраць роўных вуглоў — роўныя стараны.

Заўвага. Называючы або запісваючы роўныя трохвугольнікі, імкнучца захоўваць паслядоўнасць адпаведных вяршынь. У многіх выпадках гэта зручна. Аднак рабіць так неабавязкова. Абодва запісы: $\triangle ABC = \triangle KNM$ і $\triangle BAC = \triangle MNK$ — правільныя.

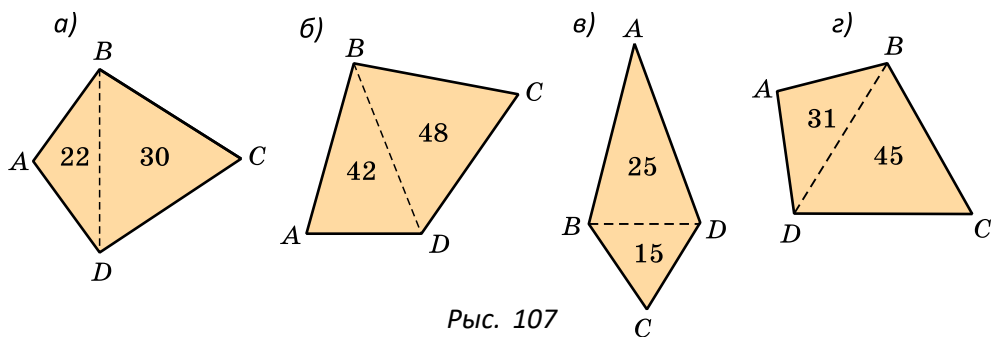
Часам адпаведныя вяршыні роўных трохвугольнікаў абазначаюць аднымі і тымі ж літарамі, дадаючы да літар аднаго з трохвугольнікаў індэкс: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$. Пры такім запісе маюць на ўвазе, што адпаведнымі з'яўляюцца вяршыні A і A_1 , B і B_1 , C і C_1 .



Заданні да § 8

РАШАЕМ
САМАСТОЙНА

51. Трохвугольнікі ABC і KMN можна сумясціць накладаннем. Пры гэтым супадуць $\angle A$ і $\angle K$, $\angle B$ і $\angle M$. Калі $AB = 5$ см, $BC = 6$ см, $AC = 7$ см, то чаму роўны даўжыні старон MN , NK і MK трохвугольніка MNK ?
52. Трохвугольнікі ABC і KED роўныя, прычым $AB = DE$, $AC = DK$, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$. Вызначыце градусныя меры вуглоў K , E і D трохвугольніка KED .
53. З дроту выраблены раўнабедраны трохвугольнік з бакавой стараной, роўнай 14 дм, і асновай, роўнай 8 дм. Дрот разагнулі і вырабілі з яго роўнастаронні трохвугольнік. Знайдзіце даўжыні старон гэтага трохвугольніка.
54. Паказаны на рысунку 107 чатырохвугольнік $ABCD$ з'яўляецца аб'яднаннем раўнабедранага трохвугольніка ABD і роўнастаронняга трохвугольніка BCD . Унутры трохвугольнікаў запісаны іх перыметры. Знайдзіце для кожнага выпадку перыметр чатырохвугольніка $ABCD$.



Рыс. 107

55. Перыметр раўнабедранага трохвугольніка роўны 40 см, аснова трохвугольніка ў 2 разы меншая за бакавую старану. Знайдзіце аснову трохвугольніка.
56. Бакавая старана раўнабедранага трохвугольніка на 4 см большая за яго аснову. Перыметр трохвугольніка роўны 56 см. Знайдзіце бакавую старану трохвугольніка.

57. Перыметр трохвугольніка роўны 90 см. Адна са старон трохвугольніка на 2 см меншая за другую старану і ў 2 разы меншая за трэцюю. Знайдзіце стараны трохвугольніка.
58. На старане AD квадрата $ABCD$ пабудаваны роўнастаронні трохвугольнік ADK , дзе пункт K ляжыць унутры квадрата. Знайдзіце адносіну перыметра квадрата да перыметра многавугольніка $ABCDK$.
59. Перыметр трохвугольнага ўчастка роўны 36 м. Стараны ўчастка адносяцца як $2 : 3 : 4$. Знайдзіце даўжыню кожнай стараны ўчастка.
60. Дадзены роўнастаронні трохвугольнік ABC . На старане AB адзначана яго сярэдзіна M . На адрэзку MB адзначана яго сярэдзіна K . Знайдзіце перыметр трохвугольніка ABC , калі $MK = 12$ см.
61. У прамавугольнай сістэме каардынат адзначаны пункты $A(-4; 4)$, $B(-4; 0)$, $C(3; 0)$, пункт $O(0; 0)$ — пачатак каардынат. Класіфікуйце трохвугольнікі ABO , AOC і ABC адносна старон і адносна вуглоў.
- 62*. Дакажыце, што калі кожную старану трохвугольніка павялічыць у 3 разы, то і яго перыметр павялічыцца таксама ў 3 разы, а калі павялічыць у k разоў, то і перыметр павялічыцца ў k разоў.

§ 9. Першая і другая прыметы роўнасці трохвугольнікаў

Пры высвятленні, ці роўныя трохвугольнікі, няма неабходнасці выяўляць роўнасць усіх іх адпаведных старон і вуглоў шляхам накладання або вымярэння. Наступныя дзве тэарэмы гарантуюць роўнасць трохвугольнікаў пры роўнасці некаторых адпаведных старон і вуглоў.

Тэарэма (першая прымета роўнасці трохвугольнікаў). Калі дзве стараны і вугал паміж імі аднаго трохвугольніка адпаведна роўны дзвюм старанам і вуглу паміж імі другога трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя.